2022年浙江省高考数学试卷

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{1，2\}$，$B=\{2，4，6\}$，则 $A \quad B=($　　$)$

A．$\{2\}$　　B．$\{1，2\}$　　C．$\{2，4，6\}$　　D．$\{1，2，4，6\}$

2．已知 a，$b\in R$，$a+3i=(b+i)i$（i 为虚数单位），则(　　)

A．$a=1$，$b=-3$　　B．$a=-1$，$b=3$　　C．$a=-1$，$b=-3$　　D．$a=1$，$b=3$

3．若实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2\geqslant 0, \\ 2x+y-7\leqslant 0, \\ x-y-2\leqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=3x+4y$ 的最大值是(　　)

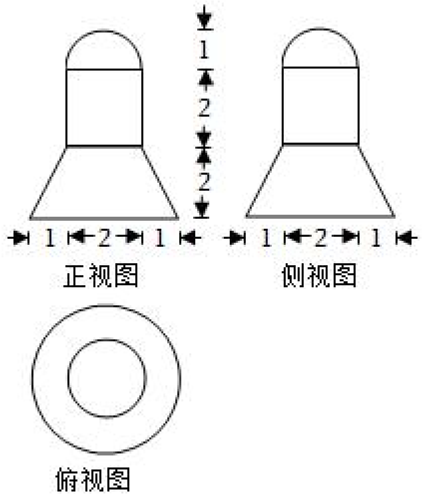
A．20　　B．18　　C．13　　D．6

4．设 $x\in R$，则"$\sin x=1$"是"$\cos x=0$"的(　　)

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm^3）是(　　)



A．22π　　B．8π　　C．$\dfrac{22}{3}\pi$　　D．$\dfrac{16}{3}\pi$

6．为了得到函数 $y=2\sin 3x$ 的图象，只要把函数 $y=2\sin(3x+\dfrac{\pi}{5})$ 图象上所有的点(　　)

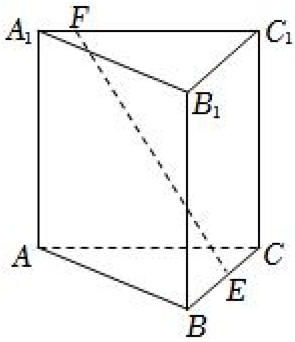
A．向左平移 $\dfrac{\pi}{5}$ 个单位长度　　B．向右平移 $\dfrac{\pi}{5}$ 个单位长度

C．向左平移 $\dfrac{\pi}{15}$ 个单位长度　　D．向右平移 $\dfrac{\pi}{15}$ 个单位长度

7．已知 $2^a=5$，$\log_8 3=b$，则 $4^{a-3b}=($　　$)$

A．25　　B．5　　C．$\dfrac{25}{9}$　　D．$\dfrac{5}{3}$

8．如图，已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，$AC=AA_1$，E，F 分别是棱 BC，A_1C_1 上的点．记 EF 与 AA_1 所成的角为 α，EF 与平面 ABC 所成的角为 β，二面角 $F-BC-A$ 的平面角为 γ，则(　　)



A．$\alpha \leqslant \beta \leqslant \gamma$　　B．$\beta \leqslant \alpha \leqslant \gamma$　　C．$\beta \leqslant \gamma \leqslant \alpha$　　D．$\alpha \leqslant \gamma \leqslant \beta$

9．已知a，$b\in R$，若对任意$x\in R$，$a|x-b|+|x-4|-|2x-5|\geqslant 0$，则(　　)

A．$a\leqslant 1$，$b\geqslant 3$　　B．$a\leqslant 1$，$b\leqslant 3$　　C．$a\geqslant 1$，$b\geqslant 3$　　D．$a\geqslant 1$，$b\leqslant 3$

10．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=a_n-\dfrac{1}{3}a_n^2(n\in N^*)$，则(　　)

A．$2<100a_{100}<\dfrac{5}{2}$　　B．$\dfrac{5}{2}<100a_{100}<3$　　C．$3<100a_{100}<\dfrac{7}{2}$　　D．$\dfrac{7}{2}<100a_{100}<4$

二、填空题：本大题共 7 小题，单空题每题 4 分，多空题每空 3 分，共 36 分。

11．我国南宋著名数学家秦九韶，发现了从三角形三边求面积的公式，他把这种方法称为“三斜求积”，它填补了我国传统数学的一个空白．如果把这个方法写成公式，就是$S=\sqrt{\dfrac{1}{4}[c^2a^2-(\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2})^2]}$，其中$a$，$b$，$c$是三角形的三边，$S$是三角形的面积．设某三角形的三边$a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{3}$，$c=2$，则该三角形的面积$S=$____．

12．(6 分)已知多项式$(x+2)(x-1)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则$a_2=$_____，$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=$_____．

13．(6 分)若$3\sin\alpha-\sin\beta=\sqrt{10}$，$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$，则$\sin\alpha=$____，$\cos 2\beta=$____．

14．(6 分)已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+2, x\leqslant 1,\\ x+\dfrac{1}{x}-1, x>1,\end{cases}$则$f(f(\dfrac{1}{2}))=$____；若当$x\in[a，b]$时，$1\leqslant f(x)\leqslant 3$，则$b-a$的最大值是____．

15．(6 分)现有 7 张卡片，分别写上数字 1，2，2，3，4，5，6．从这 7 张卡片中随机抽取 3 张，记所抽取卡片上数字的最小值为ξ，则$P(\xi=2)=$____，$E(\xi)=$____．

16．已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点为$F$，过$F$且斜率为$\dfrac{b}{4a}$的直线交双曲线于点$A(x_1，y_1)$，交双曲线的渐近线于点$B(x_2，y_2)$且$x_1<0<x_2$．若$|FB|=3|FA|$，则双曲线的离心率是____．

17．设点P在单位圆的内接正八边形$A_1A_2\ldots A_8$的边A_1A_2上，则$PA_1^{\ 2}+PA_2^{\ 2}+\ldots+PA_8^{\ 2}$的取值范围是____．

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18．(14 分)在ΔABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c．已知$4a=\sqrt{5}c$，$\cos C=\dfrac{3}{5}$．

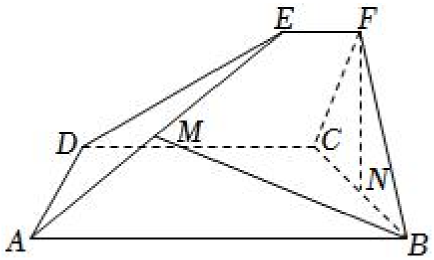
(Ⅰ)求$\sin A$的值；

(Ⅱ)若$b=11$，求ΔABC的面积．

19．（15分）如图，已知$ABCD$和$CDEF$都是直角梯形，$AB//DC$，$DC//EF$，$AB=5$，$DC=3$，$EF=1$，$\angle BAD=\angle CDE=60^{\circ}$，二面角$F-DC-B$的平面角为$60^{\circ}$．设$M$，$N$分别为$AE$，$BC$的中点．

（Ⅰ）证明：$FN\perp AD$；

（Ⅱ）求直线BM与平面ADE所成角的正弦值．



20．（15分）已知等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=-1$，公差$d>1$．记$\{a_n\}$的前n项和为$S_n(n\in N^{*})$．

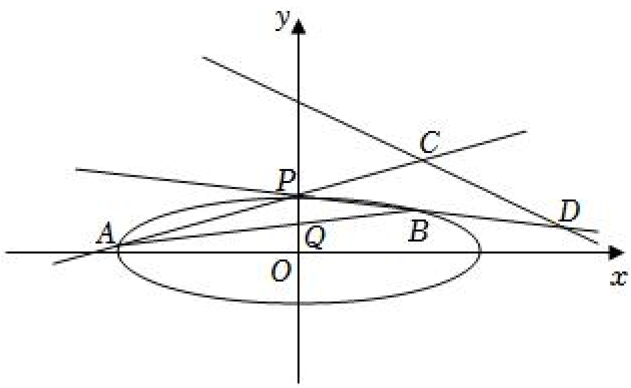
（Ⅰ）若$S_4-2a_2a_3+6=0$，求S_n；

（Ⅱ）若对于每个$n\in N^{*}$，存在实数c_n，使a_n+c_n，$a_{n+1}+4c_n$，$a_{n+2}+15c_n$成等比数列，求d的取值范围．

21．（15分）如图，已知椭圆$\dfrac{x^2}{12}+y^2=1$．设A，B是椭圆上异于$P(0,1)$的两点，且点$Q(0,\dfrac{1}{2})$在线段AB上，直线PA，PB分别交直线$y=-\dfrac{1}{2}x+3$于C，D两点．

（Ⅰ）求点P到椭圆上点的距离的最大值；

（Ⅱ）求$|CD|$的最小值．



22．（15分）设函数$f(x)=\dfrac{e}{2x}+lnx(x>0)$．

（Ⅰ）求$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）已知a，$b\in R$，曲线$y=f(x)$上不同的三点$(x_1$，$f(x_1))$，$(x_2$，$f(x_2))$，$(x_3$，$f(x_3))$处的切线都经过点(a,b)．证明：

（ⅰ）若$a>e$，则$0<b-f$（a）$<\dfrac{1}{2}(\dfrac{a}{e}-1)$；

（ⅱ）若$0<a<e$，$x_1<x_2<x_3$，则$\dfrac{2}{e}+\dfrac{e-a}{6e^2}<\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_3}<\dfrac{2}{a}-\dfrac{e-a}{6e^2}$．

（注：$e=2.71828\ldots$是自然对数的底数）

2022 年浙江省高考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{1，2\}$，$B=\{2，4，6\}$，则 $A\cup B=($　　$)$

A．$\{2\}$　　B．$\{1，2\}$　　C．$\{2，4，6\}$　　D．$\{1，2，4，6\}$

【思路分析】利用并集运算求解即可．

【解析】 $A=\{1，2\}$，$B=\{2，4，6\}$，$\therefore A\cup B=\{1，2，4，6\}$，故选：$D$．

【试题评价】本题考查了并集的定义及其运算，属于基础题．

2．已知 a，$b\in R$，$a+3i=(b+i)i$（i 为虚数单位），则（　　）

A．$a=1$，$b=-3$　　B．$a=-1$，$b=3$　　C．$a=-1$，$b=-3$　　D．$a=1$，$b=3$

【思路分析】利用复数的乘法运算化简，再利用复数相等求解．

【解析】 $a+3i=(b+i)i=-1+bi$，a，$b\in R$，$\therefore a=-1$，$b=3$，故选：B．

【试题评价】本题考查复数代数形式的乘法运算，考查了复数相等的定义，是基础题．

3．若实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2\geqslant 0,\\2x+y-7\leqslant 0,\\x-y-2\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+4y$ 的最大值是（　　）

A．20　　B．18　　C．13　　D．6

【思路分析】先作出不等式组表示的平面区域，然后结合图象求解即可．

【解析】实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2\geqslant 0,\\2x+y-7\leqslant 0,\\x-y-2\leqslant 0,\end{cases}$

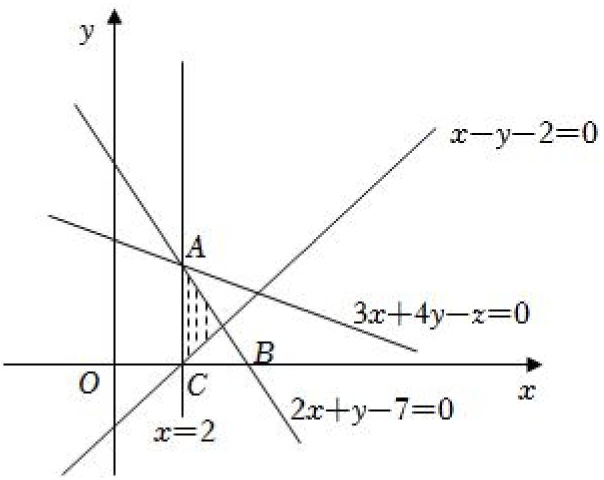
则不等式组表示的平面区域为如图所示的阴影部分，

由已知可得 $A(2,3)$，由 $3x+4y-z=0$ 得 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{z}{4}$，即求直线在 y 轴上截距的最大值，

由图可知：当直线 $3x+4y-z=0$ 过点 A 时，z 取最大值，

则 $z=3x+4y$ 的最大值是 $3\times 2+4\times 3=18$，

故选：B．



【试题评价】本题考查了简单线性规划问题，重点考查了数形结合的数学思想方法，属于基

础题．

4．设$x\in R$，则“$\sin x=1$”是“$\cos x=0$”的(　　)

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

【思路分析】利用同角三角函数间的基本关系，充要条件的定义判定即可．

【解析】 $\sin^2 x+\cos^2 x=1$，

①当$\sin x=1$时，则$\cos x=0$，$\therefore$充分性成立，

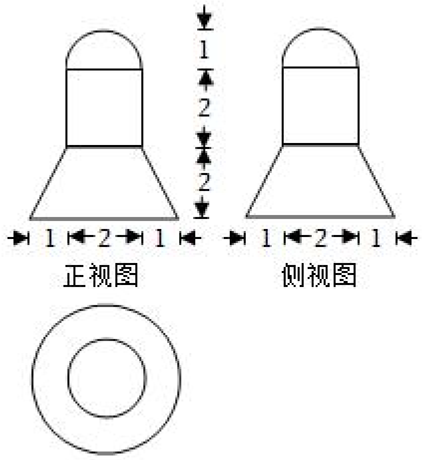
②当$\cos x=0$时，则$\sin x=\pm 1$，$\therefore$必要性不成立，

$\therefore \sin x=1$是$\cos x=0$的充分不必要条件，

故选：A．

【试题评价】本题考查了同角三角函数间的基本关系，充要条件的判定，属于基础题．

5．某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm^3）是(　　)



正视图　侧视图

俯视图

A．22π　　B．8π　　C．$\dfrac{22}{3}\pi$　　D．$\dfrac{16}{3}\pi$

【思路分析】判断几何体的形状，利用三视图的数据，求解几何体的体积即可．

【解析】由三视图可知几何体是上部为半球，中部是圆柱，下部是圆台，

所以几何体的体积为：$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4\pi}{3}\times 1^3+\pi\times 1^2\times 2+\dfrac{1}{3}(2^2\times\pi+1^2\times\pi+\sqrt{2^2\times\pi\times 1^2\times\pi})\times 2=\dfrac{22}{3}\pi$．

故选：C．

【试题评价】本题考查三视图求解几何体的体积，判断几何体的形状是解题的关键，是中档题．

6．为了得到函数$y=2\sin 3x$的图象，只要把函数$y=2\sin(3x+\dfrac{\pi}{5})$图象上所有的点(　　)

A．向左平移$\dfrac{\pi}{5}$个单位长度　　B．向右平移$\dfrac{\pi}{5}$个单位长度

C．向左平移$\dfrac{\pi}{15}$个单位长度　　D．向右平移$\dfrac{\pi}{15}$个单位长度

【思路分析】由已知结合正弦函数图象的平移即可求解．

【解析】把 $y=2\sin(3x+\dfrac{\pi}{5})$ 图象上所有的点向右平移 $\dfrac{\pi}{15}$ 各单位可得

$y=2\sin[3(x-\frac{\pi}{15})+\frac{\pi}{5}]=2\sin 3x$ 的图象．

故选：D ．

【试题评价】本题主要考查了正弦型函数的图象平移，属于基础题．

7．已知 $2^a=5$ ，$\log_8 3=b$ ，则 $4^{a-3b}=($　　$)$

A．25　　B．5　　C．$\frac{25}{9}$　　D．$\frac{5}{3}$

【思路分析】直接利用指数、对数的运算性质求解即可．

【解析】由 $2^a=5$ ，$\log_8 3=b$ ，

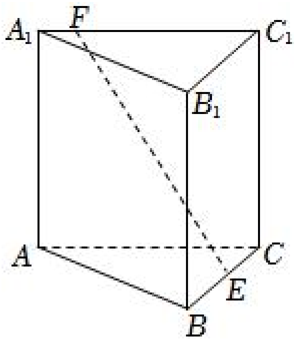
可得 $8^b=2^{3b}=3$ ，

则 $4^{a-3b}=\frac{4^a}{4^{3b}}=\frac{(2^a)^2}{(2^{3b})^2}=\frac{5^2}{3^2}=\frac{25}{9}$ ，

故选：C ．

【试题评价】本题考查了指数、对数的运算性质，考查了运算求解能力，属于基础题．

8．如图，已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ ，$AC=AA_1$ ，E ，F 分别是棱 BC ，A_1C_1 上的点．记 EF 与 AA_1 所成的角为 α ，EF 与平面 ABC 所成的角为 β ，二面角 $F-BC-A$ 的平面角为 γ ，则 $($　　$)$



A．$\alpha„\beta„\gamma$　　B．$\beta„\alpha„\gamma$　　C．$\beta„\gamma„\alpha$　　D．$\alpha„\gamma„\beta$

【思路分析】根据线线角的定义，线面角的定义，面面角的定义，转化求解即可．

【解析】　正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=AA_1$ ，$\therefore$ 正三棱柱的所有棱长相等，设棱长为 1，

如图，过 F 作 $FG\perp AC$ ，垂足点为 G ，连接 GE ，则 $A_1A//FG$ ，

$\therefore EF$ 与 AA_1 所成的角为 $\angle EFG=\alpha$ ，且 $\tan\alpha=\frac{GE}{FG}=GE$ ，

又 $GE\in[0$ ，$1]$ ，$\therefore \tan\alpha\in[0$ ，$1]$ ，

$\therefore EF$ 与平面 ABC 所成的角为 $\angle FEG=\beta$ ，且 $\tan\beta=\frac{GF}{GE}=\frac{1}{GE}\in[1$ ，$+\infty)$ ，

$\therefore \tan\beta…\tan\alpha$ ，…①，

再过 G 点作 $GH\perp BC$ ，垂足点为 H ，连接 HF ，

又易知 $FG\perp$ 底面 ABC ，$BC\subset$ 底面 ABC ，

$\therefore BC\perp FG$ ，又 FG　$GH=G$ ，$\therefore BC\perp$ 平面 GHF ，

$\therefore$ 二面角 $F-BC-A$ 的平面角为 $\angle GHF=\gamma$ ，且 $\tan\gamma=\frac{GF}{GH}=\frac{1}{GH}$ ，又 $GH\in[0$ ，$1]$ ，

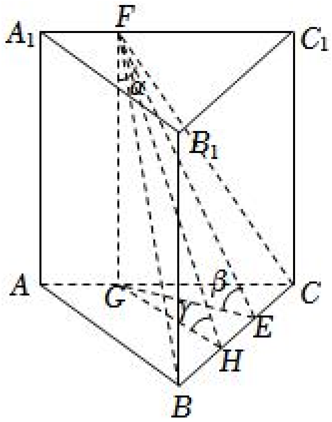
$\therefore \tan\gamma\in[1$ ，$+\infty)$ ，$\therefore \tan\gamma…\tan\alpha$ ，…②，

又 $GE\geqslant GH$，$\therefore \tan\beta\leqslant \tan\gamma$，…③，

由①②③得 $\tan\alpha\leqslant \tan\beta\leqslant \tan\gamma$，又 α，β，$\gamma\in[0$，$\dfrac{\pi}{2})$，$y=\tan x$ 在 $[0$，$\dfrac{\pi}{2})$ 单调递增，

$\therefore \alpha\leqslant \beta\leqslant \gamma$，

故选：A．



【试题评价】本题考查线线角的定义，线面角的定义，面面角的定义，考查了转化思想，属中档题．

9．已知 a，$b\in R$，若对任意 $x\in R$，$a|x-b|+|x-4|-|2x-5|\geqslant 0$，则(　　)

A．$a\leqslant 1$，$b\geqslant 3$　　B．$a\leqslant 1$，$b\leqslant 3$　　C．$a\geqslant 1$，$b\geqslant 3$　　D．$a\geqslant 1$，$b\leqslant 3$

【思路分析】取特值，结合选项直接得出答案．

【解析】【解法一】：取 $x=4$，则不等式为 $a|4-b|-3\geqslant 0$，显然 $a\neq 0$，且 $b\neq 4$，

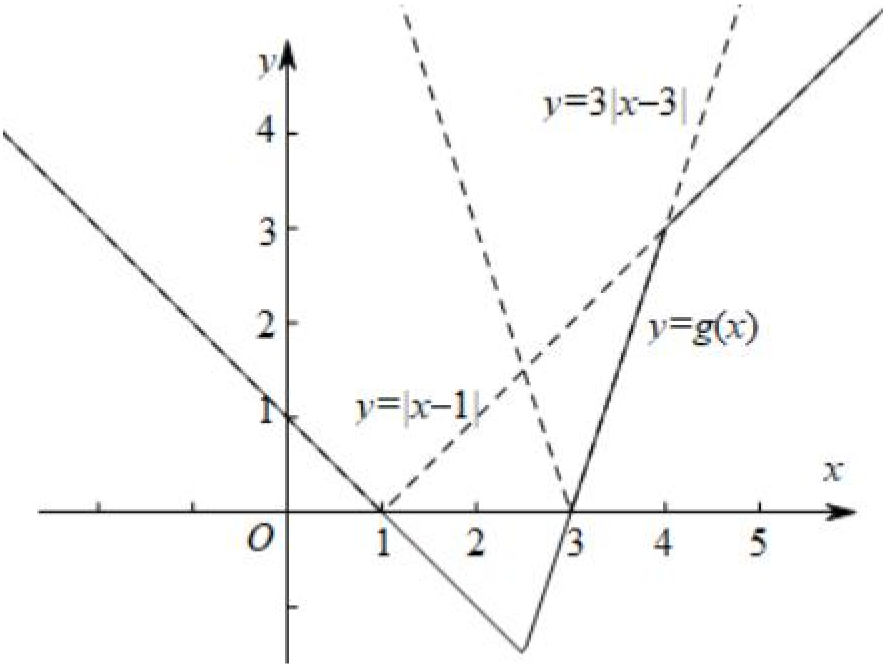
观察选项可知，只有选项 D 符合题意．

故选：D．

【解法二】由题意有：对任意的 $x\in \mathbf{R}$，有 $a|x-b|\geq|2x-5|-|x-4|$ 恒成立．

设 $f(x)=a|x-b|$，$g(x)=|2x-5|-|x-4|=\begin{cases}1-x, x\leq \dfrac{5}{2}\\ 3x-9, \dfrac{5}{2}<x<4\\ x-1, x\geq 4\end{cases}$，

即 $f(x)$ 的图象恒在 $g(x)$ 的上方（可重合），如下图所示：



由图可知，$a\geq 3$，$1\leq b\leq 3$，或$1\leq a<3$，$1\leq b\leq 4-\frac{3}{a}\leq 3$，故选：D．

【试题评价】本题考查绝对值不等式的解法，作为选择题，常常采用特值法，排除法等提高解题效率，属于基础题．

10．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=a_n-\frac{1}{3}a_n^2(n\in N^*)$，则(　　)

A．$2<100a_{100}<\frac{5}{2}$　　B．$\frac{5}{2}<100a_{100}<3$　　C．$3<100a_{100}<\frac{7}{2}$　　D．$\frac{7}{2}<100a_{100}<4$

【思路分析】分析可知数列$\{a_n\}$是单调递减数列，根据题意先确定上限，得到$a_n\leq\frac{3}{n+2}$，由此可推得$100a_n<3$，再将原式变形确定下限，可得$\frac{1}{a_{n+1}}\leq\frac{1}{3}n+\frac{1}{3}(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots\ldots+\frac{1}{n+1})+1$，由此可推得$100a_{100}>\frac{5}{2}$，综合即可得到答案．

【解析】　$a_{n+1}-a_n=-\frac{1}{3}a_n^2<0$，$\therefore\{a_n\}$为递减数列，

又$a_{n+1}=a_n-\frac{1}{3}a_n^2\leq\frac{2}{3}$，且$a_n\neq 0$，$\therefore\frac{a_{n+1}}{a_n}=1-\frac{1}{3}a_n\geq\frac{2}{3}>0$，

又$a_1=1>0$，则$a_n>0$，$\therefore a_n-a_{n+1}=\frac{1}{3}a_n^2\geq\frac{1}{3}a_na_{n+1}$，$\therefore\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}\geq\frac{1}{3}$，

$\therefore\frac{1}{a_n}\geq\frac{1}{a_1}+\frac{1}{3}(n-1)=\frac{1}{3}n+\frac{2}{3}$，则$a_n\leq\frac{3}{n+2}$，$\therefore 100a_{100}\leq 100\times\frac{3}{102}<\frac{306}{102}=3$；

由$a_{n+1}=a_n-\frac{1}{3}a_n^2$得$a_{n+1}=a_n(1-\frac{1}{3}a_n)$，得$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=\frac{1}{3-a_n}\leq\frac{1}{3-\frac{3}{n+2}}=\frac{1}{3}(1+\frac{1}{n+1})$，

累加可得，$\frac{1}{a_{n+1}}\leq\frac{1}{3}n+\frac{1}{3}(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots\ldots+\frac{1}{n+1})+1$，

$\therefore\frac{1}{a_{100}}\leq 34+\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots\ldots+\frac{1}{100})<34+\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times 6+\frac{1}{8}\times 93)<40$，$\therefore 100a_{100}>100\times\frac{1}{40}=\frac{5}{2}$；

综上，$\frac{5}{2}<100a_{100}<3$．故选：B．

【试题评价】本题考查递推数列，数列的单调性等知识，对化简变形能力要求较高，考查运算求解能力，逻辑推理能力，属于难题．

二、填空题：本大题共 7 小题，单空题每题 4 分，多空题每空 3 分，共 36 分。

11．我国南宋著名数学家秦九韶，发现了从三角形三边求面积的公式，他把这种方法称为“三斜求积”，它填补了我国传统数学的一个空白．如果把这个方法写成公式，就是 $S=\sqrt{\frac{1}{4}[c^2a^2-(\frac{c^2+a^2-b^2}{2})^2]}$，其中 a，b，c 是三角形的三边，S 是三角形的面积．设某三角形的三边 $a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{3}$，$c=2$，则该三角形的面积 $S=$__$\frac{\sqrt{23}}{4}$__．

【思路分析】直接由秦九韶公式计算可得面积．

【解析】由 $S=\sqrt{\frac{1}{4}[c^2a^2-(\frac{c^2+a^2-b^2}{2})^2]}=\frac{1}{2}\sqrt{2^2\cdot(\sqrt{2})^2-[\frac{2^2+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}{2}]^2}=\frac{\sqrt{23}}{4}$，

故答案为：$\frac{\sqrt{23}}{4}$．

【试题评价】本题考查学生的阅读能力，考查学生计算能力，属基础题．

12．（6 分）已知多项式 $(x+2)(x-1)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则 $a_2=$__8__，$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=$____．

【思路分析】a_2 相当于是用 $(x+2)$ 中的一次项系数乘以 $(x-1)^4$ 展开式中的一次项系数加上 $(x+2)$ 中的常数项乘以 $(x-1)^4$ 展开式中的二次项系数之和，分别令 $x=0$，$x=1$，即可求得 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$ 的值．

【解析】【解法一】：$(x-1)^4=x^4-4x^3+6x^2-4x+1$，$\therefore a_2=-4+12=8$；

令 $x=0$，则 $a_0=2$，令 $x=1$，则 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=0$，

$\therefore a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=-2$．故答案为：8，$-2$．

【解法二】：由题 $a_2=1\times C_4^1\cdot(-1)+2\times C_4^2\cdot(-1)^2=8$．

令 $x=1$，则 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=0$．又 $a_0=2$，所以 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=-2$．

【试题评价】本题考查二项式定理的运用，考查运算求解能力，属于中档题．

13．（6 分）若 $3\sin\alpha-\sin\beta=\sqrt{10}$，$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$，则 $\sin\alpha=$__$\frac{3\sqrt{10}}{10}$__，$\cos2\beta=$____．

【思路分析】由诱导公式求出 $3\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{10}$，再由同角三角函数关系式推导出 $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，由此能求出 $\cos2\beta$ 的值．

【解析】 $3\sin\alpha-\sin\beta=\sqrt{10}$，$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$，

$\therefore 3\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{10}$，

$\therefore \cos\alpha=3\sin\alpha-\sqrt{10}$，

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，

$\therefore \sin^2\alpha+(3\sin\alpha-\sqrt{10})^2=1$，

解得 $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\cos\beta=\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

$\cos 2\beta = 2\cos^2\beta - 1 = 2\times\frac{90}{100} - 1 = \frac{4}{5}$.

故答案为：$\frac{3\sqrt{10}}{10}$；$\frac{4}{5}$.

【试题评价】本题考查三角函数值的求法，考查诱导公式、同角三角函数关系式、二倍角公式等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

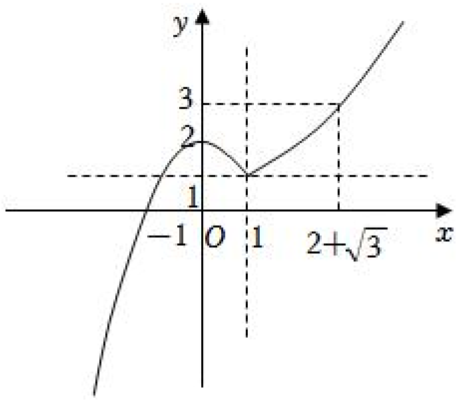
14．（6 分）已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2, x\leqslant 1,\\ x+\frac{1}{x}-1, x>1,\end{cases}$ 则 $f(f(\frac{1}{2}))=$__$\frac{37}{28}$__；若当 $x\in[a$ ，$b]$ 时，$1\leqslant f(x)\leqslant 3$ ，则 $b-a$ 的最大值是 ____ ．

【思路分析】直接由分段函数解析式求 $f(f(\frac{1}{2}))$ ；画出函数 $f(x)$ 的图象，数形结合得答案．

【解析】 函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2, x\leqslant 1\\ x+\frac{1}{x}-1, x>1\end{cases}$ ，$\therefore f(\frac{1}{2})=-\frac{1}{4}+2=\frac{7}{4}$ ，

$\therefore f(f(\frac{1}{2}))=f(\frac{7}{4})=\frac{7}{4}+\frac{4}{7}-1=\frac{37}{28}$ ；

作出函数 $f(x)$ 的图象如图：



由图可知，若当 $x\in[a$ ，$b]$ 时，$1\leqslant f(x)\leqslant 3$ ，则 $b-a$ 的最大值是 $2+\sqrt{3}-(-1)=3+\sqrt{3}$ ．

故答案为：$\frac{37}{28}$ ；$3+\sqrt{3}$ ．

【试题评价】本题考查函数值的求法，考查分段函数的应用，考查数形结合思想，是中档题．

15．（6 分）现有 7 张卡片，分别写上数字 1，2，2，3，4，5，6．从这 7 张卡片中随机抽取 3 张，记所抽取卡片上数字的最小值为 ξ ，则 $P(\xi=2)=$__$\frac{16}{35}$__，$E(\xi)=$____ ．

【思路分析】根据组合数公式，古典概型的概率公式，离散型随机变量的均值定义即可求解．

【解析】根据题意可得：ξ 的取值可为 1，2，3，4，

又 $P(\xi=1)=\frac{C_6^2}{C_7^3}=\frac{3}{7}$ ，

$P(\xi=2)=\frac{C_2^1\cdot C_4^2+C_2^2\cdot C_4^1}{C_7^3}=\frac{16}{35}$ ，

$P(\xi=3)=\frac{C_3^2}{C_7^3}=\frac{3}{35}$ ，