浙江省温州市永嘉县翔宇中学2023-2024学年高三5月质量检测试题（A卷）数学试题文试题

注意事项：
1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

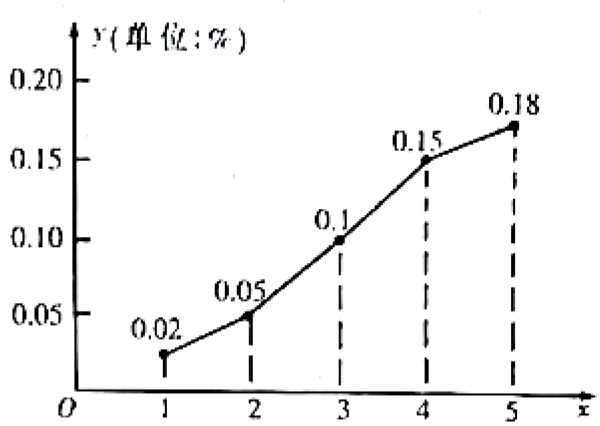
1．已知i是虚数单位，则$(2+i)i=$（　）

A． $1+2i$　　**B．** $-1+2i$　　**C．** $-1-2i$　　**D．** $1-2i$

2．在$(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$的展开式中，含$x^3$的项的系数是（　　）

A．74　　**B．121**　　**C．** -74　　**D．** -121

3． 5G网络是一种先进的高频传输技术，我国的5G技术发展迅速，已位居世界前列.华为公司**2019**年**8**月初推出了一款5G手机，现调查得到该款5G手机上市时间x和市场占有率y（单位：**%**）的几组相关对应数据.如图所示的折线图中，横轴**1**代表**2019**年**8**月，**2**代表**2019**年**9**月**……**，**5**代表**2019**年**12**月，根据数据得出y关于x的线性回归方程为$\hat{y}=0.042x+\hat{a}$.若用此方程分析并预测该款手机市场占有率的变化趋势，则最早何时该款5G手机市场占有率能超过**0.5%**（精确到月）（　　）



A．2020年**6**月　　**B．2020**年**7**月　　**C．2020**年**8**月　　**D．2020**年**9**月

4．若点(□, □)位于由曲线□ = |□ − 2| + 1与□ = 3围成的封闭区域内（包括边界），则$\frac{□+1}{□-2}$的取值范围是（　）

A． $[-3,1]$　　**B．** $[-3,5]$　　**C．** $(-\infty,-3]\cup[5,+\infty)$　　**D．** $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$

5．函数$y=\sin x(3\sin x+4\cos x)$ $(x\in R)$的最大值为M，最小正周期为T，则有序数对(M,T)为（　　）

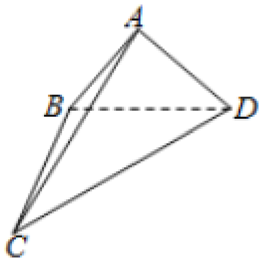
A．$(5,\pi)$　　B．$(4,\pi)$　　C．$(-1,2\pi)$　　D．$(4,2\pi)$

6．已知命题 p："$a>b$"是"$2^a>2^b$"的充要条件；$q:\exists x\in\mathbf{R}$，$|x+1|\le x$，则（　　）

A．$(\neg p)\vee q$ 为真命题　　B．$p\vee q$ 为真命题

C．$p\wedge q$ 为真命题　　D．$p\wedge(\neg q)$ 为假命题

7．如图，四面体 $ABCD$ 中，面 ABD 和面 BCD 都是等腰直角三角形，$AB=\sqrt{2}$，$\angle BAD=\angle CBD=\dfrac{\pi}{2}$，且二面角 $A-BD-C$ 的大小为 $\dfrac{2\pi}{3}$，若四面体 $ABCD$ 的顶点都在球 O 上，则球 O 的表面积为（　　）

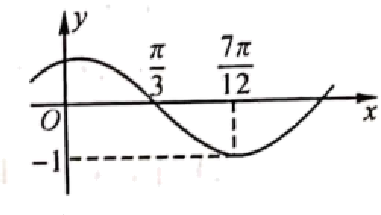


A．$\dfrac{22\pi}{3}$　　B．$\dfrac{28\pi}{3}$　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　D．$\dfrac{2\pi}{3}$

8．已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，若 $a_6+a_7+a_8=26$，且 $a_5\cdot a_9=36$，则 $\dfrac{1}{a_6}+\dfrac{1}{a_7}+\dfrac{1}{a_8}=$（　　）

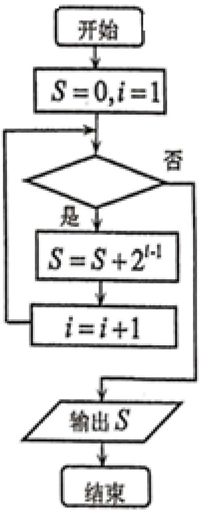
A．$\dfrac{13}{18}$　　B．$\dfrac{13}{18}$ 或 $\dfrac{19}{36}$　　C．$\dfrac{13}{9}$　　D．$\dfrac{13}{6}$

9．$f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$ 的图象如图所示，$g(x)=-A\sin(\omega x-\varphi)$，若将 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $a(a>0)$ 个单位长度后所得图象与 $y=g(x)$ 的图象重合，则 a 可取的值的是（　　）



A．$\dfrac{1}{12}\pi$　　B．$\dfrac{5}{12}\pi$　　C．$\dfrac{7}{12}\pi$　　D．$\dfrac{11}{12}\pi$

10．执行下面的程序框图，若输出的 S 的值为 63，则判断框中可以填入的关于 i 的判断条件是（　　）



A．$i\le 5$　　B．$i\le 6$　　C．$i\le 7$　　D．$i\le 8$

11．已知函数 $f(x)=m(x-1)-(x-2)e^{x-e}$（e 为自然对数底数），若关于 x 的不等式 $f\left(x\right)>0$ 有且只有一个正整数解，则实数 m 的最大值为（　　）

A．$\dfrac{e^3+e}{2}$　　B．$\dfrac{e^2+e}{2}$　　C．$\dfrac{e^3-e}{2}$　　D．$\dfrac{e^2-e}{2}$

12．在$\triangle ABC$ 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，且 $|\overrightarrow{AB}|=1,|\overrightarrow{AC}|=2$，$\angle BAC=120°$，则 $|\overrightarrow{EB}|=$（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{19}}{4}$　　B．$\dfrac{\sqrt{11}}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$(x+\dfrac{1}{x}-2)^4$ 的展开式中 x^2 的系数为____.

14．已知 ΔABC 内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．$a=4$，$b=\sqrt{6}$，$A=\dfrac{\pi}{3}$ 则 $\cos 2B=$________.

15．已知变量□，□满足约束条件 $\begin{cases} □-□\le 0 \\ □+2□\le 3 \\ 4□-□\ge -6 \end{cases}$，则□ = □ − 2□的最小值为________.

16．在一次体育水平测试中，甲、乙两校均有 100 名学生参加，其中:甲校男生成绩的优秀率为 70%，女生成绩的优秀率为 50%;乙校男生成绩的优秀率为 60%，女生成绩的优秀率为 40%.对于此次测试，给出下列三个结论:

①甲校学生成绩的优秀率大于乙校学生成绩的优秀率;

②甲、乙两校所有男生成绩的优秀率大于甲、乙两校所有女生成绩的优秀率;

③甲校学生成绩的优秀率与甲、乙两校所有学生成绩的优秀率的大小关系不确定.其中，所有正确结论的序号是__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）某大型公司为了切实保障员工的健康安全，贯彻好卫生防疫工作的相关要求，决定在全公司范围内举行一次 NCP 普查，为此需要抽验 **1000** 人的血样进行化验，由于人数较多，检疫部门制定了下列两种可供选择的方案.方案①：将每个人的血分别化验，这时需要验 **1000** 次.方案②：按 k 个人一组进行随机分组，把从每组 k 个人抽来的血混合在一起进行检验，如果每个人的血均为阴性，则验出的结果呈阴性，这 k 个人的血只需检验一次（这时认为每个人的血化验 $\frac{1}{k}$ 次）；否则，若呈阳性，则需对这 k 个人的血样再分别进行一次化验，这样，该组 k 个人的血总共需要化验 $k+1$ 次.假设此次普查中每个人的血样化验呈阳性的概率为 p ，且这些人之间的试验反应相互独立.

（1）设方案②中，某组 k 个人的每个人的血化验次数为 X ，求 X 的分布列；

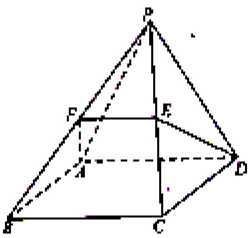
（2）设 $p=0.1$，试比较方案②中，分别取 2，3，4 时，各需化验的平均总次数；并指出在这三种分组情况下，相比方案①，化验次数最多可以平均减少多少次？（最后结果四舍五入保留整数）

18．（12 分）已知椭圆 C ：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的两个焦点是 F_1 ，F_2 ，$M\left(\sqrt{2},1\right)$ 在椭圆 C 上，且 $\left|MF_1\right|+\left|MF_2\right|=4$ ，O 为坐标原点，直线 l 与直线 OM 平行，且与椭圆交于 A ，B 两点.连接 MA 、MB 与 x 轴交于点 D ，E .

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）求证：$\left|\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}\right|$ 为定值.

19．（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=\sqrt{3}$ ，$AD=2$ ，$\triangle PAD$ 为正三角形，且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$ ，E 、F 分别为 PC 、PB 的中点.



（1）证明：$EF//$ 平面 PAD ；

（2）求几何体 $ABCDEF$ 的体积.

20．（12 分）ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c ，且 $(\sin A+\sin B)(a-b)+b\sin C=c\sin C$.

（1）求 A ；

（2）若 $b=2c$ ，点 D 为边 BC 的中点，且 $AD=\sqrt{7}$ ，求 ΔABC 的面积.

21．（12 分）椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>1)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2 ，椭圆 E 上两动点 P,Q 使得四边形 PF_1QF_2

为平行四边形，且平行四边形PF_1QF_2的周长和最大面积分别为**8**和$2\sqrt{3}$.

（1）求椭圆E的标准方程；

（2）设直线PF_2与椭圆E的另一交点为M，当点F_1在以线段PM为直径的圆上时，求直线PF_2的方程.

22.（10分）已知倾斜角为$\dfrac{\pi}{4}$的直线经过抛物线$C:x^2=2py(p>0)$的焦点F，与抛物线C相交于A、B两点，且$|AB|=8$.

（1）求抛物线C的方程；

（2）设P为抛物线C上任意一点（异于顶点），过P做倾斜角互补的两条直线l_1、l_2，交抛物线C于另两点C、D，记抛物线C在点P的切线l的倾斜角为α，直线CD的倾斜角为β，求证：α与β互补.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**B**

【解析】

根据复数的乘法运算法则，直接计算，即可得出结果.

【详解】

$(2+i)i=2i-1=-1+2i$.

故选**B**

【点睛】

本题主要考查复数的乘法，熟记运算法则即可，属于基础题型.

2、**D**

【解析】

根据$(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$，利用通项公式得到含$x^3$的项为：$(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3)(-x)^3$，进而得到其系数，

【详解】

因为在 $(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$，

所以含 x^3 的项为：$\left(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3\right)\left(-x\right)^3$，

所以含 x^3 的项的系数是的系数是 $-\left(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3\right)$，

$=-\left(10+20+35+56\right)=-121$，

故选：D

【点睛】

本题主要考查二项展开式及通项公式和项的系数，还考查了运算求解的能力，属于基础题，

3、C

【解析】

根据图形，计算出 $\overline{x},\overline{y}$，然后解不等式即可.

【详解】

解：$\overline{x}=\frac{1}{5}\times(1+2+3+4+5)=3$，$\overline{y}=\frac{1}{5}\times(0.02+0.05+0.1+0.15+0.18)=0.1$

点 $\left(3,0.1\right)$ 在直线 $\hat{y}=0.042x+\hat{a}$ 上

$0.1=0.042\times3+\hat{a}$，$\hat{a}=-0.026$

$\hat{y}=0.042x-0.026$

令 $\hat{y}=0.042x-0.026>0.5$

$x\geq13$

因为横轴 1 代表 2019 年 8 月，所以横轴 13 代表 2020 年 8 月，

故选：C

【点睛】

考查如何确定线性回归直线中的系数以及线性回归方程的实际应用，基础题.

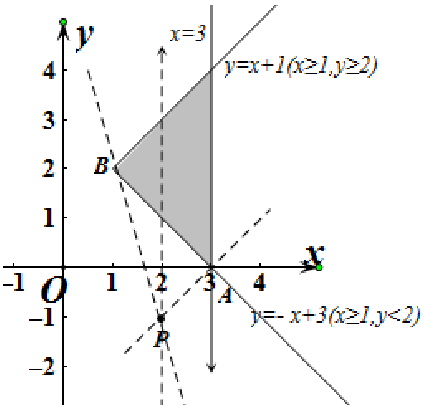
4、D

【解析】

画出曲线 $\square=|\square-2|+1$ 与 $\square=3$ 围成的封闭区域，$\frac{\square+1}{\square-2}$ 表示封闭区域内的点 $(\square,\square)$ 和定点 $(2,-1)$ 连线的斜率，然后结合图形求解可得所求范围.

【详解】

画出曲线 $\square=|\square-2|+1$ 与 $\square=3$ 围成的封闭区域，如图阴影部分所示.



$\frac{□+1}{□-2}$表示封闭区域内的点$(□,□)$和定点$□(2,-1)$连线的斜率，

设$□=\frac{□+1}{□-2}$，结合图形可得$□\geq □_{□□}$或$□\leq □_{□□}$，

由题意得点 **A,B** 的坐标分别为$□(3,0),□(1,2)$，

∴$□_{□□}=\frac{1}{3-2}=1,□_{□□}=\frac{2-(-1)}{1-2}=-3$，

∴$□\geq 1$或$□\leq -3$，

∴$\frac{□+1}{□-2}$的取值范围为$(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$．

故选 **D**．

【点睛】

解答本题的关键有两个：一是根据数形结合的方法求解问题，即把$\frac{□+1}{□-2}$看作两点间连线的斜率；二是要正确画出两曲线所围成的封闭区域．考查转化能力和属性结合的能力，属于基础题．

5、**B**

【解析】

函数 $y=\sin x(3\sin x+4\cos x)=3\sin^2 x+4\sin x\cos x=2\sin 2x-\frac{3}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}\sin(2x-\theta)+\frac{3}{2}$ （θ为辅助角）

∴函数的最大值为$M=4$，最小正周期为$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$

故选 **B**

6、**B**

【解析】

由 $y=2^x$ 的单调性，可判断 **p** 是真命题；分类讨论打开绝对值，可得 **q** 是假命题，依次分析即得解

【详解】

由函数 $y=2^x$ 是 **R** 上的增函数，知命题 **p** 是真命题.

对于命题 **q**，当 $x+1\geq 0$，即 $x\geq -1$ 时，$|x+1|=x+1>x$；

当 $x+1<0$，即 $x<-1$ 时，$|x+1|=-x-1$，

由 $-x-1\leq x$，得 $x=-\frac{1}{2}$，无解，

因此命题 **q** 是假命题. 所以 $(\neg p)\vee q$ 为假命题，**A** 错误；

$p\vee q$ 为真命题，**B** 正确；

$p\wedge q$ 为假命题，**C** 错误；

$p\wedge(\neg q)$ 为真命题，**D** 错误.

故选：**B**

【点睛】

本题考查了命题的逻辑连接词，考查了学生逻辑推理，分类讨论，数学运算的能力，属于中档题.

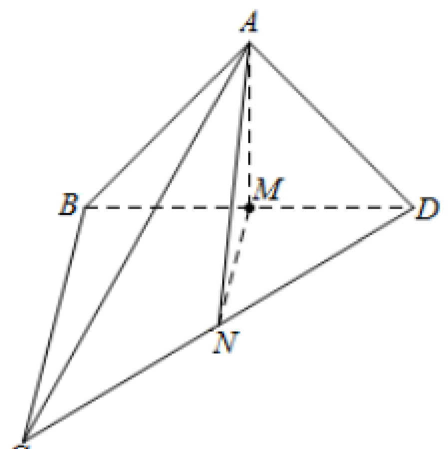
7、**B**

【解析】

分别取 BD、CD 的中点 M、N，连接 AM、MN、AN，利用二面角的定义转化二面角 $A-BD-C$ 的平面角为 $\angle AMN=\frac{2\pi}{3}$，然后分别过点 M 作平面 ABD 的垂线与过点 N 作平面 BCD 的垂线交于点 O，在 $Rt\Delta OMN$ 中计算出 OM，再利用勾股定理计算出 OA，即可得出球 O 的半径，最后利用球体的表面积公式可得出答案.

【详解】

如下图所示，

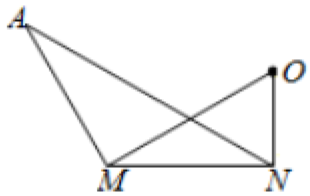


分别取 BD、CD 的中点 M、N，连接 AM、MN、AN，

由于 ΔABD 是以 $\angle BAD$ 为直角等腰直角三角形，M 为 BD 的中点，$\therefore AM\perp BD$， Q $\angle CBD=\dfrac{\pi}{2}$，且 M 、N 分别为 BD、CD 的中点，所以，$MN//BC$，所以，$MN\perp BD$，所以二面角 $A-BD-C$ 的平面角为 $\angle AMN=\dfrac{2\pi}{3}$，

Q $AB=AD=\sqrt{2}$，则 $BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=2$，且 $BC=2$，所以，$AM=\dfrac{1}{2}BD=1$，$MN=\dfrac{1}{2}BC=1$，

Q ΔABD 是以 $\angle BAD$ 为直角的等腰直角三角形，所以，ΔABD 的外心为点 M，同理可知，ΔBCD 的外心为点 N，分别过点 M 作平面 ABD 的垂线与过点 N 作平面 BCD 的垂线交于点 O，则点 O 在平面 AMN 内，如下图所示，



由图形可知，$\angle OMN=\angle AMN-\angle AMO=\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\pi}{2}=\dfrac{\pi}{6}$，

在 $Rt\Delta OMN$ 中，$\dfrac{MN}{OM}=\cos\angle OMN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore OM=\dfrac{MN}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以，$OA=\sqrt{OM^2+AM^2}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$，

所以，球 O 的半径为 $R=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$，因此，球 O 的表面积为 $4\pi R^2=4\pi\times\left(\dfrac{\sqrt{21}}{3}\right)^2=\dfrac{28\pi}{3}$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查球体的表面积，考查二面角的定义，解决本题的关键在于找出球心的位置，同时考查了计算能力，属于中等题.

8、**A**

【解析】

根据等比数列的性质可得 $a_5\cdot a_9=a_6\cdot a_8=a_7^2=36$，通分化简即可.

【详解】

由题意，数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，则 $a_5\cdot a_9=a_6\cdot a_8=a_7^2=36$，

又 $\boldsymbol{a_6+a_7+a_8=26}$，即 $a_6+a_8=26-a_7$，

所以，$\dfrac{1}{a_6}+\dfrac{1}{a_7}+\dfrac{1}{a_8}=\dfrac{a_7\cdot a_8+a_6\cdot a_8+a_6\cdot a_7}{a_6\cdot a_7\cdot a_8}=\dfrac{36+a_7\cdot(a_6+a_8)}{36\cdot a_7}=\dfrac{36+a_7\cdot(26-a_7)}{36\cdot a_7}$，