2024 届内蒙古土默特左旗一中高三下学期期末联合考试数学试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$PA=\sqrt{5}$，E 为 PC 的中点，则异面直线 BE 与 PD 所成角的余弦值为（　　）

A．$-\frac{\sqrt{13}}{39}$　　B．$\frac{\sqrt{13}}{39}$　　C．$-\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{5}$

2．为了得到函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，只需把函数 $y=\sin 2x$ 的图象上所有的点（　　）

A．向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度　　B．向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

C．向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度　　D．向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

3．在 ΔABC 中，内角 A 的平分线交 BC 边于点 D，$AB=4$，$AC=8$，$BD=2$，则 ΔABD 的面积是（　　）

A．$16\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{15}$　　C．3　　D．$8\sqrt{3}$

4．已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，抛物线上任意一点 P，且 $PQ\perp y$ 轴交 y 轴于点 Q，则 $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PF}$ 的最小值为（　　）

A．$-\frac{1}{4}$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．-1　　D．1

5．$\left|\frac{i^{2020}}{1-i}\right|=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．1　　D．$\frac{1}{4}$

6．已知 P 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 渐近线上一点，F_1，F_2 是双曲线的左、右焦点，$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{2}$，记 PF_1，PO，PF_2 的斜率为 k_1，k，k_2，若 k_1，$-2k$，k_2 成等差数列，则此双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{6}$

7．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AD\perp AB$，$\overrightarrow{BD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}(x,y\in R)$，$\left|\overrightarrow{AD}\right|=2$，且 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=12$，则 $2x+y=$（　　）



A．1　　B．$-\frac{2}{3}$　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{3}{4}$

8．已知函数 $f(x)=\cos x$ 与 $g(x)=\sin(2x+\varphi)(0,,\ \varphi<\pi)$ 的图象有一个横坐标为 $\frac{\pi}{3}$ 的交点，若函数 $g(x)$ 的图象的纵坐标不变，横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍后，得到的函数在 $[0,2\pi]$ 有且仅有 5 个零点，则 ω 的取值范围是(　　)

A．$\left[\frac{29}{24},\frac{35}{24}\right)$　　B．$\left[\frac{29}{24},\frac{35}{24}\right]$

C．$\left(\frac{29}{24},\frac{35}{24}\right)$　　D．$\left(\frac{29}{24},\frac{35}{24}\right]$

9．已知双曲线 C 的一个焦点为 $(0,5)$，且与双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线相同，则双曲线 C 的标准方程为(　　)

A．$x^2-\frac{y^2}{4}=1$　　B．$\frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{20}=1$　　C．$\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　D．$y^2-\frac{x^2}{4}=1$

10．若 $x+yi\ (x,y\in\mathbf{R})$ 与 $\frac{3+i}{1-i}$ 互为共轭复数，则 $x+y=$（　　）

A．0　　B．3　　C．−1　　D．4

11．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{m^x}{m^x+1}+2018\tan x+x^2\left(m>0,m\neq1\right)$，若 $f\left(1\right)=3$，则 $f\left(-1\right)$ 等于（　　）

A．-3　　B．-1　　C．3　　D．0

12．已知变量 *x*，*y* 间存在线性相关关系，其数据如下表，回归直线方程为 $\hat{y}=2.1x+0.85$，则表中数据 *m* 的值为（　　）

变量 *x*	0	1	2	3
变量 *y*	*m*	3	5.5	7

A．0.9　　B．0.85　　C．0.75　　D．0.5

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知 $\left(ax+b\right)^6$ 的展开式中 x^4 项的系数与 x^5 项的系数分别为 135 与 -18，则 $\left(ax+b\right)^6$ 展开式所有项系数之和为_____.

14．已知 a，b，c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A，B，C 的对边，$a=\sqrt{2}$，$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$b=\sqrt{6}$，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

15.已知点 P 是抛物线 $x^2=4y$ 上动点， F 是抛物线的焦点，点 A 的坐标为 $(0,-1)$，则 $\dfrac{PF}{PA}$ 的最小值为_____.

16．已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$，曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=1$ 相交，若存在相邻两个交点间的距离为 $\dfrac{\pi}{3}$，则 ω 可取到的最大值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$）满足下列 3 个条件中的 2 个条件：

①函数 $f(x)$ 的周期为 π；

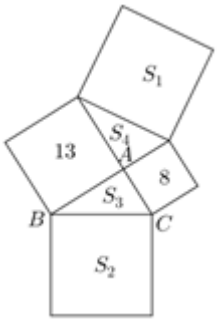
②$x=\dfrac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的对称轴；

③$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$ 且在区间 $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上单调.

（Ⅰ）请指出这二个条件，并求出函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）若 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$，求函数 $f(x)$ 的值域.

18.（12 分）某市计划在一片空地上建一个集购物、餐饮、娱乐为一体的大型综合园区，如图，已知两个购物广场的占地都呈正方形，它们的面积分别为 13 公顷和 8 公顷；美食城和欢乐大世界的占地也都呈正方形，分别记它们的面积为 S_1 公顷和 S_2 公顷；由购物广场、美食城和欢乐大世界围成的两块公共绿地都呈三角形，分别记它们的面积为 S_3 公顷和 S_4 公顷.



（1）设 $\angle BAC=\theta$，用关于 θ 的函数 $S(\theta)$ 表示 $S_1+S_2+S_3+S_4$，并求 $S(\theta)$ 在区间 $(0,\pi)$ 上的最大值的近似值（精确到 0.001 公顷）；

（2）如果 $S_1+S_2+S_3+S_4=52$，并且 $S_1<S_2$，试分别求出 S_1、S_2、S_3、S_4 的值.

19.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\ln\left(x+1\right)+\dfrac{a}{x+2}$，其中 a 为实常数.

（1）若存在 $n>m\geq-1$，使得 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left(m,n\right)$ 内单调递减，求 a 的取值范围；

（2）当$a=0$时，设直线$y=kx-1$与函数$y=f\left(x\right)$的图象相交于不同的两点$A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，证明：

$x_1+x_2+2>\frac{2}{k}$.

20.（12分）已知函数$f\left(x\right)=e^{ax}-x$（$a\in R$，e为自然对数的底数），$g\left(x\right)=\ln x+mx+1$.

（1）若$f\left(x\right)$有两个零点，求实数a的取值范围；

（2）当$a=1$时，$x\left[f\left(x\right)+x\right]\geq g\left(x\right)$对任意的$x\in\left(0,+\infty\right)$恒成立，求实数$m$的取值范围.

21.（12分）已知圆$O_1:\left(x+1\right)^2+y^2=8$上有一动点$Q$，点$O_2$的坐标为$\left(1,0\right)$，四边形$QO_1O_2R$为平行四边形，线段$O_1R$的垂直平分线交$O_2R$于点$P$.

（Ⅰ）求点P的轨迹C的方程；

（Ⅱ）过点O_2作直线与曲线C交于A，B两点，点K的坐标为$\left(2,1\right)$，直线KA，KB与y轴分别交于M，N两点，求证：线段MN的中点为定点，并求出$\triangle KMN$面积的最大值.

22.（10分）已知数列$\left\{a_n\right\}$满足$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2}{a_n}$且$a_1=\frac{1}{2}$

（1）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（2）求数列$\left\{\frac{1}{a_n}+2\mathrm{n}\right\}$的前$n$项和$S_n$.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由题意建立空间直角坐标系，表示出各点坐标后，利用$\cos\left\langle\overrightarrow{BE},\overrightarrow{PD}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{PD}}{\left|\overrightarrow{BE}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PD}\right|}$即可得解.

【详解】

Q $PA\perp$平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，

$\therefore$ 如图建立空间直角坐标系，由题意：

$A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(2,2,0)$，$P\left(0,0,\sqrt{5}\right)$，$D(0,2,0)$，

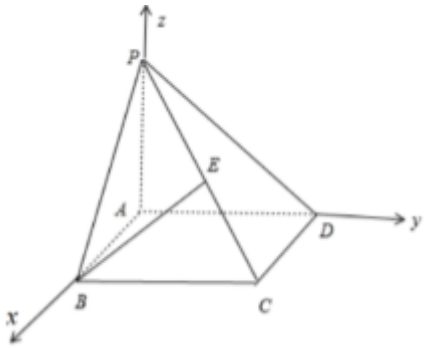
Q E 为 PC 的中点，$\therefore E\left(1,1,\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)$.

$\therefore \overrightarrow{BE}=\left(-1,1,\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)$，$\overrightarrow{PD}=\left(0,2,-\sqrt{5}\right)$，

$\therefore \cos\left\langle \overrightarrow{BE},\overrightarrow{PD}\right\rangle=\dfrac{\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{PD}}{\left|\overrightarrow{BE}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PD}\right|}=\dfrac{-\dfrac{1}{2}}{\dfrac{\sqrt{13}}{2}\cdot 3}=-\dfrac{\sqrt{13}}{39}$，

$\therefore$ 异面直线 BE 与 PD 所成角的余弦值为$\left|\cos\left\langle \overrightarrow{BE},\overrightarrow{PD}\right\rangle\right|$即为$\dfrac{\sqrt{13}}{39}$.

故选：B.



【点睛】

本题考查了空间向量的应用，考查了空间想象能力，属于基础题.

2、D

【解析】

通过变形 $f(x)=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\left[2(x-\dfrac{\pi}{12})\right]$，通过“左加右减”即可得到答案.

【详解】

根据题意 $f(x)=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\left[2(x-\dfrac{\pi}{12})\right]$，故只需把函数 $y=\sin 2x$ 的图象

上所有的点向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度可得到函数 $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象，故答案为 D.

【点睛】

本题主要考查三角函数的平移变换，难度不大.

3、B

【解析】

利用正弦定理求出CD，可得出BC，然后利用余弦定理求出$\cos B$，进而求出$\sin B$，然后利用三角形的面积公式可计算出ΔABD的面积.

【详解】

Q AD为$\angle BAC$的角平分线，则$\angle BAD=\angle CAD$.

Q $\angle ADB+\angle ADC=\pi$，则$\angle ADC=\pi-\angle ADB$，

$\therefore \sin\angle ADC=\sin\left(\pi-\angle ADB\right)=\sin\angle ADB$，

在ΔABD中，由正弦定理得$\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}=\dfrac{BD}{\sin\angle BAD}$，即$\dfrac{4}{\sin\angle ADB}=\dfrac{2}{\sin\angle BAD}$，①

在ΔACD中，由正弦定理得$\dfrac{AC}{\sin\angle ADC}=\dfrac{CD}{\sin\angle ADC}$，即$\dfrac{8}{\sin\angle ADC}=\dfrac{CD}{\sin\angle CAD}$，②

①÷②得$\dfrac{2}{CD}=\dfrac{1}{2}$，解得$CD=4$，$\therefore BC=BD+CD=6$，

由余弦定理得$\cos B=\dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=-\dfrac{1}{4}$，$\therefore \sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，

因此，ΔABD的面积为$S_{\Delta ABD}=\dfrac{1}{2}AB\cdot BD\sin B=\sqrt{15}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查三角形面积的计算，涉及正弦定理和余弦定理以及三角形面积公式的应用，考查计算能力，属于中等题.

4、A

【解析】

设点$P\left(\dfrac{y^2}{4},y\right)$，则点$Q\left(0,y\right)$，$F\left(1,0\right)$，利用向量数量积的坐标运算可得$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PF}=\dfrac{1}{16}\left(y^2-2\right)^2-\dfrac{1}{4}$，利用二次函数的性质可得最值.

【详解】

解：设点$P\left(\dfrac{y^2}{4},y\right)$，则点$Q\left(0,y\right)$，$F\left(1,0\right)$，

$\therefore \overrightarrow{PQ}=\left(-\dfrac{y^2}{4},0\right),\overrightarrow{PF}=\left(1-\dfrac{y^2}{4},-y\right)$，

$\therefore \overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PF}=\left(-\frac{y^2}{4},0\right)\cdot\left(1-\frac{y^2}{4},-y\right)=\frac{y^4}{16}-\frac{y^2}{4}=\frac{1}{16}\left(y^2-2\right)^2-\frac{1}{4}$，

当$y^2=2$时，$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PF}$取最小值，最小值为$-\frac{1}{4}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查抛物线背景下的向量的坐标运算，考查学生的计算能力，是基础题.

5、A

【解析】

利用复数的乘方和除法法则将复数$\frac{i^{2020}}{1-i}$化为一般形式，结合复数的模长公式可求得结果.

【详解】

$i^{2020}=\left(i^4\right)^{505}=1^{505}=1$，$\frac{i^{2020}}{1-i}=\frac{1}{1-i}=\frac{1+i}{(1-i)(1+i)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$，

因此，$\left|\frac{i^{2020}}{1-i}\right|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数模长的计算，同时也考查了复数的乘方和除法法则的应用，考查计算能力，属于基础题.

6、B

【解析】

求得双曲线的一条渐近线方程，设出P的坐标，由题意求得$P(a,b)$，运用直线的斜率公式可得k_1，k，k_2，再由等差数列中项性质和离心率公式，计算可得所求值.

【详解】

设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的一条渐近线方程为$y=\frac{b}{a}x$，

且$P(m,\frac{b}{a}m)$，由$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{2}$，可得以$O$为圆心，$c$为半径的圆与渐近线交于$P$，

可得$m^2+(\frac{b}{a}m)^2=c^2$，可取$m=a$，则$P(a,b)$，

设$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，则$k_1=\frac{b}{a+c}$，$k_2=\frac{b}{a-c}$，$k=\frac{b}{a}$，

由k_1，$-2k$，k_2成等差数列，可得$-4k=k_1+k_2$，

化为$-\frac{4}{a}=\frac{2a}{a^2-c^2}$，即$c^2=\frac{3}{2}a^2$，

可得$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

故选：B.

【点睛】

本题考查双曲线的方程和性质，主要是渐近线方程和离心率，考查方程思想和运算能力，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

7、C

【解析】

由题可$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=12$,所以将已知式子中的向量用$\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$表示，可得到的$x,y$关系，再由$B,D,C$三点共线，又得到一个关于$x,y$的关系，从而可求得答案

【详解】

由$\overrightarrow{BD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则

$\overrightarrow{AD}=(x+1)\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}\cdot[(x+\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}]=(x+1)\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}$，即$4=12y$，所以$y=\frac{1}{3}$，

又B,D,C共线，则$x+1+y=1,x=-\frac{1}{3},2x+y=-\frac{1}{3}$.

故选：C

【点睛】

此题考查的是平面向量基本定理的有关知识，结合图形寻找各向量间的关系，属于中档题.

8、A

【解析】

根据题意，$\cos\frac{\pi}{3}=\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)$，求出$\varphi=\frac{\pi}{6}$，所以$g(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，根据三角函数图像平移伸缩，即可求出$\omega$的取值范围.

【详解】

已知$f(x)=\cos x$与$g(x)=\sin(2x+\varphi)(0\text{„}\ \varphi<\pi)$的图象有一个横坐标为$\frac{\pi}{3}$的交点，

则$\cos\frac{\pi}{3}=\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)$，

Q$\frac{2\pi}{3}+\varphi\in\left[\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right]$，

$\therefore \frac{2\pi}{3}+\varphi=\frac{5\pi}{6}$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{6}$，

$\therefore g(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

若函数$g(x)$图象的纵坐标不变，横坐标变为原来的$\frac{1}{\omega}$倍， 则$y=\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$，

所以当$x\in[0,2\pi]$时，$2\omega x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},4\pi\omega+\frac{\pi}{6}\right]$，

Q $f(x)$在$[0,2\pi]$有且仅有5个零点，

$\therefore 5\pi\leq 4\pi\omega+\frac{\pi}{6}<6\pi$，

$\therefore \frac{29}{24}\leq\omega<\frac{35}{24}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查三角函数图象的性质、三角函数的平移伸缩以及零点个数问题，考查转化思想和计算能力.

9、B

【解析】

根据焦点所在坐标轴和渐近线方程设出双曲线的标准方程，结合焦点坐标求解.

【详解】

∵双曲线C与$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线相同，且焦点在y轴上，

∴可设双曲线C的方程为$\frac{y^2}{k}-\frac{x^2}{4k}=1$，一个焦点为$\left(0,5\right)$，

∴$k+4k=25$，∴$k=5$，故C的标准方程为$\frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{20}=1$.

故选：B

【点睛】

此题考查根据双曲线的渐近线和焦点求解双曲线的标准方程，易错点在于漏掉考虑焦点所在坐标轴导致方程形式出错.

10、C

【解析】

计算$\frac{3+i}{1-i}=1+2i$，由共轭复数的概念解得x,y即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/737022030155006141