

2024 届云南省澄江县第二中学下学期高三年级期末学习质量评估数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{y \mid y = 2^x, x > 0\}$, $N = \{x \mid y = \lg(2x - \square^2)\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(1, 2)$ C. $[2, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

2. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $a_2 = -5$, $S_4 = -16$, 则 $a_6 =$ ()

- A. 5 B. 3 C. -12 D. -13

3. 已知集合 $A = \{x \mid x > -1\}$, 集合 $B = \{x \mid x(x+2) < 0\}$, 那么 $A \cup B$ 等于 ()

- A. $\{x \mid x > -2\}$ B. $\{x \mid -1 < x < 0\}$ C. $\{x \mid x > -1\}$ D. $\{x \mid -1 < x < 2\}$

4. 已知 i 为虚数单位, 实数 x, y 满足 $(x+2i)i = y-i$, 则 $|x-yi| =$ ()

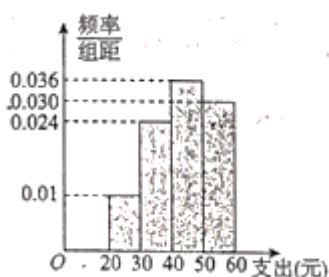
- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

5. 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过 F_2 的直线交椭圆于 A, B 两点, 且 $\overrightarrow{AF_1} \cdot \overrightarrow{AF_2} = 0$,

$\overrightarrow{AF_2} = 2\overrightarrow{F_2B}$, 则椭圆 E 的离心率为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

6. 某学校为了调查学生在课外读物方面的支出情况, 抽取了一个容量为 n 的样本, 其频率分布直方图如图所示, 其中支出在 $[20, 40)$ (单位: 元) 的同学有 34 人, 则 n 的值为 ()



- A. 100 B. 1000 C. 90 D. 90

7. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$, 集合 $A = \{x | f(x) \leq 0\}$, $B = \{x | f'(x) \leq 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A.** $[-1,0]$ **B.** $[-1,2]$
- C.** $[0,1]$ **D.** $(-\infty,1] \cup [2,+\infty)$

8. 设 $a = \log_2 3$, $b = \log_4 6$, $c = 5^{-0.1}$, 则 ()

- A.** $a > b > c$ **B.** $b > a > c$ **C.** $c > a > b$ **D.** $c > b > a$

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0$, $b > 0$) 的左、右焦点分别为 E, F , 以 OF (O 为坐标原点) 为直径的圆 C 交双曲线于 A, B 两点, 若直线 AE 与圆 C 相切, 则该双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线与直线 $3x - y + 5 = 0$ 垂直, 则双曲线 C 的离心率等于()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{2}$

11. 设函数 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域都为 R , 且 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 则下列结论正确的是 ()

- A. $f(x) \cdot g(x)$ 是偶函数
- B. $|f(x)| \cdot g(x)$ 是奇函数
- C. $f(x) \cdot |g(x)|$ 是奇函数
- D. $|f(x) \cdot g(x)|$ 是奇函数

12. 已知 m 为一条直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列说法正确的是 ()

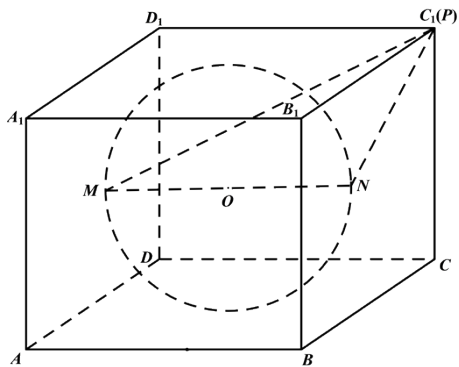
- A. 若 $m // \alpha, \alpha // \beta$, 则 $m // \beta$ B. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha$, 则 $m \perp \beta$
C. 若 $m // \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \beta$ D. 若 $m \perp \alpha, \alpha // \beta$, 则 $m \perp \beta$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，其图象关于直线 $x=1$ 对称，当 $x \in (0,1]$ 时， $f(x) = -e^{ax}$ （其中 e 是自然对数的底数，若 $f(2020 - \ln 2) = 8$ ，则实数 a 的值为_____.

14. 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABD$ 与 $\triangle BDC$ 都是边长为 2 的等边三角形, 且平面 $ABD \perp$ 平面 BDC , 则该四面体外接球的体积为 _____.

15. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, MN 是它的内切球的一条弦(我们把球面上任意两点之间的线段称为球的弦), P 为正方体表面上的动点, 当弦 MN 的长度最大时, $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的取值范围是 _____.



16. 已知多项式 $(x+1)^3(x+2)^2=x^5+a_1x^4+a_2x^3+a_3x^2+a_4x+a_5$ ，则 $a_4=$ _____， $a_5=$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 某调查机构对某校学生做了一个是否同意生“二孩”抽样调查，该调查机构从该校随机抽查了 100 名不同性别的学生，调查统计他们是同意父母生“二孩”还是反对父母生“二孩”，现已得知 100 人中同意父母生“二孩”占 60%，统计情况如下表：

	同意	不同意	合计
男生	a	5	
女生	40	d	
合计			100

- (1) 求 a, d 的值，根据以上数据，能否有 97.5%的把握认为是否同意父母生“二孩”与性别有关?请说明理由；
- (2) 将上述调查所得的频率视为概率，现在从所有学生中，采用随机抽样的方法抽取 4 位学生进行长期跟踪调查，记被抽取的 4 位学生中持“同意”态度的人数为 X ，求 X 的分布列及数学期望。

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(k^2 \geq k_0)$	0.15	0.100	0.050	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

18. (12 分) 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，圆 $O: x^2 + y^2 = 2$ 与 x 轴正半轴交于点 A ，圆 O 在点

A 处的切线被椭圆 C 截得的弦长为 $2\sqrt{2}$ 。

- (1) 求椭圆 C 的方程；

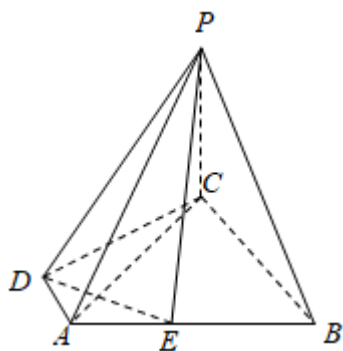
(2) 设圆 O 上任意一点 P 处的切线交椭圆 C 于点 M, N , 试判断 $|PM| \cdot |PN|$ 是否为定值? 若为定值, 求出该定值; 若不是定值, 请说明理由.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = 1 + 2x - \frac{2a}{x} - 6a \ln x$ 存在一个极大值点和一个极小值点.

(1) 求实数 a 的取值范围;

(2) 若函数 $f(x)$ 的极大值点和极小值点分别为 x_1 和 x_2 , 且 $f(x_1) + f(x_2) < 2 - 6e$, 求实数 a 的取值范围. (e 是自然对数的底数)

20. (12 分) 如图所示, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PC \perp$ 底面 $ABCD$, $PC = CD = 2$, E 为 AB 的中点, 底面四边形 $ABCD$ 满足 $\angle ADC = \angle DCB = 90^\circ$, $AD = 1$, $BC = 1$.



(I) 求证: 平面 $PDE \perp$ 平面 PAC ;

(II) 求直线 PC 与平面 PDE 所成角的正弦值;

(III) 求二面角 $D-PE-B$ 的余弦值.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = ax \ln x + b$ (a, b 为实数) 的图像在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = x - 1$.

(1) 求实数 a, b 的值及函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设函数 $g(x) = \frac{f(x)+1}{x}$, 证明 $g(x_1) = g(x_2)$ ($x_1 < x_2$) 时, $x_1 + x_2 > 2$.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 + (a - b - 1)x + b + 1$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

(1) 若 $a = 0$, 试讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $0 < a < 2, b = 1$, 实数 x_1, x_2 为方程 $f(x) = m - ax^2$ 的两不等实根, 求证: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 4 - 2a$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

$$\square = \{\square | \square = 2^{\square}, \square > 0\} = \{\square | \square > 1\},$$

$$\square = \{\square | \square = \lg(2\square - \square^2)\} = \{\square | 2\square - \square^2 > 0\}$$

$$= \{\square | \square^2 - 2\square < 0\} = \{\square | 0 < \square < 2\},$$

$$\therefore \square \cap \square = (1, 2).$$

故选B.

2、B

【解析】

由题得 $a_1 + d = -5$ ， $4a_1 + \frac{4 \times 3}{2}d = -16$ ，解得 $a_1 = -7$ ， $d = 2$ ，计算可得 a_6 。

【详解】

$$Q a_2 = -5, S_4 = -16, \therefore a_1 + d = -5, 4a_1 + \frac{4 \times 3}{2}d = -16, \text{解得 } a_1 = -7, d = 2,$$

$$\therefore a_6 = a_1 + 5d = 3.$$

故选：B

【点睛】

本题主要考查了等差数列的通项公式，前 n 项和公式，考查了学生运算求解能力。

3、A

【解析】

求出集合 B ，然后进行并集的运算即可。

【详解】

$$\because A = \{x | x > -1\}, B = \{x | -2 < x < 0\},$$

$$\therefore A \cup B = \{x | x > -2\}.$$

故选：A.

【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法，考查集合并集的概念和运算，属于基础题.

4、D

【解析】

$$\text{Q } (x+2i)i = y-i, \therefore -2+xi = y-i, \therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases},$$

$$\text{则 } |x-yi| = |-1+2i| = \sqrt{5}.$$

故选 D.

5、C

【解析】

根据 $\overline{AF_2} = 2\overline{F_2B}$ 表示出线段长度，由勾股定理，解出每条线段的长度，再由勾股定理构造出 a, c 关系，求出离心率.

【详解】

$$\text{Q } \overline{AF_2} = 2\overline{F_2B}$$

$$\text{设 } BF_2 = x, \text{ 则 } AF_2 = 2x$$

$$\text{由椭圆的定义，可以得到 } AF_1 = 2a - 2x, BF_1 = 2a - x$$

$$\text{Q } \overline{AF_1} \cdot \overline{AF_2} = 0, \therefore AF_1 \perp AF_2$$

$$\text{在 Rt}\triangle AF_1B \text{ 中，有 } (2a-2x)^2 + (3x)^2 = (2a-x)^2, \text{ 解得 } x = \frac{a}{3}$$

$$\therefore AF_2 = \frac{2a}{3}, AF_1 = \frac{4a}{3}$$

$$\text{在 Rt}\triangle AF_1F_2 \text{ 中，有 } \left(\frac{4a}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a}{3}\right)^2 = (2c)^2$$

$$\text{整理得 } \frac{c^2}{a^2} = \frac{5}{9}, \therefore e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

故选 C 项.

【点睛】

本题考查几何法求椭圆离心率，是求椭圆离心率的一个常用方法，通过几何关系，构造出 a, c 关系，得到离心率.属于中档题.

6、A

【解析】

利用频率分布直方图得到支出在 $[20, 40)$ 的同学的频率，再结合支出在 $[20, 40)$ (单位：元) 的同学有 34 人，即得解

【详解】

由题意, 支出在 $[20, 40)$ (单位: 元) 的同学有 34 人

由频率分布直方图可知, 支出在 $[20, 40)$ 的同学的频率为

$$(0.01+0.024)\times 10=0.34, \therefore n=\frac{34}{0.34}=100.$$

故选: A

【点睛】

本题考查了频率分布直方图的应用, 考查了学生概念理解, 数据处理, 数学运算的能力, 属于基础题.

7、C

【解析】

分别求解不等式得到集合 A, B , 再利用集合的交集定义求解即可.

【详解】

$$A=\{x|x^2-2x\leq 0\}=\{x|0\leq x\leq 2\}, B=\{x|2x-2\leq 0\}=\{x|x\leq 1\},$$

$$\therefore A\cap B=\{x|0\leq x\leq 1\}.$$

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了集合的基本运算, 难度容易.

8、A

【解析】

先利用换底公式将对数都化为以 2 为底, 利用对数函数单调性可比较 a, b , 再由中间值 1 可得三者的大小关系.

【详解】

$$a=\log_2 3\in(1, 2), b=\log_4 6=\log_2 \sqrt{6}\in(1, \log_2 3), c=5^{-0.1}\in(0, 1), \text{ 因此 } a>b>c, \text{ 故选: A.}$$

【点睛】

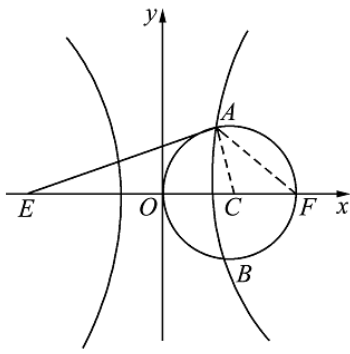
本题主要考查了利用对数函数和指数函数的单调性比较大小, 属于基础题.

9、D

【解析】

连接 CA, AF , 可得 $|EC|=\frac{3c}{2}$, 在 $\triangle ACF$ 中, 由余弦定理得 AF , 结合双曲线的定义, 即得解.

【详解】



连接 CA , AF ,

则 $|OC| = |CA| = |CF| = \frac{c}{2}$, $|OE| = c$,

所以 $|EC| = \frac{3c}{2}$, $|FC| = \frac{c}{2}$

在 $Rt\triangle EAC$ 中, $|AE| = \sqrt{2}c$, $\cos \angle ACE = \frac{1}{3}$,

故 $\cos \angle ACF = -\cos \angle ACE = -\frac{1}{3}$

在 $\triangle ACF$ 中, 由余弦定理

$$AF^2 = CA^2 + CF^2 - 2CA \cdot CF \cdot \cos \angle ACF$$

可得 $AF = \frac{\sqrt{6}}{3}c$.

根据双曲线的定义, 得 $\sqrt{2}c - \frac{\sqrt{6}}{3}c = 2a$,

所以双曲线的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{3}} = \frac{6}{3\sqrt{2} - \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

故选: D

【点睛】

本题考查了双曲线的性质及双曲线的离心率, 考查了学生综合分析, 转化划归, 数学运算的能力, 属于中档题.

10、B

【解析】

由于直线的斜率 $k=3$, 所以一条渐近线的斜率为 $k' = -\frac{1}{3}$, 即 $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$, 所以 $e = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}$, 选 B.

11、C

【解析】

根据函数奇偶性的性质即可得到结论.

【详解】

解：Q $f(x)$ 是奇函数， $g(x)$ 是偶函数，

$$\therefore f(-x) = -f(x), \quad g(-x) = g(x),$$

$f(-x)g(-x) = -f(x)g(x)$ ，故函数是奇函数，故 A 错误，

$|f(-x)|g(-x) = |f(x)|g(x)$ 为偶函数，故 B 错误，

$f(-x)g(-x) = -f(x)g(x)$ 是奇函数，故 C 正确.

$|f(-x)g(-x)| = |f(x)g(x)|$ 为偶函数，故 D 错误，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查函数奇偶性的判断，根据函数奇偶性的定义是解决本题的关键.

12、D

【解析】

A. 若 $m // \alpha, \alpha // \beta$ ，则 $m // \beta$ 或 $m \subset \beta$ ，故 A 错误；

B. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha$ ，则 $m // \beta$ 或 $m \subset \beta$ 故 B 错误；

C. 若 $m // \alpha, \alpha \perp \beta$ ，则 $m // \beta$ 或 $m \subset \beta$ ，或 m 与 β 相交；

D. 若 $m \perp \alpha, \alpha // \beta$ ，则 $m \perp \beta$ ，正确.

故选 D.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、3

【解析】

先推导出函数 $y = f(x)$ 的周期为 4，可得出 $f(2020 - \ln 2) = f(-\ln 2) = -f(\ln 2) = 8$ ，代值计算，即可求出实数 a 的值.

【详解】

由于函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，则 $f(-x) = -f(x)$ ，

又该函数的图象关于直线 $x = 1$ 对称，则 $f(1-x) = f(1+x)$ ，

所以， $f(2+x) = f[1-(1+x)] = f(-x) = -f(x)$ ，则 $f(4+x) = -f(x+2) = f(x)$ ，

所以，函数 $y = f(x)$ 是周期为 4 的周期函数，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/738035101040006117>