

# 2024 届黑龙江省绥化市普通高中数学高一下期末教学质量检测

## 模拟试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题 本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分。在每个小题给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的

1. 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{AB} = (\sqrt{3}, -1)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (1, -\sqrt{3})$ , 则  $\sin B$  等于 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$

2. 《五曹算经》是我国南北朝时期数学家甄鸾为各级政府的行政人员编撰的一部实用算术书, 其第四卷第九题如下: “今有平地聚粟, 下周三丈高四尺, 问粟几何?” 其意思为“场院内有圆锥形稻谷堆, 底面周长 3 丈, 高 4 尺, 那么这堆稻谷有多少斛?” 已知 1 丈等于 10 尺, 1 斜稻谷的体积约为 1.62 立方尺, 圆周率约为 3, 估算出堆放的稻谷约有 ( )

- A. 57.08 斜                      B. 171.24 斜                      C. 61.73 斜                      D. 185.19 斜

3. 已知函数  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - \log_2 x$ , 正实数  $a, b, c$  是公差为正数的等差数列, 且满足

$f(a)f(b)f(c) < 0$ , 若实数  $d$  是方程  $f(x) = 0$  的一个解, 那么下列四个判断: ①

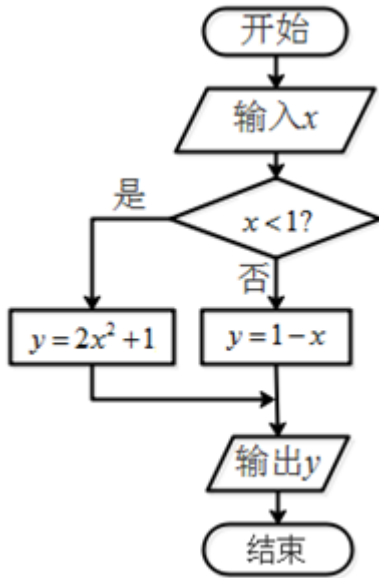
$d < a$ ; ②  $d < b$ ; ③  $d < c$ ; ④  $d > c$  中一定不成立的是 ( )

- A. ①                      B. ②③                      C. ①④                      D. ④

4. 若函数  $f(x) = \lg(x-1) + \lg(3-x) - \lg(a-x)$  只有一个零点, 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $1 < a \leq 3$  或  $a = \frac{13}{4}$                       B.  $3 \leq a < \frac{13}{4}$
- C.  $a \leq 1$  或  $a = \frac{13}{4}$                       D.  $a > \frac{13}{4}$

5. 运行如图程序, 若输入的是  $-2$ , 则输出的结果是 ( )

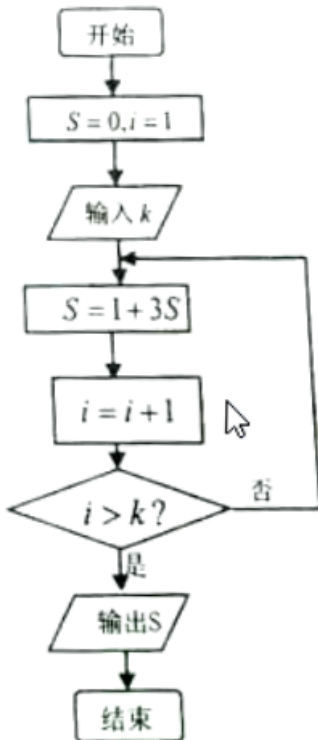


- A. 3                      B. 9                      C. 0                      D. -3

6. 等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 12$ ,  $a_2 + a_4 = 30$ , 则  $a_{10}$  的值为 ( )

- A.  $3 \times 10^{-5}$                       B.  $3 \times 2^9$   
 C. 128                      D.  $3 \times 2^{-5}$  或  $3 \times 2^9$

7. 执行如图所示的程序框图, 若输入  $k = 3$ , 则输出  $S =$  ( )



- A. 13                      B. 15                      C. 40                      D. 46

8. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $x \in R, \omega > 0$ ) 相邻两个零点之间的距离为  $\frac{\pi}{2}$ , 将

$y = f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度, 所得的函数图象关于  $y$  轴对称, 则  $\varphi$  的一个

值可能是 ( )

- A.  $\pi$                       B.  $\frac{\pi}{2}$                       C.  $\frac{\pi}{4}$                       D.  $-\frac{\pi}{4}$

9. 在区间  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  上随机取一个数  $x$ ,  $\cos x$  的值介于 0 到  $\frac{1}{2}$  之间的概率为 ( )

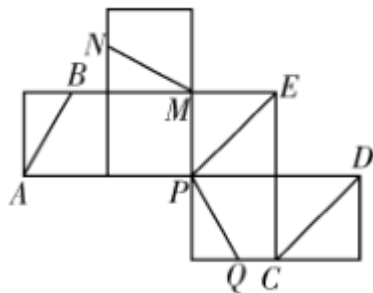
- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{2}{\pi}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{2}{3}$

10. 若函数  $f(x) = \begin{cases} -\cos \pi x, & x > 0 \\ f(x+1)+1, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $f(-\frac{4}{3})$  的值为 ( )

- A.  $-\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $\frac{5}{2}$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

11. 如图是一正方体的表面展开图.  $B$ 、 $N$ 、 $Q$  都是所在棱的中点. 则在原正方体中: ①  $MN$  与  $CD$  异面; ②  $MN \parallel$  平面  $PQC$ ; ③ 平面  $MPQ \perp$  平面  $CQN$ ; ④  $EQ$  与平面  $AQB$  形成的线面角的正弦值是  $\frac{2}{3}$ ; ⑤ 二面角  $M-BQ-E$  的余弦值为  $\frac{4}{5}$ . 其中真命题的序号是\_\_\_\_\_.



12.  $\triangle ABC$  中, 内角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对的边分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 已知  $c = b \cos C + c \cos B$ , 且  $b = 2$ ,  $B = 120^\circ$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.

13. 设  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  为单位向量, 其中  $\vec{a} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ,  $\vec{b} = \vec{e}_2$ , 且  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的射影数量为 2, 则  $\vec{e}_1$  与  $\vec{e}_2$  的夹角是\_\_\_\_\_.

14. 已知圆  $C: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$ , 直线  $l$  被圆所截得的弦的中点为  $P(5,3)$ . 则直线  $l$  的方程是\_\_\_\_\_ (用一般式直线方程表示).

15. 点  $P$  从点  $(-1,0)$  出发, 沿单位圆  $x^2 + y^2 = 1$  顺时针方向运动  $\frac{\pi}{3}$  弧长到达  $Q$  点, 则  $Q$  点的坐标为\_\_\_\_\_.

16. 已知  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $\sqrt{2}$  是  $2^x$  与  $4^y$  的等比中项, 则  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$  最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 70 分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 说：“绿水青山就是金山银山”。某地相应号召，投入资金进行生态环境建设，并以此发展旅游产业，根据规划，2018 年投入 1000 万元，以后每年投入将比上一年减少  $\frac{1}{5}$ ，本年度当地旅游业收入估计为 500 万元，由于该项建设对旅游业的促进作用，预计今后的旅游业收入每年会比上一年增加  $\frac{1}{4}$ 。

(1) 设  $n$  年内（2018 年为第一年）总投入为  $S_n$  万元，旅游业总收入为  $T_n$  万元，写出  $S_n$ 、 $T_n$  的表达式；

(2) 至少到哪一年，旅游业的总收入才能超过总投入。

(参考数据： $\lg 2 = 0.3010$ ， $\lg 3 = 0.4771$ ， $\lg 5 = 0.6990$ )

18. (1) 解方程： $\sin 2x = \cos x$ ；

(2) 有四个数，其中前三个数成等差数列，后三个数成等比数列，且第一个数与第四个数的和是 16，第二个数与第三个数的和是 12，求这四个数；

19. 已知平面向量  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{a} = (1, 2)$ 。

(1) 若  $\vec{b} = (0, 1)$ ，求  $|\vec{a} + 2\vec{b}|$  的值；

(2) 若  $\vec{b} = (2, m)$ ， $\vec{a}$  与  $\vec{a} - \vec{b}$  共线，求实数  $m$  的值。

20. 在平面直角坐标系中， $O$  为坐标原点，已知向量  $\vec{a} = (-1, 2)$ ，又点  $A(8, 0)$ ，

$B(n, t)$ ， $C(k \sin \theta, t)$ ， $\theta \in \mathbb{R}$ 。

(1) 若  $\vec{AB} \perp \vec{a}$ ，且  $|\vec{AB}| = \sqrt{5} |\vec{OA}|$ ，求向量  $\vec{OB}$ ；

(2) 若向量  $\vec{AC}$  与向量  $\vec{a}$  共线，常数  $k > 0$ ，求  $f(\theta) = t \sin \theta$  的值域。

21. 已知  $\{a_n\}$  是递增数列，其前  $n$  项和为  $S_n$ ， $a_1 > 1$ ，且  $10S_n = (2a_n + 1)(a_n + 2)$ ，

$n \in \mathbb{N}^*$ 。

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项  $a_n$ ；

(II) 是否存在  $m, n, k \in \mathbb{N}^*$  使得  $2(a_m + a_n) = a_k$  成立？若存在，写出一组符合条件的  $m, n, k$  的值；若不存在，请说明理由；

(III) 设  $b_n = a_n - \frac{n-3}{2}$ ，若对于任意的  $n \in \mathbb{N}^*$ ，不等式

$$\frac{\sqrt{5}m}{31} \leq (1 + \frac{1}{b_1})(1 + \frac{1}{b_2}) \dots (1 + \frac{1}{b_n}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2n+3}} \text{ 恒成立, 求正整数 } m \text{ 的最大值.}$$

## 参考答案

一、选择题 本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每个小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的

1、D

### 【解题分析】

先根据向量的夹角公式计算出  $\cos B$  的值，然后再根据同角的三角函数的基本关系即可求解出  $\sin B$  的值.

### 【题目详解】

因为  $\vec{AB} = (\sqrt{3}, -1)$ ，所以  $\vec{BA} = (-\sqrt{3}, 1)$ ，

$$\text{所以 } \cos B = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{-2\sqrt{3}}{2 \cdot 2} = -\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{所以 } \sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{1}{2}.$$

故选：D.

### 【题目点拨】

本题考查坐标形式下向量的夹角计算，难度较易.注意： $\vec{AB}, \vec{BC}$  的夹角并不是  $\angle B$ ，而应是  $\angle B$  的补角.

2、C

### 【解题分析】

根据圆锥的周长求出底面半径，再计算圆锥的体积，从而估算堆放的稻谷数.

### 【题目详解】

设圆锥形稻谷堆的底面半径为  $r$  尺，

则底面周长为  $l = 2\pi r = 30$  尺，解得  $r = \frac{15}{\pi}$  尺，

又高为  $h = 4$  尺，

所以圆锥的体积为  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times \left(\frac{15}{\pi}\right)^2 \times \frac{900}{3\pi} \approx 100$  (立方尺);

又  $\frac{100}{1.62} \approx 61.73$  (斛),

所以估算堆放的稻谷约有 61.73 (斛).

故选: C.

### 【题目点拨】

本题考查了锥体的体积计算问题, 也考查了实际应用问题, 是基础题.

3、D

### 【解题分析】

先判断出函数  $y = f(x)$  的单调性, 分两种情况讨论 ①  $f(a)f(b) > 0, f(c) < 0$ ; ②

$f(a), f(b), f(c) < 0$ . 结合零点存在定理进行判断.

### 【题目详解】

$f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调减, 值域为  $R$ , 又  $a < b < c, f(a)f(b)f(c) < 0$ .

(1) 若  $f(a)f(b) > 0, f(c) < 0$ , 由  $f(d) = 0$  知  $a < b < d < c$ , ③成立;

(2) 若  $f(a), f(b), f(c) < 0$ , 此时  $d < a < b < c$ , ①②③成立.

综上, 一定不成立的是④, 故选 D.

### 【题目点拨】

本题考查零点存在定理的应用, 考查自变量大小的比较, 解题时要充分考查函数的单调性, 对函数值符号不确定的, 要进行分类讨论, 结合零点存在定理来进行判断, 考查分析问题和解决问题的能力, 属于中等题.

4、A

### 【解题分析】

根据题意, 原题等价于  $\begin{cases} 1 < x < 3 \\ x < a \\ x^2 - 5x + a + 3 = 0 \end{cases}$ , 再讨论即可得到结论.

### 【题目详解】

由题  $f(x) = \lg\left(\frac{-x^2 + 4x - 3}{a - x}\right)$ , 故函数有一个零点

$$\text{等价于} \begin{cases} 1 < x < 3 \\ x < a \\ \lg\left(\frac{-x^2+4x-3}{a-x}\right) = 0 \end{cases} \quad \text{即} \begin{cases} 1 < x < 3 \\ x < a \\ x^2 - 5x + a + 3 = 0 \end{cases}$$

当  $\Delta = 0$  时,  $a = \frac{13}{4}$ ,  $x = \frac{5}{2}$ , 符合题意;

当  $\Delta > 0$ ,  $a < \frac{13}{4}$  时, 令  $g(x) = x^2 - 5x + a + 3$ ,  $a$  满足  $\begin{cases} g(1) > 0 \\ g(3) \leq 0 \end{cases}$  解得  $1 < a \leq 3$ ,

综上  $a$  的取值范围是  $1 < a \leq 3$  或  $a = \frac{13}{4}$

故选: A.

#### 【题目点拨】

本题考查函数的零点, 对数函数的性质, 二次函数根的分布问题, 考查了分类讨论思想, 属于中档题.

5、B

#### 【解题分析】

分析: 首先根据框图中的条件, 判断 -2 与 1 的大小, 从而确定出代入哪个解析式, 从而求得最后的结果, 得到输出的值.

详解: 首先判断  $-2 < 1$  成立, 代入  $y = 2x^2 + 1$  中,

得到  $y = 2 \times (-2)^2 + 1 = 9$ , 从而输出的结果为 9, 故选 B.

点睛: 该题考查的是有关程序框图的问题, 在解题的过程中, 需要注意的是要明确自变量的范围, 对应的函数解析式应该代入哪个, 从而求得最后的结果, 属于简单题目.

6、D

#### 【解题分析】

根据等比数列的通项公式得到公比, 进而得到通项.

#### 【题目详解】

设公比为  $q$ , 则  $\frac{12}{q} + 12q = 30$ ,  $\therefore 2q^2 - 5q + 2 = 0$ ,

$\therefore q = 2$  或  $q = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore a_{10} = a_3 \cdot q^7 = 12 \cdot 2^7$  或  $12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7$ ,

即  $3 \times 2^9$  或  $3 \times 2^{-5}$ .

故选 D.

#### 【题目点拨】

本题考查了等比数列通项公式的应用，属于简单题.

7、A

【解题分析】

模拟程序运行即可.

【题目详解】

程序运行循环时，变量值为 $S=1, i=2$ ，不满足 $i>3$ ； $S=4, i=3$ ，不满足 $i>3$ ；

$S=13, i=4$ ，满足 $i>3$ ，结束循环，输出 $S=13$ .

故选 A.

【题目点拨】

本题考查程序框图，考查循环结构. 解题时可模拟程序运行，观察变量值的变化，判断是否符合循环条件即可.

8、D

【解题分析】

先求周期，从而求得 $\omega$ ，再由图象变换求得 $\varphi$ .

【题目详解】

函数相邻两个零点之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$ ，则周期为 $T=2\times\frac{\pi}{2}=\pi$ ， $\therefore\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\pi}=2$ ，

$f(x)=\sin(2x+\varphi)$ ，图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位得

$g(x)=\sin[2(x-\frac{\pi}{8})+\varphi]=\sin(2x-\frac{\pi}{4}+\varphi)$ ，

此函数图象关于 $y$ 轴对称，即为偶函数， $\therefore\varphi-\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}$ ， $\varphi=k\pi+\frac{3\pi}{4}$ ，

$k\in Z$ .

$k=-1$ 时， $\varphi=-\frac{\pi}{4}$ .

故选 D.

【题目点拨】

本题考查函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象与性质. 考查图象平衡变换. 在由图象确定函数解析式时，可由最大值和最小值确定 $A$ ，由“五点法”确定周期，从而确定 $\omega$ ，再由特殊值确定 $\varphi$ .

9、A

**【解题分析】**

因为  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , 若  $\cos x \in [0, \frac{1}{2}]$ , 则  $x \in [-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}] \cup [\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ ,

$$\therefore P = \frac{(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}) \times 2}{\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})} = \frac{1}{3}, \text{ 故选 A.}$$

10、D

**【解题分析】**

根据分段函数的定义域与函数解析式的关系，代值进行计算即可。

**【题目详解】**

解：由已知  $f\left(-\frac{4}{3}\right) = f\left(-\frac{4}{3} + 1\right) + 1 = f\left(-\frac{1}{3}\right) + 1$ ,

$$\text{又 } f\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(-\frac{1}{3} + 1\right) + 1 = f\left(\frac{2}{3}\right) + 1,$$

$$\text{又 } f\left(\frac{2}{3}\right) = -\cos \frac{2}{3}\pi = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以： } f\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{1}{2} + 1 + 1 = \frac{5}{2}.$$

故选：D.

**【题目点拨】**

本题考查了分段函数的函数值计算问题，抓住定义域的范围，属于基础题。

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

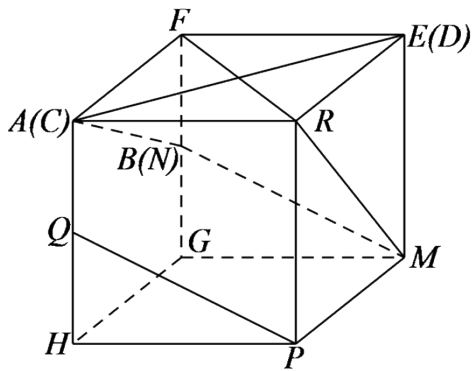
11、①②④

**【解题分析】**

将正方体的表面展开图还原成正方体，利用正方体中线线、线面以及面面关系，以及直线与平面所成角的定义和二面角的定义进行判断。

**【题目详解】**

根据条件将正方体进行还原如下图所示：



对于命题①，由图形可知，直线  $MN$  与  $CD$  异面，命题①正确；

对于命题②， $QN$ 、 $Q$  分别为所在棱的中点，易证四边形  $MNQP$  为平行四边形，

所以， $MN \parallel PQ$ ， $QMN \notin$  平面  $PQC$ ， $PQ \subset$  平面  $PQC$ ， $\therefore MN \parallel$  平面  $PQC$ ，命题②正确；

对于命题③，在正方体中， $MP \perp$  平面  $PQC$ ，

由于四边形  $MNQP$  为平行四边形， $\therefore QN \parallel MP$ ， $\therefore QN \perp$  平面  $PQC$ 。

$QC$ 、 $PQ \subset$  平面  $PQC$ ， $\therefore QN \perp CQ$ ， $QN \perp PQ$ 。

则二面角  $C-QN-P$  所成的角为  $\angle CQP$ ，显然  $\angle CQP$  不是直角，

则平面  $MPQ$  与平面  $CQN$  不垂直，命题③错误；

对于命题④，设正方体的棱长为 2，易知  $EF \perp$  平面  $AQB$ ，则  $EQ$  与平面  $AQB$  所成

的角为  $\angle EQF$ ，由勾股定理可得  $AE = 2\sqrt{2}$ ， $EQ = \sqrt{AE^2 + AQ^2} = 3$ ，

在  $Rt\triangle EFQ$  中， $\sin \angle EQF = \frac{EF}{EQ} = \frac{2}{3}$ ，即直线  $EQ$  与平面  $AQB$  所成线面角的正弦值

为  $\frac{2}{3}$ ，命题④正确；

对于命题⑤，在正方体中， $MP \perp$  平面  $MEFG$ ，且  $BQ \parallel MP$ ， $\therefore BQ \perp$  平面  $MEFG$ 。

$BE$ 、 $BM \subset$  平面  $MEFG$ ， $\therefore BQ \perp BE$ ， $BQ \perp BM$ ，

所以，二面角  $M-BQ-E$  的平面角为  $\angle MBE$ ，

在  $\triangle MBE$  中，由勾股定理得  $BM = BE = \sqrt{BF^2 + EF^2} = \sqrt{5}$ ， $ME = 2$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/738037001052006051>