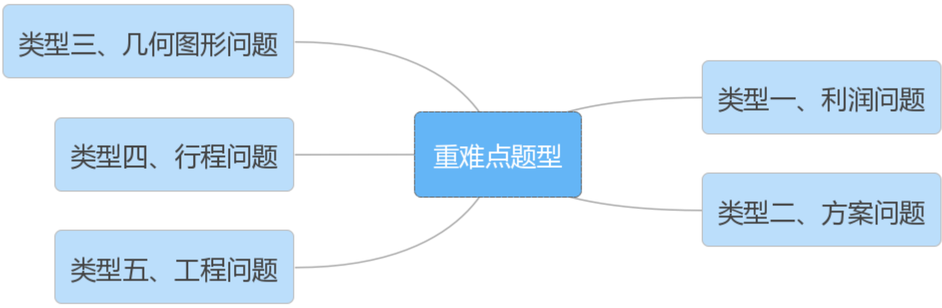
专题 06 二元一次方程组实际应用的五种考法



类型一、利润问题

例．某商场用相同的价格分两次购进 A 型和 B 型两种型号的电脑，前两次购进情况如下表．

	A 型（台）	B 型（台）	总进价（元）
第一次	20	30	210000
第二次	10	20	130000

(1)求该商场购进 A 型和 B 型电脑的单价各为多少元？

(2)已知商场 A 型电脑的标价为每台 4000 元，B 型电脑的标价为每台 6000 元，两种电脑销售一半后，为了促销，剩余的 A 型电脑打九折，B 型电脑打八折全部销售完，问两种电脑商场获利多少元？

【答案】(1)A 型电脑单价为 3000 元，B 型电脑的单价为 5000 元

(2)两种电脑商场获利 61000 元

【详解】（1）解：设 A 型电脑单价为 x 元，B 型电脑的单价为 y 元，

$$\begin{cases}20x+30y=210000\\10x+20y=130000\end{cases},$$

解得：$\begin{cases}x=3000\\y=5000\end{cases}$，

答：A 型电脑单价为 3000 元，B 型电脑的单价为 5000 元．

（2）A 型电脑获利：$(4000-3000)\times(20+30)\times\frac{1}{2}+(4000\times90\%-3000)\times(20+30)\times\frac{1}{2}=40000$（元），

B 型电脑获利：$(6000-5000)\times(10+20)\times\frac{1}{2}+(6000\times90\%-5000)\times(10+20)\times\frac{1}{2}=21000$（元），

两种电脑总获利：$40000+21000=61000$（元），

答：两种电脑商场获利 61000 元．

【变式训练1】某商场第1次用39万元购进A，B两种商品，销售完后获得利润6万元，它们的进价和售价如表（总利润=单价利润×销售量）：

价格商品	进价（元/件）	售价（元/件）
A	1200	1350
B	1000	1200

(1)该商场第1次购进A，B两种商品各多少件？

(2)商场第2次以原进价购进A，B两种商品，购进A商品的件数不变，而购进B商品的件数是第1次的2倍，A商品按原售价销售，而B商品打折销售，若两种商品销售完毕，要使得第2次经营活动获得利润等于5.4万元，则B种商品是按几折销售的？

【答案】(1)商场第1次购进A商品200件，B商品150件

(2)B种商品打九折销售的

【详解】（1）解：设第1次购进A商品x件，B商品y件.

根据题意得：$\begin{cases}1200x+1000y=390000\\(1350-1200)x+(1200-1000)y=60000\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=200\\y=150\end{cases}$.

答：商场第1次购进A商品200件，B商品150件.

（2）设B商品打m折出售.

根据题意得：$200\times(1350-1200)+150\times2\times\left(1200\times\frac{m}{10}-1000\right)=54000$，

解得：$m=9$.

答：B种商品打九折销售的.

【变式训练2】某商场从厂家购进了A、B两种品牌篮球共80个，已知购买A品牌篮球的总价比购买B品牌篮球总价的2倍还多200元，A品牌篮球每个进价100元，B品牌篮球每个进价80元.

(1)求购进A、B两种品牌篮球各多少个？

(2)在销售过程中，A品牌篮球每个售价150元，售出30个后出现滞销；商场决定打折出售剩余的A品牌篮球，B品牌篮球每个按进价加价20%销售，很快全部售出，两种品牌篮球全部售出后共获利2080元，求A品牌篮球打几折出售？

【答案】(1)购进A品牌篮球50个，购进B品牌篮球30个；(2)7折

【详解】（1）解：设购进A品牌篮球x个，则购进B品牌篮球y个，

$$\begin{cases}x+y=80\\100x=2\times 80y+200\end{cases},$$

解得$\begin{cases}x=50\\y=30\end{cases}$，

故购进A品牌篮球50个，购进B品牌篮球30个；

（2）解：设A品牌篮球打m折出售，依题意有：

$$(150-100)\times 30+(50-30)\times 150\times\frac{m}{10}-(50-30)\times 100+80\times 20\%\times 30=2080,$$

即：$1500+20\times(15m-100)+480=2080$，

解得：$m=7$，

故A品牌篮球打7折出售．

【变式训练3】平价商场经销甲、乙两种商品，甲种商品每件售价60元，利润率为50%；乙种商品每件进价50元，售价80元．

(1)甲种商品每件进价为______元，每件乙种商品所赚利润______元；

(2)若该商场进货时同时购进甲、乙两种商品共62件，恰好总进价为2600元，求购进甲、乙商品各多少件？如果这些商品全部出售，商场共获利多少元？

(3)在“五一”期间，该商场只对甲、乙两种商品进行如下的优惠促销活动：

打折前一次性购物总金额	优惠措施
少于等于450	不优惠
超过450，但不超过600	按打九折
超过600	其中600部分八点二折优惠，超过600的部分打三折优惠

按上述优惠条件，若小华一次性购买乙种商品实际付款504元，求小华在商场购买乙种商品多少件？

【答案】(1)40，30

(2)购进甲商品50件，购进乙商品12件，全部出售，商场共获利1360元．

(3)小华在该商场购买乙种商品7件或8件．

【详解】（1）解：设甲商品的进价为x，

$x(1+50\%)=60$，解得：$x=40$，

每件乙种商品所赚利润：$80-50=30$（元），故答案为：40，30；

（2）设购进甲商品 a 件，购进乙商品 b 件，

$\begin{cases} a+b=62 \\ 40a+50b=2600 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} a=50 \\ b=12 \end{cases}$，

∴购进甲商品 50 件，购进乙商品 12 件，

$50\times(60-40)+12\times(80-50)=1360$（元），

答：购进甲商品 50 件，购进乙商品 12 件，全部出售，商场共获利 1360 元.

（3）设购买乙商品 y 件，

当商品原价超过 450 元，但不超过 600 元时：$80y\times 90\%=504$，

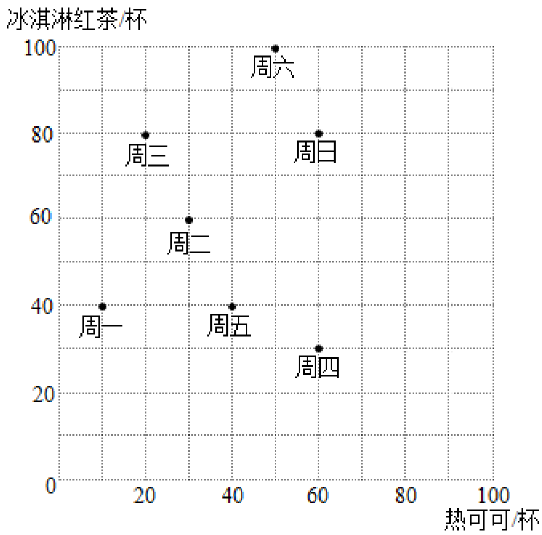
解得：$y=7$；

当商品原价超过 600 元时：$600\times 82\%+(80y-600)\times 30\%=504$，

解得：$y=8$；

答：小华在该商场购买乙种商品 7 件或 8 件.

【变式训练 4】饮品店的老板为了吸引顾客，推出两种新产品，冰淇淋红茶和热可可，以下是这两种新饮品在一周内的销售情况：



老板将这两种新饮品每天销售的总成本记录如下：

时间	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
总成本	480			780	720		1280

(1)根据以上信息，将上面的表格补充完整；

(2)在试推广阶段，老板将冰淇淋红茶和热可可的售价均定为 20 元，平均每天卖出 160 杯冰淇淋红茶和 200

杯热可可．随着天气越来越炎热，人们对饮品的需求量逐渐增多，老板对饮品的价格进行了调整．如果将冰淇淋红茶的售价上涨$a\%$，销售量仍会上涨 25%，如果将热可可的售价下降 10%，销售量依然会下降 10%．经过计算，这样调整价格后的总利润比原来平均每天的总利润多了 440 元，求 a 的值．

【答案】(1)840，960，1400；(2)16

【详解】（1）销售情况整理如下：

	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
冰淇淋红茶(杯)	40	60	80	30	40	10	80
热可可(杯)	10	30	20	60	40	50	60
总成本	480			780	720		1280

设每杯冰淇淋红茶成本 x 元，每杯热可可成本 y 元，

则$\begin{cases}40x+10y=480\\30x+60y=780\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=10\\y=8\end{cases}$，∴周二总成本为：$60\times10+30\times8=840$(元)，

周三总成本为：$80\times10+20\times8=960$(元)，周六总成本为：$100\times10+50\times8=1400$(元)，

即表格中从左到右填入：840，960，1400

（2）调价后每杯冰淇淋红茶的利润为$(1+a\%)\times20-10=10+0.2a$（元），平均每天售卖$160\times(1+25\%)=200$杯；调价后每杯热可可的利润为$20\times(1-10\%)-8=10$元，平均每天售卖$200\times(1-10\%)=180$杯．

列方程得：$(10+0.2a)\times200+10\times180-[(20-10)\times160+(20-8)\times200]=440$，解得$a=16$

答：a 的值为 16．

类型二、方案问题

例．某汽车制造厂开发一款新式电动汽车，计划一年生产安装 240 辆．由于抽调不出足够的熟练工来完成新式电动汽车的安装，工厂决定招聘一些新工人．他们经过培训后上岗，也能独立进行电动汽车的安装．生产开始后，调研部门发现：1 名熟练工和 2 名新工人每月可安装 8 辆电动汽车；2 名熟练工和 3 名新工人每月可安装 14 辆电动汽车．

(1)每名熟练工和新工人每月分别可以安装多少辆电动汽车？

(2)如果工厂招聘$n(0<n<10)$名新工人，使得招聘的新工人和抽调的熟练工刚好能完成一年的安装任务，那么工厂有哪几种新工人的招聘方案？

【答案】(1)每名熟练工每月可以安装 4 辆电动汽车，新工人每月分别安装 2 辆电动汽车；

(2)①调熟练工 1 人，新工人 8 人；②调熟练工 2 人，新工人 6 人；③调熟练工 3 人，新工人 4 人；④调

熟练工 4 人，新工人 2 人．

【详解】（1）解：设每名熟练工每月可以安装 x 辆电动汽车，新工人每月分别安装 y 辆电动汽车，

根据题意得 $\begin{cases} x+2y=8 \\ 2x+3y=14 \end{cases}$，解之得 $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$．

答：每名熟练工每月可以安装 4 辆电动汽车，新工人每月分别安装 2 辆电动汽车；

（2）设调熟练工 m 人，

由题意得，$12(4m+2n)=240$，

整理得，$n=10-2m$，

$\because 0<n<10$，

$\therefore$当 $m=1$，2，3，4 时，$n=8$，6，4，2，

即：①调熟练工 1 人，新工人 8 人；②调熟练工 2 人，新工人 6 人；③调熟练工 3 人，新工人 4 人；④调熟练工 4 人，新工人 2 人．

【变式训练 1】一方有难，八方支援．郑州暴雨牵动数万人的心，众多企业也伸出援助之手．某公司购买了一批救灾物资并安排两种货车运往郑州．调查得知，2 辆小货车与 3 辆大货车一次可以满载运输 1800 件; 3 辆小货车与 4 辆大货车一次可以满载运输 2500 件．

(1)求 1 辆大货车和 1 辆小货车一次可以分别满载运输多少件物资？

(2)现有 3100 件物资需要再次运往郑州，准备同时租用这两种货车，每辆均全部装满货物，问有哪几种租车方案?

(3)在（2）的条件下，若 1 辆小货车需租金 400 元/次，1 辆大货车需租金 500 元/次．请选出费用最少的租车方案，并求出最少的租车费用．

【答案】(1)1 辆小货车一次满载运输 300 件物资，1 辆大货车一次满载运输 400 件物资

(2)共有 3 种租车方案，方案 1：租用 9 辆小货车，1 辆大货车；方案 2：租用 5 辆小货车，4 辆大货车；方案 3：租用 1 辆小货车，7 辆大货车

(3)租用 1 辆小货车，7 辆大货车，最少租车费为 3900 元

【详解】（1）解：设 1 辆小货车一次满载运输 x 件物资，1 辆大货车一次满载运输 y 件物资，

依题意得：$\begin{cases} 2x+3y=1800 \\ 3x+4y=2500 \end{cases}$ 解得：$\begin{cases} x=300 \\ y=400 \end{cases}$

答：1 辆小货车一次满载运输 300 件物资，1 辆大货车一次满载运输 400 件物资．

（2）接：设租用小货车 a 辆，大货车 b 辆，

依题意得：$300a+400b=3100$，

$\therefore a=\frac{31-4b}{3}$.

又$\because a$，b 均为非负整数，

$\therefore\begin{cases}a=9\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=5\\b=4\end{cases}$ 或$\begin{cases}a=1\\b=7\end{cases}$，

∴共有 3 种租车方案，

方案 1：租用 9 辆小货车，1 辆大货车；

方案 2：租用 5 辆小货车，4 辆大货车；

方案 3：租用 1 辆小货车，7 辆大货车.

（3）解：方案 1 所需租车费为 400×9+500×1=4100（元）；

方案 2 所需租车费为 400×5+500×4=4000（元）；

方案 3 所需租车费为 400×1+500×7=3900（元）.

∴费用最少的租车方案为：租用 1 辆小货车，7 辆大货车，最少租车费为 3900 元.

【变式训练 2】某企业有 A，B 两条加工相同原材料的生产线，在一天内，A 生产线共加工 a 吨原材料，加工时间为$(4a+1)$小时；在一天内，B 生产线共加工 b 吨原材料，加工时间为$(2b+3)$小时.

(1)当 $a=b=1$ 时，两条生产线的加工时间分别时多少小时？

(2)第一天，该企业把 5 吨原材料分配到 A．B 两条生产线，两条生产线都在一天内完成了加工，且加工时间相同，则分配到两条生产线的的吨数是多少？

(3)第二天开工前，该企业按第一天的分配结果分配了 5 吨原材料后，又给 A 生产线分配了 m 吨原材料，给 B 生产线分配了 n 吨原材料，若两条生产线都能在一天内加工完各自分配到的所有原材料，且加工时间相同，则 m 和 n 有怎样的数量关系？若此时 m 与 n 的和为 6 吨，则 m 和 n 的值分别为多少吨？

【答案】(1)两条生产线的的加工时间分别为 5 小时和 5 小时

(2)分配到 A 生产线 2 吨，分配到 B 生产线 3 吨

(3) m 与 n 的关系为 $2m=n$，当 $m+n=6$ 吨时，m 为 2 吨，n 为 4 吨

【详解】（1）解：当 $a=b=1$ 时，$4a+1=5$，$2b+3=5$；

即两条生产线的的加工时间分别为 5 小时和 5 小时.

（2）解:设分配到 A 生产线 x 吨，则分配到 B 生产线 y 吨，根据题意得：

$\begin{cases}x+y=5\\4x+1=2y+3\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$，

即分配到A生产线2吨，则分配到B生产线3吨；

（3）解：根据题意得：$4(2+m)+1=2(3+n)+3$，整理得：$2m=n$，

$\because m+n=6$，$\therefore m=2$，$n=4$，

答：m与n的关系为$2m=n$，当$m+n=6$吨时，m为2吨，n为4吨．

【变式训练3】一工厂有60名工人，要完成1200套产品的生产任务，每套产品由4个A型零件和3个B型零件配套组成，每个工人每天能加工6个A型零件或者3个B型零件．现将工人分成两组，每组分别加工一种零件，并要求每天加工的零件正好配套．

(1)工厂每天应安排多少名工人生产A型零件?每天能生产多少套产品?

(2)现工厂要在20天内完成1200套产品的生产，决定补充一些新工人，这些新工人只能独立进行A型零件的加工，且每人每天只能加工4个A型零件．

①设每天安排x名熟练工人和m名新工人生产A型零件，求x的值（用含m的代数式表示）

②请问至少需要补充多少名新工人才能在规定期限完成生产任务?

【答案】(1)工厂每天应安排24名工人生产A型零件，每天能生产36套产品

(2)①$x=-\frac{2}{5}m+24$；②至少需要补充60名新工人才能在规定期限完成生产任务

【解析】(1)

解：设工厂每天安排a名工人生产A型零件，则工厂每天安排$(60-a)$名工人生产B型零件，

由题意得：$\frac{6a}{4}=\frac{3(60-a)}{3}$，解得$a=24$，$\frac{6a}{4}=\frac{6\times24}{4}=36$（套）

所以，工厂每天应安排24名工人生产A型零件，每天能生产36套产品．

(2)

①设每天安排x名熟练工人和m名新工人生产A型零件，则安排$(60-x)$名熟练工人生产B型零件，

由题意得，$3\times(6x+4m)=4\times3(60-x)$，

整理得$x=-\frac{2}{5}m+24$；

②设需要补充m名新工人才能在规定期限完成生产任务，安排n名熟练工人生产A型零件，则安排$(60-n)$名熟练工人生产B型零件，

由题意得$\begin{cases}\frac{20(6n+4m)}{4}=1200\\ \frac{20\times3(60-n)}{3}=1200\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=60\\ n=0\end{cases}$，

所以，至少需要补充60名新工人才能在规定期限完成生产任务．

【变式训练 4】今年疫情期间某物流公司计划用两种车型运输救灾物资，已知：用 2 辆 A 型车和 1 辆 B 型车装满物资一次可运 10 吨；用 1 辆 A 型车和 2 辆 B 型车一次可运 11 吨，某物流公司现有 31 吨货物资，计划同时租用 A 型车 a 辆，B 型车 b 辆，一次运完，且恰好每辆车都装满.

(1)1 辆 A 型车和 1 辆 B 型车都装满物资一次可分别运多少吨？

(2)请你帮该物流公司设计租车方案；

(3)若 A 型车每辆需租金每次 100 元，B 型车租金每次 120 元，请选出最省钱的租车方案，并求出最少租车费.

【答案】(1)1 辆 A 型车装满物资一次可运 3 吨，1 辆 B 型车装满物资一次可运 4 吨

(2)该物流公司共有 3 种租车方案，方案 1：租用 9 辆 A 型车，1 辆 B 型车；方案 2：租用 5 辆 A 型车，4 辆 B 型车；方案 3：租用 1 辆 A 型车，7 辆 B 型车.

(3)租用 1 辆 A 型车，7 辆 B 型车，最少租车费为 940 元

【解析】（1）解：设 1 辆 A 型车装满物资一次可运 x 吨，1 辆 B 型车装满物资一次可运 y 吨，

依题意，得：$\begin{cases}2x+y=10\\x+2y=11\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$.

答：1 辆 A 型车装满物资一次可运 3 吨，1 辆 B 型车装满物资一次可运 4 吨.

（2）依题意，得：$3a+4b=31$，

$\therefore a=\dfrac{31-4b}{3}$，

又∵a，b 均为正整数，

$\therefore\begin{cases}a=9\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=5\\b=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=1\\b=7\end{cases}$，

∴该物流公司共有 3 种租车方案，方案 1：租用 9 辆 A 型车，1 辆 B 型车；

方案 2：租用 5 辆 A 型车，4 辆 B 型车；

方案 3：租用 1 辆 A 型车，7 辆 B 型车.

（3）方案 1 所需租金为 $100\times9+120\times1=1020$（元）；

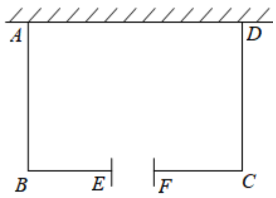
方案 2 所需租金为 $100\times5+120\times4=980$（元）；

方案 3 所需租金为 $100\times1+120\times7=940$（元）.

∵$1020>980>940$，∴最省钱的租车方案为租用 1 辆 A 型车，7 辆 B 型车，最少租车费为 940 元.

类型三、几何图形问题

例．如图，某校劳动小组计划利用已有的一堵长为 6m 的墙，用篱笆围成一个面积为$12m^2$的矩形劳动基地 $ABCD$，边 AD 的长不超过墙的长度，在 BC 边上开设宽为 1m 的门 EF（门不需要消耗篱笆）．设 AB 的长为 x（m），BC 的长为 y（m）．



(1)若围成矩形劳动基地 $ABCD$ 三边的篱笆总长为 10m，求 AB 和 BC 的长度．

(2)若 AB 和 BC 的长都是整数（单位：m），且围成矩形劳动基地 $ABCD$ 三边的篱笆总长小于 10m，请直接写出所有满足条件的围建方案．

【答案】(1)AB＝4，BC＝3；(2)AB＝2，BC＝6 或 AB＝3，BC＝4

【详解】（1）根据题意得：$2x+y-1=10$，即 $y=11-2x$．

代入 $xy=12$ 得：$x(11-2x)=12$，整理得：$2x^2-11x+12=0$．

解得：$x=\frac{3}{2}$或$x=4$．

当$x=\frac{3}{2}$时，$y=11-3=8>6$，不符合题意；当$x=4$时，$y=11-8=3$，符合题意．

则 AB=4,BC=3．

（2）根据题意得：$2x+y-1<10$，即$2x+y<11$．

∵AB，BC 为整数，即 x，y 为整数，且$y\le 6, xy=12$．

∴当 y=6 时，x=2；当 y=4 时，x=3．

则满足条件的围建方案为：AB=2,BC=6 或 AB=3,BC=4．

【变式训练 1】现要在长方形草坪中规划出 3 块大小，形状一样的小长方形（图中阴影部分）区域种植鲜花．

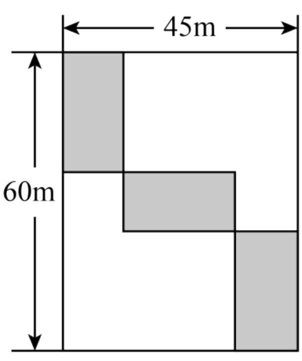


图1

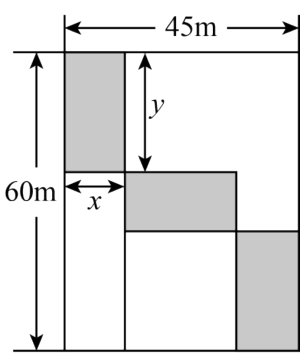


图2

(1)如图1，大长方形的相邻两边长分别为 60m 和 45m，求小长方形的相邻两边长．

(2)如图2，设大长方形的相邻两边长分别为 a 和 b，小长方形的相邻两边长分别为 x 和 y．

①1 个小长方形的周长与大长方形的周长的比值是否为定值？若是，请求出这个值；若不是，请说明理由．

②若种植鲜花的面积是整块草坪面积的 $\frac{1}{2}$，求 x 和 y 满足的关系式（不含 a，b）．

【答案】(1)小长方形的相邻两边长是 10，25

(2)①1个小长方形的周长与大长方形的周长的比值是定值 $\frac{1}{3}$；② $2x^2-xy+2y^2=0$

【详解】（1）解：设小长方形的相邻两边长分别为 x 和 y，

依题意，可有 $\begin{cases}x+2y=60\\2x+y=45\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}x=10\\y=25\end{cases}$，

故小长方形的相邻两边长分别是 10，25；

（2）①∵1 个小长方形的周长为 $2(x+y)$，

1个大长方形的周长为 $2(a+b)=2(2x+y+x+2y)=6(x+y)$，

∴ $2(x+y):2(a+b)=\frac{2(x+y)}{6(x+y)}=\frac{1}{3}$．

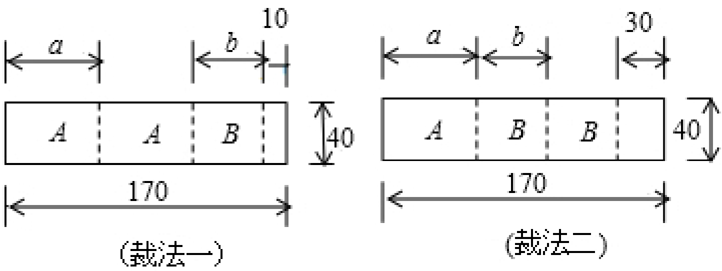
故1个小长方形的周长与大长方形的周长的比值是定值 $\frac{1}{3}$；

② 依题意有：$(2x+y)(x+2y)=2\times 3xy$，

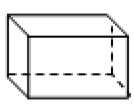
整理，得 $2x^2-xy+2y^2=0$．

故 x 和 y 满足的关系式为 $2x^2-xy+2y^2=0$．

【变式训练 2】某包装生产企业承接了一批上海世博会的礼品盒制作业务，为了确保质量，该企业进行试生产．他们购得规格是 170cm×40cm 的标准板材作为原材料，每张标准板材再按照裁法一或裁法二裁下 A 型与 B 型两种板材．如图所示，（单位：cm）



图甲



图乙

(1)列出方程（组），求出图甲中 a 与 b 的值______.

(2)在试生产阶段，若将 m 张标准板材用裁法一裁剪，n 张标准板材用裁法二裁剪，再将得到的 A 型与 B 型板材做侧面和底面，做成图乙横式无盖礼品盒.

①两种裁法共产生 A 型板材______张，B 型板材______张（用 m、n 的代数式表示）;

②当 $30\le m\le 40$ 时，所裁得的 A 型板材和 B 型板材恰好用完，做成的横式无盖礼品盒可能是______个.（在横线上直接写出所有可能答案，无需书写过程）

【答案】(1) $\begin{cases}a=60\\b=40\end{cases}$

(2)① $2m+n$； $m+2n$；②24，27，30

【详解】（1）由题意得：$\begin{cases}2a+b+10=170\\a+2b+30=170\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}a=60\\b=40\end{cases}$；

故答案为：60，40;

（2）①由图示裁法一产生 A 型板材为：$2\times m=2m$，裁法二产生 A 型板材为：$1\times n=n$，

所以两种裁法共产生 A 型板材为 $2m+n$（张），

由图示裁法一产生 B 型板材为：$1\times m=m$，裁法二产生 A 型板材为，$2\times n=2n$，

所以两种裁法共产生 B 型板材为（$m+2n$）张;

故答案为：$2m+n$；$m+2n$;

②当 $30\le m\le 40$ 时，所裁得的 A 型板材和 B 型板材恰好用完，做成的横式无盖礼品盒可能是 24 或 27 或 30 个.

由图可知，做一个横式无盖礼品盒需 A 型板材 3 张，B 型板材 2 张.

∵所裁得的板材恰好用完，

∴ $\frac{2m+n}{3}=\frac{m+2n}{2}$，化简得 $m=4n$.

∵n，m 皆为整数，

∴m 为 4 的整数倍，

又∵$30\le m\le 40$，

∴m 可取 32，36，40，

此时，n 分别为 8，9，10，可做成的礼品盒个数分别为 24，27，30.