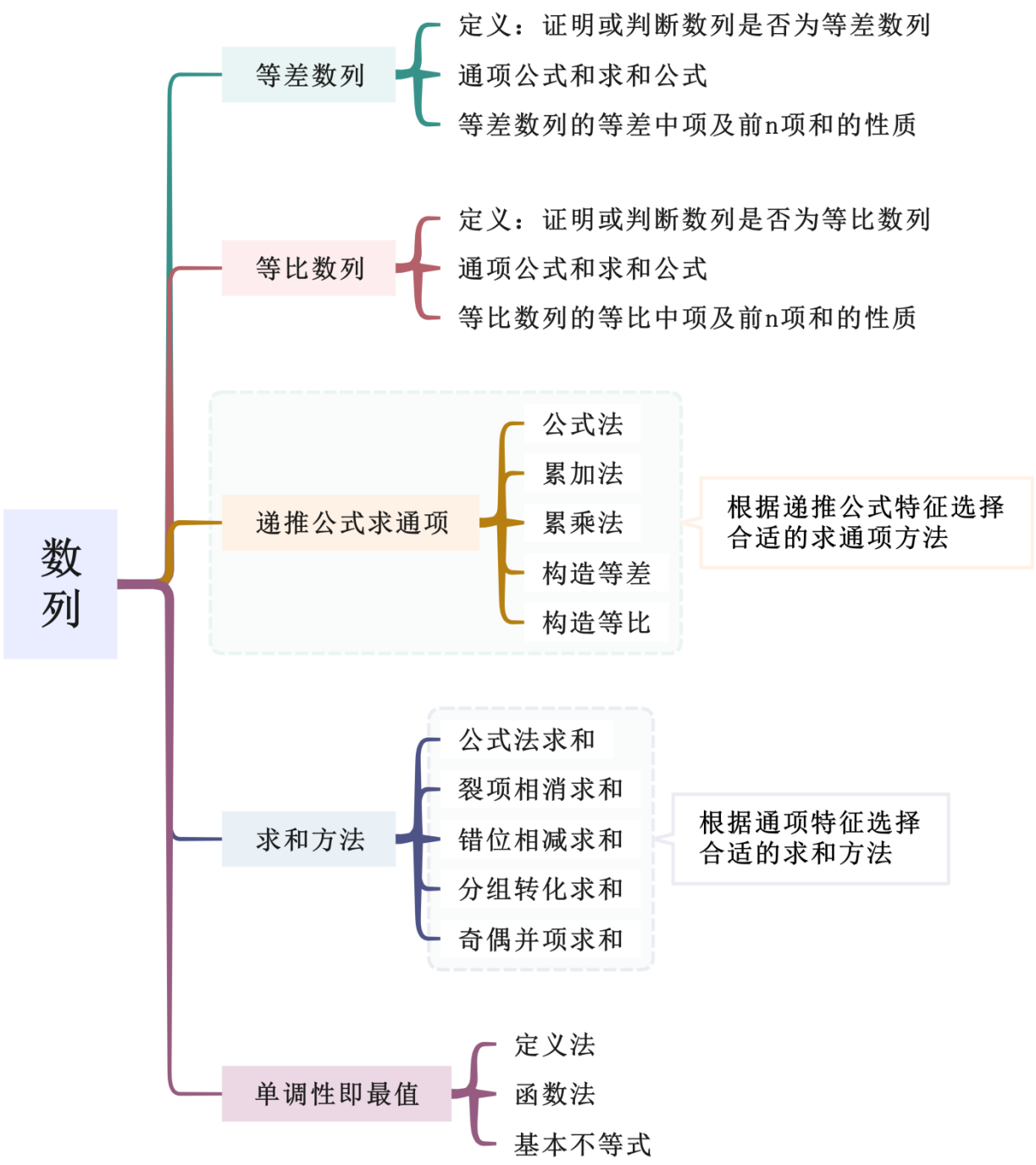
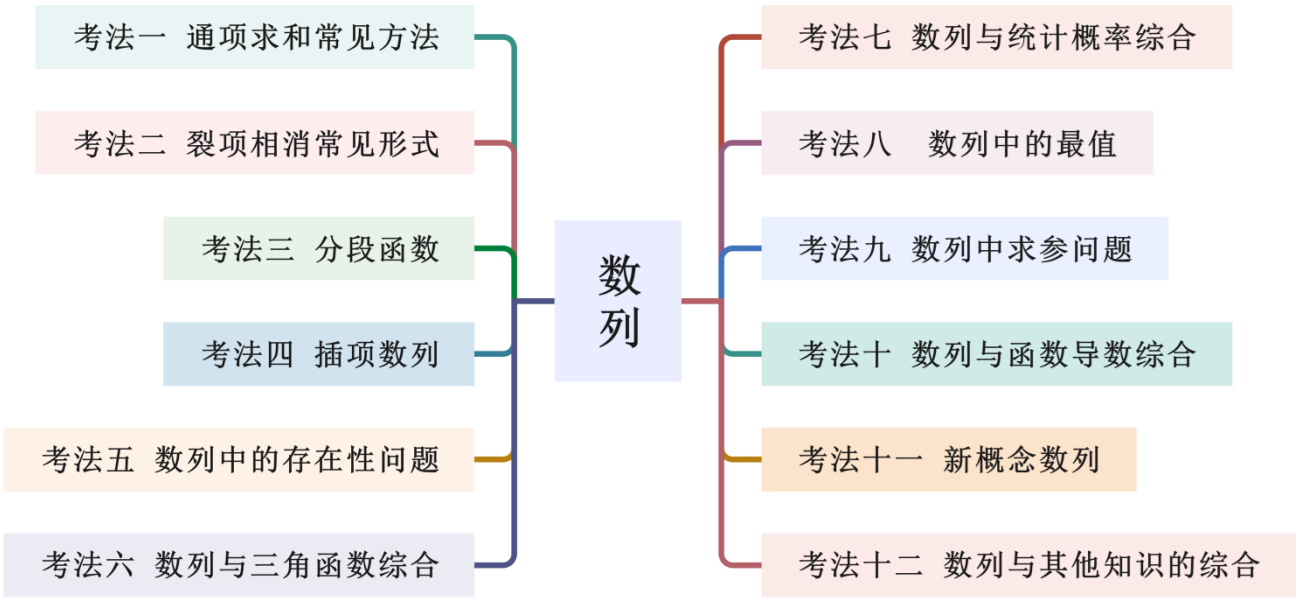
专题 02　数列（解答题 12 种考法）

考法解读





典例剖析

考法一 数列通项和求和常见方法

【例 1-1】（河北省沧州市联考 2024 届高三上学期 10 月月考数学试题）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且满足$S_n=na_{n+1}-2n(n+1)$.

(1)证明：$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$是等差数列；

(2)若$a_1=1$，$b_n=\dfrac{4}{S_n+3n}$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为T_n，证明：$T_n<2$.

【答案】(1)证明见解析

(2)证明见解析

【解析】（1）根据题意，$S_n=na_{n+1}-2n(n+1)$，

所以$S_n=n(S_{n+1}-S_n)-2n(n+1)$，则$nS_{n+1}-(n+1)S_n=2n(n+1)$，

所以$\dfrac{S_{n+1}}{n+1}-\dfrac{S_n}{n}=2$，所以$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$是等差数列.

（2）由$\dfrac{S_1}{1}=a_1=1$，则$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$是以首项为 1，公差为 2 的等差数列，

所以$\dfrac{S_n}{n}=1+(n-1)\times 2=2n-1$，所以$S_n=2n^2-n$，

所以$b_n=\dfrac{4}{S_n+3n}=\dfrac{4}{2n^2+2n}=\dfrac{2}{n(n+1)}=2\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$，

所以$T_n=2\left(1-\dfrac{1}{2}\right)+2\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)++2\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)+\mathrm{L}\ +2\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/738111017040006037