2022 北京平谷初三（上）期末

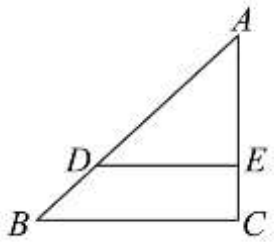
数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1. 如果 $3x=5y$，则下列比例式成立的是（　　）

A. $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$　　B. $\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$　　C. $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$　　D. $\frac{3}{x}=\frac{5}{y}$

2. 如图，在△ABC 中，$DE//BC$，$\frac{AD}{BD}=2$，若 $AE=6$，则 EC 的值为（　）



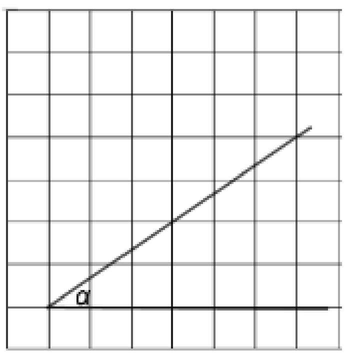
A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 9

3. 将抛物线 $y=2x^2$ 向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位得到的抛物线是（　）

A　$y=2(x-2)^2+3$　　B. $y=2(x-2)^2-3$

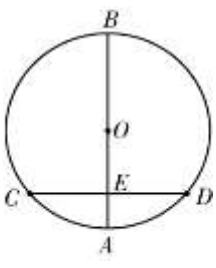
C. $y=2(x+2)^2-3$　　D. $y=2(x+2)^2+3$

4. 如图，角 α 在边长为 1 的正方形网格中，则 $\tan\alpha$ 的值是（　）



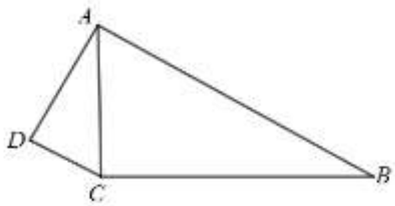
A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$　　C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　D. $\frac{3}{2}$

5. 如图，AB 为⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，垂足为点 E，若 ⊙O 的半径为 5，$CD=8$，则 AE 的长为（　）



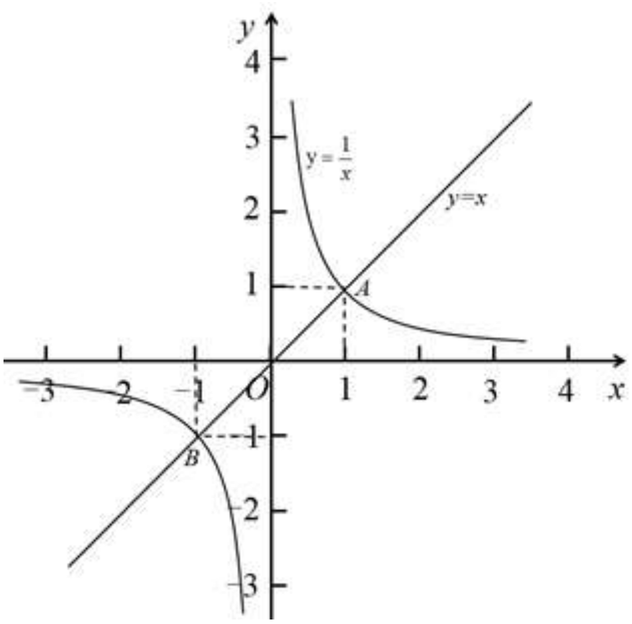
A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. $\sqrt{3}$

6. 如图，Rt△ABC 中，∠ACB=90°，∠B=30°，作∠CAD=30°，CD⊥AD 于 D，若△ADC 的面积为 1，则△ABC 的面积为（　）



A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 8

7. 为了解不等式“$\frac{1}{m}<m$”，明明绘制了如图所示的函数图象，通过观察图象，该不等式的解集为（　）



A $m>1$　　B. $m<-1$　　C. $m<-1$ 或 $0<m<1$　　D. $m>1$ 或 $-1<m<0$

8. 用长为 2 米的绳子围成一个矩形，它的一边长为 x 米，设它的面积为 S 平方米，则 S 与 x 的函数关系为（　）

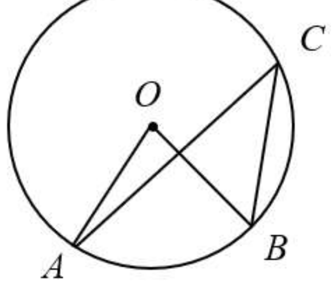
A. 正比例函数关系　　B. 反比例函数关系

C. 一次函数关系　　D. 二次函数关系

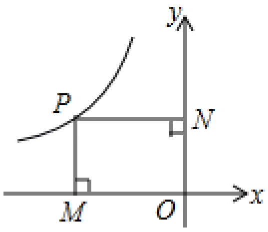
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 函数 $y=\frac{1}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是____.

10. 如图，在⊙O 中，A，B，C 是⊙O 上三点，如果∠AOB=70º，那么∠C 的度数为_______.

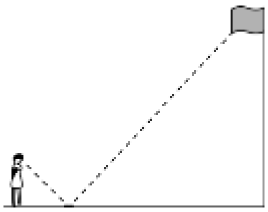


11. 如图，若点 P 在反比例函数 $y=-\dfrac{3}{x}$（$x<0$）的图象上，过点 P 作 $PM\perp x$ 轴于点 M，$PN\perp y$ 轴于点 N，则矩形 $PMON$ 的面积为_____.



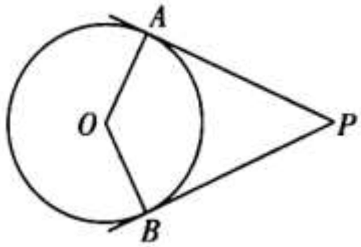
12. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，如果 $\cos A=\dfrac{1}{3}$，$AC=2$，那么 AB 的长为________.

13. 如图，小明在地面上放了一个平面镜，选择合适的位置，刚好在平面镜中看到旗杆的顶部，此时小明与平面镜的水平距离为 2m，旗杆底部与平面镜的水平距离为 12m．若小明的眼睛与地面的距离为 1.5m，则旗杆的高度为________．（单位：m）



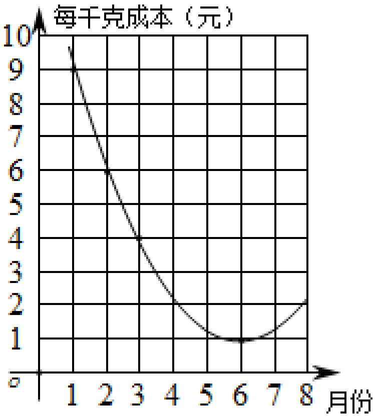
14. 若二次函数 $y=x^2-2x+m$ 的图象与 x 轴有两个交点，则 m 的取值范围是_______.

15. 如图，PA, PB 是 $\odot O$ 的切线，A, B 是切点．若 $\angle P=50°$，则 $\angle AOB=$_____________.



16. 某地的药材批发公司指导农民养植和销售某种药材，经市场调研发现 1-8 月份这种药材售价（元）与月份之间存在如下表所示的一次函数关系，同时，每千克的成本价（元）与月份之间近似满足如图所示的抛物线，观察两幅图表，试判断_____ 月份出售这种药材获利最大.

月份	...	3	6	...
每千克售价	...	8	6	...



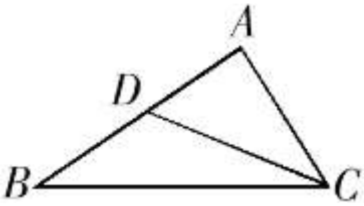
三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分，第 23~26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$\left|-\sqrt{3}\right|+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}-\sqrt{12}+2\cos 30^\circ$.

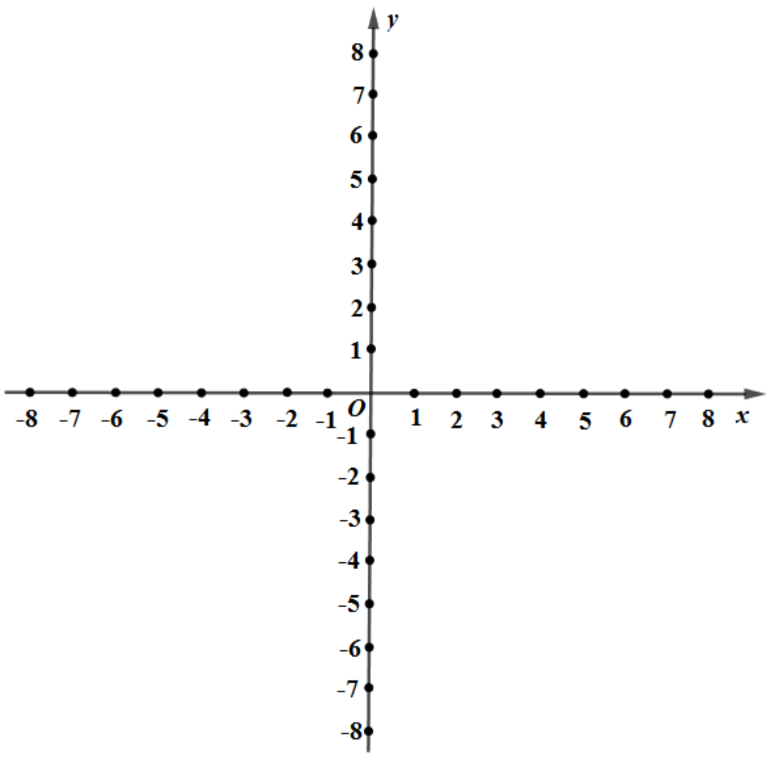
18. 如图，在△A*BC* 中，点 *D* 在 *AB* 边上，∠*ABC*=∠*ACD*，

（1）求证：△A*BC*∽△*ACD*

（2）若 *AD*=2，*AB*=5.求 *AC* 的长.



19. 已知二次函数 $y=x^2+2x-3$.



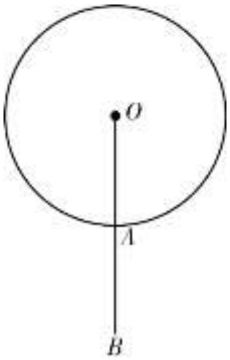
（1）求该二次函数图象的顶点坐标；

（2）求该二次函数图象与 x 轴、y 轴　交点；

（3）在平面直角坐标系 xOy 中，画出二次函数 $y=x^2+2x-3$ 的图象；

（4）结合函数图象，直接写出当 $y<0$ 时，x 的取值范围．

20. 如图，A 是⊙O 上一点，过点 A 作⊙O 的切线．



（1）①连接 OA 并延长，使 $AB=OA$；

②作线段 OB 的垂直平分线；使用直尺和圆规，在图中作 OB 的垂直平分线 l（保留作图痕迹）．

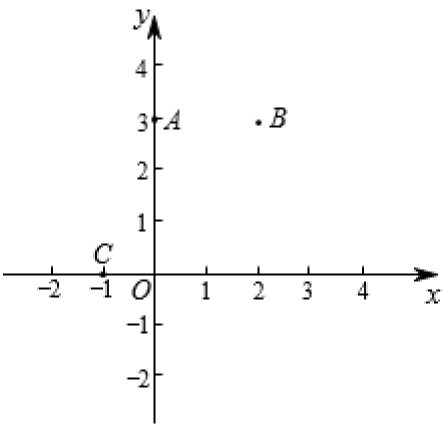
（2）直线 l 即为所求作的切线，完成如下证明．

证明：在⊙O 中，∵直线 l 垂直平分 OB

∴直线 l 经过半径 OA 的外端，且__________，

∴直线 l 是⊙O 的切线（____________）（填推理的依据）．

21. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象过点 A（0，3），B（2，3），C（-1，0）则

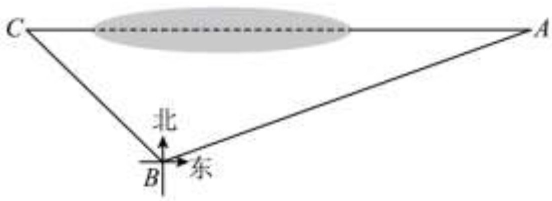


（1）该抛物线的对称轴为_________；

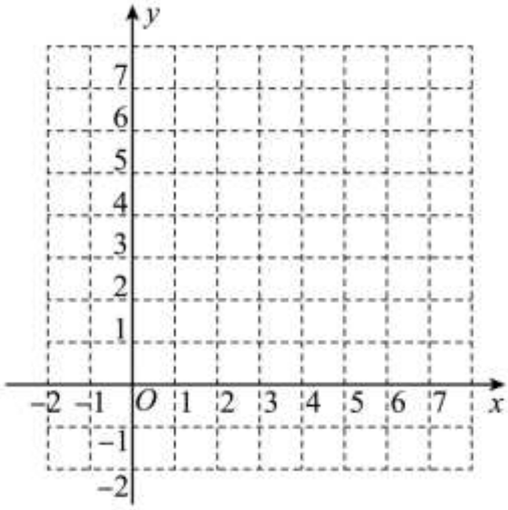
（2）该抛物线与 x 轴的另一个交点为_______；

（3）求该抛物线的表达式．

22. 因为一条湖的阻断，无法测量 AC 两地之间的距离，在湖的一侧取点 B，使得点 A 恰好位于点 B 北偏东 70°方向处，点 C 恰好位于点 B 的西北方向上，若经过测量，AB=10 千米．你能否经过计算得出 AC 之间的距离．（精确到 0.1，参考数据：sin70°≈0.94，cos70°≈0.34）



23. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象与直线 $y=\dfrac{1}{2}x+1$ 交于点 $A(2,a)$.



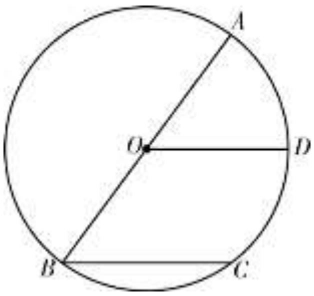
（1）求 a、k 值；

（2）已知点 $P(n,0)(n>0)$ ，过点 P 作垂直于 x 轴的直线，与反比例函数图象交于点 B ，与直线交于点 C ．横、纵坐标都是整数的点叫做整点．记反比例函数图象在点 A ， B 之间的部分与线段 AC ， BC 围成的区域（不含边界）为 W.

①当 $n=5$ 时，直接写出区域 W 内的整点个数；

②若区域 W 内的整点恰好为 2 个，结合函数图象，直接写出 n 的取值范围.

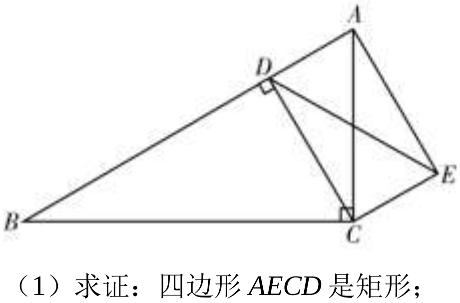
24. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 是⊙O 上一点，连接 BC，半径 OD∥ 弦 BC.



（1）求证：弧 AD=弧 CD；

（2）连接 AC、BD 相交于点 F，AC 与 OD 相交于点 E，连接 CD，若⊙O 的半径为 5，BC=6，求 CD 和 EF 的长.

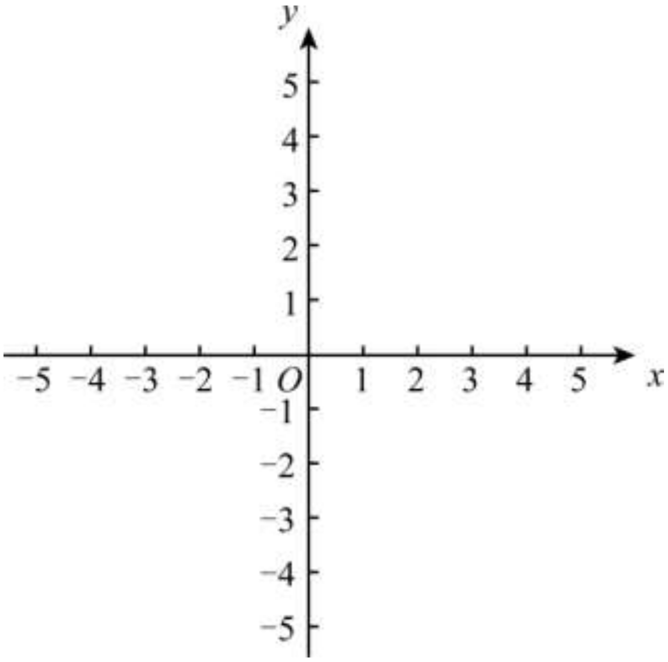
25. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB$=90°，$CD\perp AB$ 于 D，过点 C 作 CE∥AB，过点 A 作 AE∥CD，两线相交于点 E，连接 DE.



（1）求证：四边形 $AECD$ 是矩形；

（2）若 $BD=4\sqrt{5},\sin\angle ACE=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，求 DE 的长.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+a-2(a>0)$ 的对称轴是直线 $x=1$.

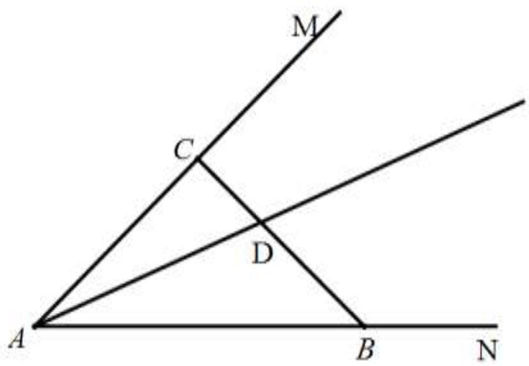


（1）用含 a 的式子表示 b；

（2）若当 $-2\le x\le 3$ 时，y 的最大值是 7，求 a 的值；

（3）若点 A（-2，m），B（3，n）为抛物线上两点，且 $mn<0$，求 a　取值范围.

27. 如图，$\angle MAN=45°$，B 是射线 AN 上一点，过 B 作 $BC\perp AM$ 于点 C，点 D 是 BC 上一点，作射线 AD，过 B 作 $BE\perp AD$ 于点 E，连接 CE.

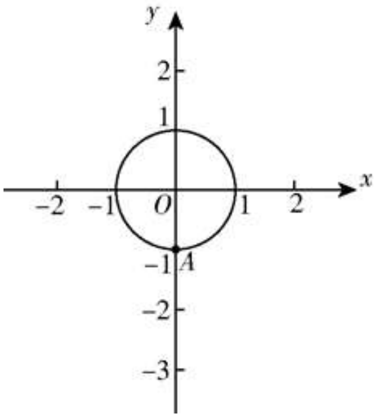


（1）依题意补全图形；

（2）求证：$\angle CAE=\angle DBE$；

（3）用等式表示线段 CE、BE、AE 的数量关系，并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（0，-1），以 O 为圆心，OA 长为半径画圆，P 为平面上一点，若存在⊙O 上一点 B，使得点 P 关于直线 AB 的对称点在⊙O 上，则称点 P 是⊙O 的以 A 为中心的“关联点”.



（1）如图，点 $P_1(-1,0)$，$P_2(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$，$P_3(0,\frac{6}{5})$ 中，⊙O 的以点 A 为中心的“关联点”是________；

（2）已知点 P（m，0）为 x 轴上一点，若点 P 是⊙O 的以 A 为中心的“关联点”，直接写出 m 的取值范围；

（3）C 为坐标轴上一点，以 OC 为一边作等边△OCD，若 CD 边上至少有一个点是⊙O 的以点 A 为中心的“关联点”，求 CD 长的最大值．

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1. 如果 $3x=5y$，则下列比例式成立的是（　　）

A $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$　　B. $\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$　　C. $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$　　D. $\frac{3}{x}=\frac{5}{y}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据两内项之积等于两外项之积，对各选项分析判断即可得解.

【详解】解：A、由 $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$ 得 $5x=3y$，故本选项不正确；

B、由 $\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$ 得 $3x=5y$，故本选项正确；

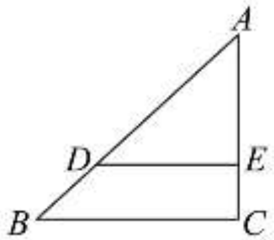
C、由 $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$ 得 $5x=3y$，故本选项不正确；

D、由 $\frac{3}{x}=\frac{5}{y}$ 得 $5x=3y$，故本选项不正确；

故选：B.

【点睛】本题考查了比例的性质，主要利用了两内项之积等于两外项之积.

2. 如图，在△ABC 中，$DE//BC$，$\frac{AD}{BD}$=2， 若 AE=6，则 EC 的值为（ ）



A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 9

【答案】A

【解析】

【分析】根据平行线分线段成比例定理列出比例式，计算即可.

【详解】解：∵$DE\parallel BC$，

∴ $\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$=2，

∵AE=6，

∴EC=3，

故选：A.

【点睛】本题考查的是平行线分线段成比例定理，灵活运用定理、找准对应关系是解题的关键.

3. 将抛物线 $y=2x^2$ 向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位得到的抛物线是（　）

A. $y=2(x-2)^2+3$　　B. $y=2(x-2)^2-3$

C. $y=2(x+2)^2-3$　　D. $y=2(x+2)^2+3$

【答案】A

【解析】

【分析】抛物线的移动主要看顶点的移动，$y=ax^2$ 的顶点是 $(0,0)$，$y=ax^2+k$ 的顶点是 $(0,k)$，$y=a(x-h)^2$ 的顶点是 $(h,0)$，$y=a(x-h)^2+k$ 的顶点是 $(h，k)$．先确定抛物线顶点坐标是原点，然后根据向右平移，横坐标加，向上平移纵坐标加，求出平移后的抛物线的顶点坐标，再根据平移变换不改变图形的形状，利用顶点式写出即可．抛物线的平移口诀：自变量加减：左加右减，函数值加减：上加下减．

【详解】解：抛物线 $y=2x^2$ 的顶点坐标为（0,0），

∵向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位，

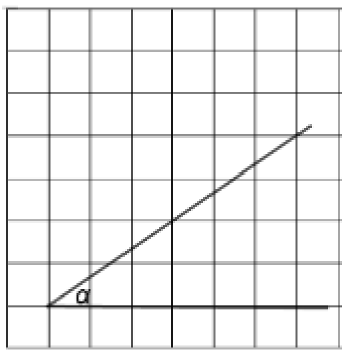
∴平移后的顶点坐标为（2，3），

∴平移后的抛物线解析式为 $y=2(x-2)^2+3$．

故选：A．

【点睛】本题考查了二次函数图象的平移，根据顶点的变化确定函数的变化，要熟记平移规律“左加右减，上加下减”．

4. 如图，角 α 在边长为 1 的正方形网格中，则 $\tan\alpha$ 的值是（　）



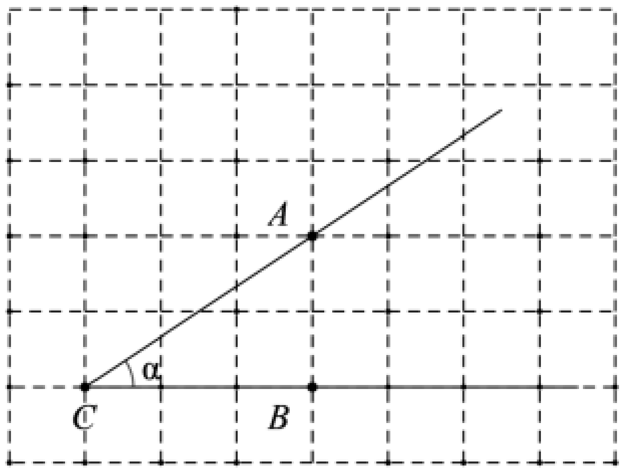
A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$　　C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　D. $\frac{3}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】网格中的三角函数问题，根据网格的特点，先找到直角三角形，进而根据定义求解即可

【详解】解，如图

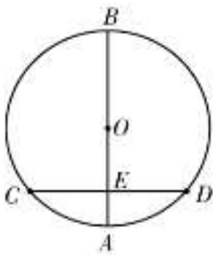


$\tan\alpha=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{2}{3}$

故选 A

【点睛】本题考查了正切的定义，网格问题，理解正切的定义是解题的关键．在 $Rt\triangle$ 中，$\tan\alpha=\dfrac{\alpha\text{的对边}}{\alpha\text{的邻边}}$．

5. 如图，AB 为⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，垂足为点 E，若 ⊙O 的半径为 5，CD=8，则 AE 的长为（　）



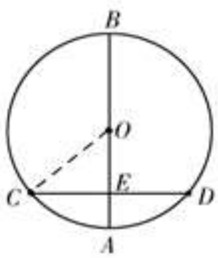
A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. $\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】连接 OC，由垂径定理，得到 CE=4，再由勾股定理求出 OE 的长度，即可求出 AE 的长度．

【详解】解：连接 OC，如图



∵AB 为⊙O 的直径，$CD\perp AB$，垂足为点 E，CD=8，

$\therefore CE=\dfrac{1}{2}CD=\dfrac{1}{2}\times8=4$，

$\because AO=CO=5$，

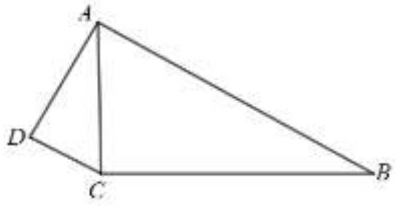
$\therefore OE=\sqrt{CO^2-CE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\therefore AE=5-3=2$；

故选：B.

【点睛】本题考查了垂径定理，勾股定理，解题的关键是掌握所学的知识，正确的求出$OE=3$.

6. 如图，Rt△ABC中，$\angle ACB$=90°，$\angle B$=30°，作$\angle CAD$=30°，$CD\perp AD$于D，若△ADC的面积为1，则△ABC的面积为（ ）



A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】根据30度的锐角三角形函数，△ADC的面积为1，分别用AC表示出DC,BC，进而根据三角形面积公式求解即可

【详解】解：Rt△ABC中，$\angle ACB$=90°，$\angle B$=30°，

$\therefore \dfrac{AC}{BC}=\tan B=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore BC=\sqrt{3}AC$

$\because \angle CAD$=30°，$CD\perp AD$于D，

在$Rt\triangle ADC$中，$\dfrac{AD}{AC}=\cos\angle CAD=\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore CD=\dfrac{1}{2}AC$，$AD=\dfrac{\sqrt{3}AC}{2}$

$\because$ △ADC的面积为1，

$\therefore \dfrac{1}{2}\cdot AD\cdot DC=1$

$\therefore AD\cdot DC=2$

即$\dfrac{\sqrt{3}}{4}AC^2=2$，

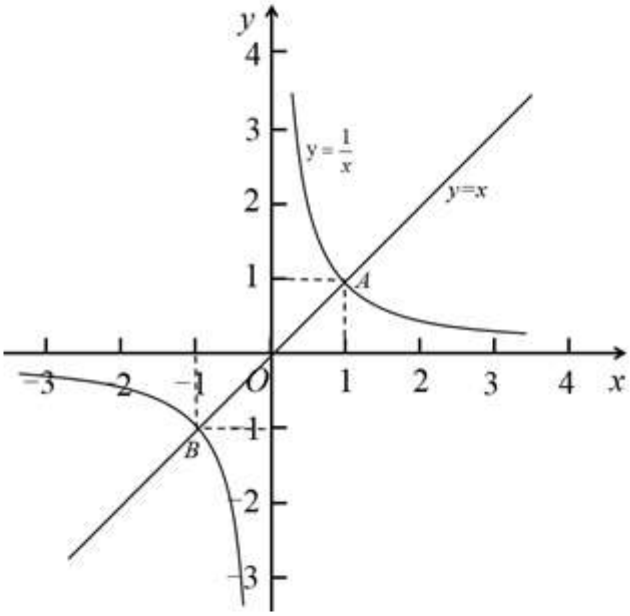
$\therefore AC^2=\dfrac{8}{\sqrt{3}}$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BC=\dfrac{1}{2}\times AC\times\sqrt{3}AC=\dfrac{\sqrt{3}}{2}AC^2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{8}{\sqrt{3}}=4$

故选C

【点睛】本题考查了解直角三角形，将$\triangle ADC,\triangle ABC$都用$AC$表示出来是解题的关键.

7. 为了解不等式“$\dfrac{1}{m}<m$”，明明绘制了如图所示的函数图象，通过观察图象，该不等式的解集为（ ）



A. $m>1$　　B. $m<-1$　　C. $m<-1$或$0<m<1$　　D. $m>1$或$-1<m<0$

【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式"$\frac{1}{m}<m$"的解集即为直线$y=m$的图像在反比例函数$y=\frac{1}{m}$的图像上方的自变量的取值范围，进行求解即可.

【详解】解：由函数图像可知，不等式"$\frac{1}{m}<m$"的解集即为直线$y=m$的图像在反比例函数$y=\frac{1}{m}$的图像上方的自变量的取值范围，

∴不等式"$\frac{1}{m}<m$"的解集即为$m>1$或$-1<m<0$，

故选D.

【点睛】本题主要考查了利用图像法求不等式的解集，解题的关键在于能够根据题意得到，不等式"$\frac{1}{m}<m$"的解集即为直线$y=m$的图像在反比例函数$y=\frac{1}{m}$的图像上方的自变量的取值范围.

8. 用长为2米的绳子围成一个矩形，它的一边长为x米，设它的面积为S平方米，则S与x的函数关系为（　）

A. 正比例函数关系　　B. 反比例函数关系

C. 一次函数关系　　D. 二次函数关系

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意可得矩形的一边长为x米，则另一边长为$\frac{2-2x}{2}$米，根据矩形的面积公式计算即可求得则S与x的函数关系

【详解】解：设矩形的一边长为x米，则另一边长为$\frac{2-2x}{2}$米，

则$S=x\times\frac{2-2x}{2}=-x^2+x$

则S与x的函数关系为二次函数关系

故选 D

【点睛】本题考查了二次函数的识别，表示出矩形的另一边的长是解题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 函数 y=$\frac{1}{x-2}$中，自变量 x 的取值范围是____.

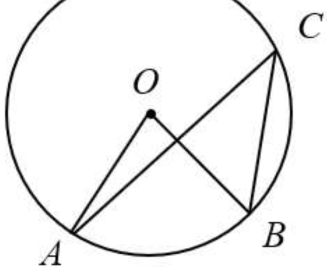
【答案】$x\neq 2$.

【解析】

【详解】试题分析：由已知：x-2≠0，解得 x≠2；

考点：自变量的取值范围.

10. 如图，在⊙O中，A，B，C是⊙O上三点，如果∠AOB=70º，那么∠C的度数为_______.



【答案】35°##35 度

【解析】

【分析】利用圆周角定理求出所求角度数即可.

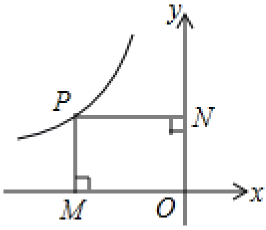
【详解】解：∵$\angle AOB$与$\angle ACB$都对$\overset{\frown}{AB}$，且$\angle AOB=70^\circ$，

$\therefore\angle C=\frac{1}{2}\angle AOB=35^\circ$，

故答案为：35°.

【点睛】本题考查了圆周角定理，解题的关键是熟练掌握圆周角定理.

11. 如图，若点P在反比例函数y=﹣$\frac{3}{x}$（x＜0）的图象上，过点P作PM⊥x轴于点M，PN⊥y轴于点N，则矩形$PMON$的面积为_____.



【答案】3

【解析】

【分析】设 $PN=a$，$PM=b$，根据 P 点在第二象限得 P（﹣a，b），根据矩形的面积公式即可得到结论．

【详解】解：设 $PN=a$，$PM=b$，

∵P 点在第二象限，

∴P（﹣a，b），代入 $y=\dfrac{3}{x}$ 中，得

$k=-ab=-3$，

∴矩形 $PMON$ 的面积$=PN\cdot PM=ab=3$，

故答案为：3．

【点睛】本题考查了反比例函数　几何意义，即 $S_{\text{矩形}PMON}=|K|$

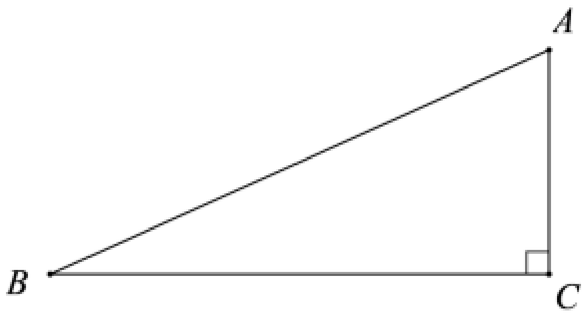
12. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，如果 $\cos A=\dfrac{1}{3}$，$AC=2$，那么 AB 的长为________.

【答案】6

【解析】

【分析】根据余弦的定义可得 $\cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{1}{3}$，代入 $AC=2$ 即可求得 AB

【详解】解：如图，



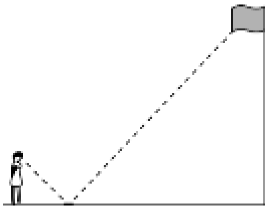
$\because \cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{1}{3}, AC=2$

$\therefore AB=6$

故答案为：6

【点睛】本题考查了已知余弦求边长，掌握余弦的定义是解题的关键，在 $Rt\triangle$ 中，$\cos\alpha=\dfrac{\alpha\text{的邻边}}{\text{斜边}}$．

13. 如图，小明在地面上放了一个平面镜，选择合适 位置，刚好在平面镜中看到旗杆的顶部，此时小明与平面镜的水平距离为 2m，旗杆底部与平面镜的水平距离为 12m．若小明的眼睛与地面的距离为 1.5m，则旗杆的高度为________．（单位：m）

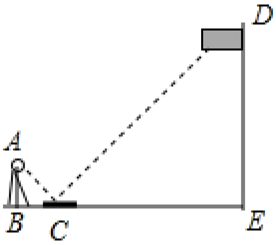


【答案】9

【解析】

【分析】如图，BC=2m，CE=12m，AB=1.5m，利用题意得$\angle ACB=\angle DCE$，则可判断$\triangle ACB\backsim\triangle DCE$，然后利用相似比计算出 DE 的长．

【详解】解：如图，



BC=2m，CE=16m，AB=1.5m，

由题意得$\angle ACB=\angle DCE$，

∵ $\angle ABC=\angle DEC$，

∴$\triangle ACB\backsim\triangle DCE$，

∴ $\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{BC}{CE}$，即 $\dfrac{1.5}{2}=\dfrac{BC}{12}$，

∴DE=9．

即旗杆的高度为 9m．

故答案为：9

【点睛】本题考查了相似三角形的应用：借助标杆或直尺测量物体的高度．利用杆或直尺测量物体的高度就是利用杆或直尺的高（长）作为三角形的边，用相似三角形对应边的比相等的性质求物体的高度．

14. 若二次函数 $y=x^2-2x+m$ 的图象与 x 轴有两个交点，则 m 的取值范围是_______．

【答案】m＜1

【解析】

【分析】根据△＞0⇔抛物线与 x 轴有两个交点，列出不等式即可解决问题．

【详解】解：∵二次函数 $y=x^2-2x+m$ 的图象与 x 轴有两个交点，

∴△＞0，

∴4-4m＞0，

∴m＜1．

故答案为：m＜1．