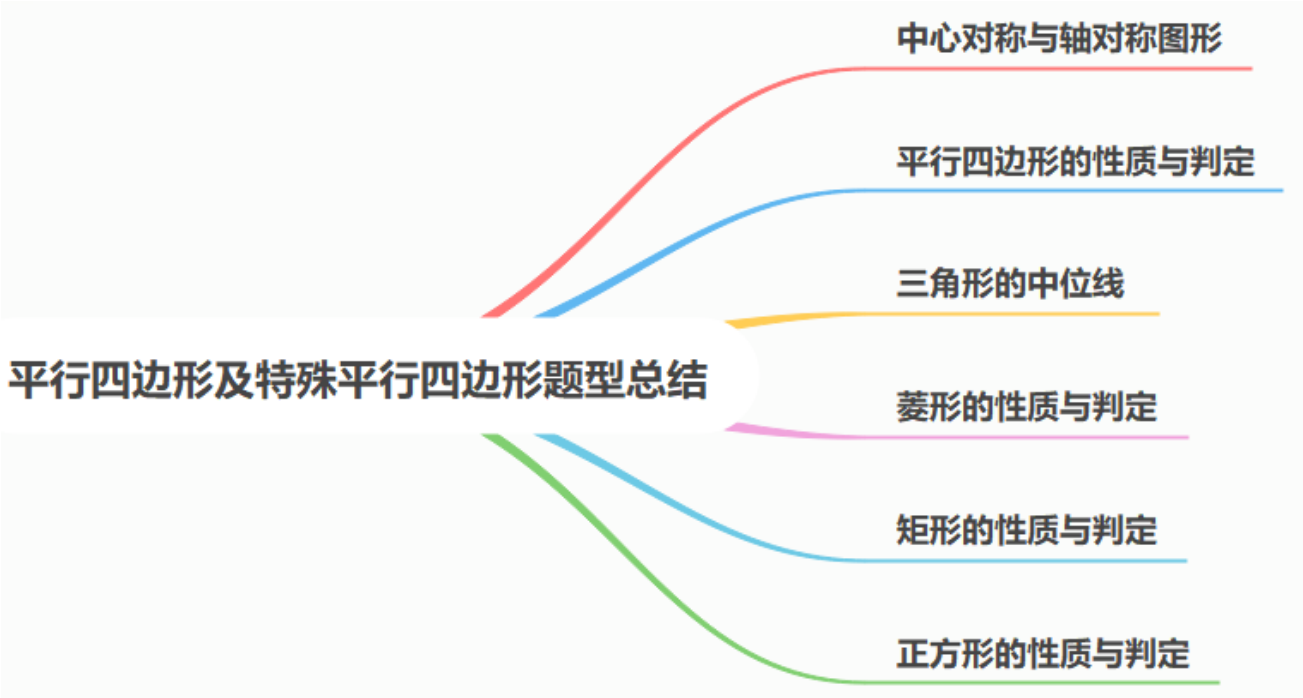


平行四边形及特殊平行四边形题型总结

题型解读 | 模型构建 | 通关试练



本专题主要通过上一专题三角形知识的学习路径，类比学习平行四边形，构建知识树；掌握平行四边形、矩形、菱形、正方形的定义、性质和判定.清楚平行四边形、特殊平行四边形（矩形、菱形、正方形）的特征以及彼此之间的关系.经历从平行四边形到矩形、菱形、正方形的研究过程，体验“从一般到特殊”的研究方法；通过猜想、验证、归纳的过程，掌握矩形、菱形、正方形的性质定理，感悟类比思想；在考试中能利用它们的性质和判定进行推理和计算，提高主动探究的习惯和意识.

模型 01 中心对称与轴对称图形

名称	中心对称	中心对称图形
区别	(1) 是针对两个图形而言的； (2) 表示两个图形之间的对称关系； (3) 对称点在两个图形上.	(1) 是针对一个图形而言的； (2) 表示某个图形所具有的特性； (3) 对称点在一个图形上.
联系	如果把成中心对称的两个图形看成一个图形，那么它就是一个中心对称图形，如果用一条过对称中心的直线将一个中心对称图形分成两个图形，那么这两个图形成中心对称.	

模型 02 平行四边形的性质与判定

性质/图形	平行四边形
边	两组对边平行且相等
角	对角相等、邻角互补
对角线	互相平分
对称性	中心对称图形

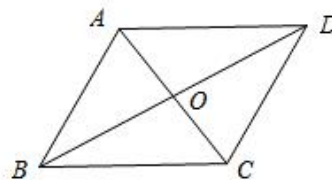
判定方法：

(1) 与边有关的判定：

两组对边分别平行的四边形是平行四边形

两组对边分别相等的四边形是平行四边形

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形



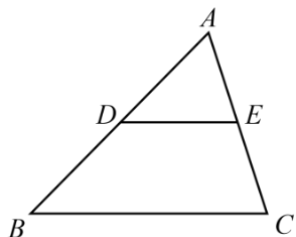
(2) 与角有关的判定：两组对角分别相等的四边形是平行四边形

(3) 与对角线有关的判定：对角线互相平分的四边形是平行四边形

模型 03 三角形的中位线

中位线性质：三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半。

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线， $\therefore DE \parallel BC$ ， $DE = \frac{1}{2}BC$ 。



◆与三角形中位线有关的结论：

三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半。

(1) 三角形的三条中位线把原三角形分成 4 个全等的小三角形，每个小三角形的周长为原三角形周长的 $\frac{1}{2}$ ，

面积为原三角形面积的 $\frac{1}{4}$ ；

(2) 三角形的一条中位线与第三边上的中线互相平分。

模型 04 菱形的性质与判定

性质/图形	菱形
边	四条边相等
角	对角相等、邻角互补
对角线	对角线互相垂直且平分
对称性	既是轴对称，又是中心对称

判定方法：

- (1) 先证平行四边形，再证一组邻边相等；
- (2) 先证平行四边形，再证对角线互相垂直；
- (3) 证四条边都相等的四边形；
- (4) 证对角线互相垂直且平分的四边形；

模型 05 矩形的性质与判定

性质/图形	矩形
边	对边平行且相等
角	四个角都是 90°
对角线	相等且互相平分
对称性	既是轴对称，又是中心对称

判定方法：

- (1) 先证平行四边形，再证一个内角是直角；
- (2) 先证平行四边形，再证对角线相等；
- (3) 证三个角为直角；

模型 06 正方形的性质与判定

性质/图形	正方形
边	四条边相等
角	四个角都是 90°
对角线	对角线互相垂直、平分且相等
对称性	既是轴对称，又是中心对称

判定方法：

由菱形到正方形 (1) 有一个内角是直角的菱形是正方形；

- (2) 对角线相等的菱形是正方形；

由矩形到正方形：(1) 邻边相等的矩形是正方形；

- (2) 对角线互相垂直的矩形是正方形。

模型 01 中心对称与轴对称图形

考 | 向 | 预 | 测

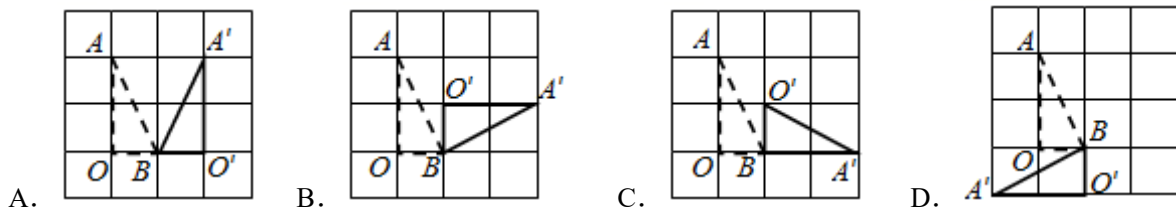
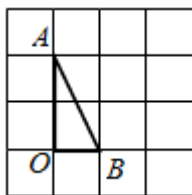
中心对称与轴对称图形该题型近年主要以选择形式出现，难度系数较小，在各类考试中基本为送分题型.解这类问题的关键是了解中心对称与轴对称图形的定义，把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形互相重合，那么这个图形叫做中心对称图形.这个点就是它的对称中心.

答 | 题 | 技 | 巧

第一步：	首先判断一个图形绕着某一点旋转 180° ，看它是否能够和另一个图形重合；
第二步：	能够重合即为中心对称，否则看是否具有对称轴；
第三步：	根据选项做出选择；

题型示例

例 1. (2022·苏州) 如图，在方格纸中，将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° 后得到 $\text{Rt}\triangle A'O'B$ ，则下列四个图形中正确的是 ()



【答案】 B

【详解】解：A 选项是原图形的对称图形，故 A 不正确；

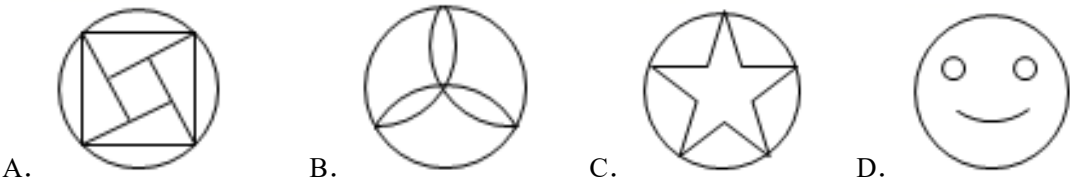
B 选项是 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° 后得到 $\text{Rt}\triangle A'O'B$ ，故 B 正确；

C 选项旋转后的对应点错误，即形状发生了改变，故 C 不正确；

D 选项是按逆时针方向旋转 90° ，故 D 不正确；

故选：B.

例 2. (2023•安徽) 对称美是美的一种重要形式, 它能给人们一种圆满、协调和平的美感, 下列图形属于中心对称图形的是 ()



【答案】*A*

【详解】解: *A*、是中心对称图形, 故选项符合题意;

B、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故选项不符合题意;

C、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故选项不符合题意;

D、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故选项不符合题意.

故选: *A*.

模型 02 平行四边形的性质与判定

考 | 向 | 预 | 测

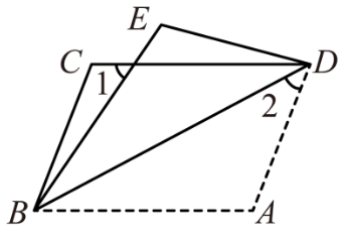
平行四边形的性质与判定该题型主要以选择、填空形式出现, 难度系数不大, 在各类考试中得分率较高.掌握平行四边形、矩形、菱形、正方形的定义、性质和判定.清楚平行四边形、特殊平行四边形(矩形、菱形、正方形)的特征以及彼此之间的关系.能用平行四边形的判定定理和性质定理进行几何证明和计算是考试的重点.

答 | 题 | 技 | 巧

第一步:	理解题意;
第二步:	根据题意, 利用平行四边形的判定定理和性质定理进行几何证明和计算;
第三步:	注意是否引入其它知识点, 例如三角形、平面直角坐标系、函数等;
第四步:	利用相关的性质和判定进行推理和计算.

题型示例

例 1. 如图, 将平行四边形*ABCD*沿对角线*BD*折叠, 使点*A*落在点*E*处. 若 $\angle 1 = 56^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 ()



A. 68°

B. 70°

C. 110°

D. 112°

【答案】D

【详解】解：根据折叠可知， $\angle EDB = \angle 2 = 40^\circ$ ， $\angle EBD = \angle ABD$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle CDB = \angle ABD$ ，

$\therefore \angle EBD = \angle CDB = \angle ABD$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle EBD + \angle CDB$ ，

$\therefore 2\angle EBD = 56^\circ$ ，

$\therefore \angle EBD = 28^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD = 28^\circ$ ，

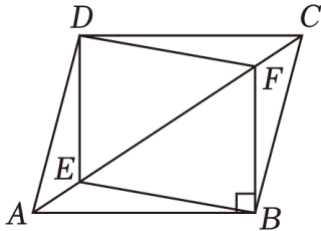
$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABD - \angle 2 = 180^\circ - 28^\circ - 40^\circ = 112^\circ$ ，

故选：D.

例 2. (2023•山东) 如图，点 E, F 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 AC 上的两点，且 $AE = CF$.

(1) 求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形；

(2) 若 $AB \perp BF$ ， $AB = 16$ ， $BF = 12$ ， $AC = 24$. 求线段 EF 的长.



【答案】(1) 证明过程见解答；

(2) 16.

【详解】(1) 证明：如图，连接 BD 交 AC 于点 O ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OB = OD$ ， $OA = OC$ ，

$\therefore AE = CF$ ，

$$\therefore OA - AE = OC - CF,$$

$$\therefore OE = OF,$$

$$\therefore OB = OD,$$

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形;

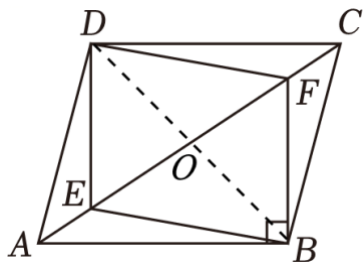
(2) 解: $\because AB \perp BF, AB = 16, BF = 12,$

$$\therefore AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20,$$

$$\therefore AC = 24,$$

$$\therefore AE = CF = AC - AF = 4,$$

$$\therefore EF = AC - AE - CF = 24 - 4 - 4 = 16.$$



模型 03 三角形的中位线

考 | 向 | 预 | 测

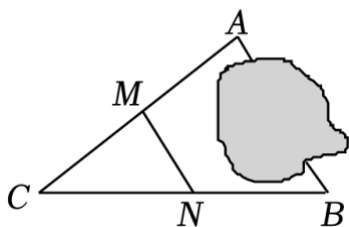
三角形的中位线该题型近年在中点型问题中考试较多, 在各类考试中以辅助形式出现, 很少有单独考某一个具体知识点的. 解这类问题的关键是正确理解三角形中位线的性质, 把握题中的关键信息. 中位线的考法一般情况是描述出多个中点, 另外根据题意条件学会构建出存在中位线的三角形也是至关重要的.

答 | 题 | 技 | 巧

第一步:	分析题目中是一个中点还是多个中点的问题;
第二步:	单中点问题观察是否为直角三角形, 多中点型问题注意中位线的应用;
第三步:	根据中位线的性质解题, 注意是否需要重新构造中位线所在的三角形;
第四步:	结合其它相关几何知识解题;

题型示例

例 1. (2023·陕西) 如图, A, B 两地被池塘隔开, 小明先在 AB 外选一点 C , 然后测出 AC, BC 的中点 M, N . 若 MN 的长为 18 米, 则 A, B 间的距离是 ()



- A. 9米 B. 18米 C. 27米 D. 36米

【答案】D

【详解】解：∵点 M ， N 分别是 AC ， BC 的中点，

∴ MN 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

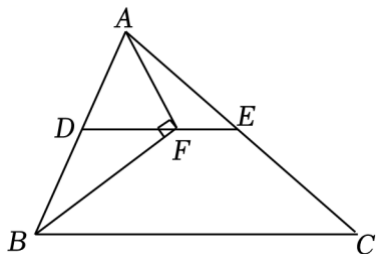
∴ $AB = 2MN$ ，

∵ $MN = 18$ 米，

∴ $AB = 36$ 米，

故选：D.

例 2. (2023•河南) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D ， E 分别是边 AB ， AC 的中点，点 F 是线段 DE 上的一点. 连接 AF ， BF ， $\angle AFB = 90^\circ$ ，且 $AB = 8$ ， $BC = 14$ ，则 EF 的长是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】B

【详解】解：∵点 D ， E 分别是边 AB ， AC 的中点，

∴ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

∵ $BC = 14$ ，

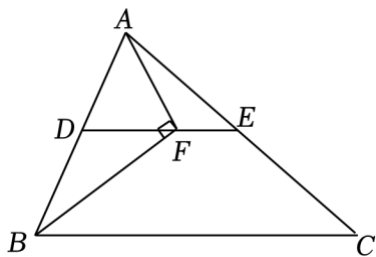
∴ $DE = \frac{1}{2}BC = 7$ ，

∵ $\angle AFB = 90^\circ$ ， $AB = 8$ ，

∴ $DF = \frac{1}{2}AB = 4$ ，

∴ $EF = DE - DF = 7 - 4 = 3$ ，

故选：B.



模型 04 菱形的性质与判定

考 | 向 | 预 | 测

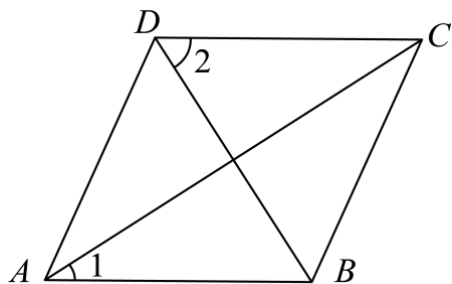
菱形的性质与判定该题型主要是在综合性大题中考试较多，一般情况下出现在与圆结合或者利用相似求长度、类比探究题型，具有一定的综合性和难度.掌握菱形的性质与判定，菱形的面积公式，及一些特殊的菱形是解答本题的关键.注意菱形与平行四边形的区别，菱形与正方形的联系与区别，利用数形结合及方程的思想解题.

答 | 题 | 技 | 巧

第一步：	理解题意；
第二步：	根据题意，利用菱形的判定定理和性质定理进行几何证明和计算；
第三步：	注意菱形面积的求解，菱形与动点问题、圆及平面直角坐标系的结合；
第四步：	利用相关的性质和判定进行推理和计算.

题型示例

例 1. (2023·湖南) 如图，菱形 $ABCD$ 中，连接 AC , BD ，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 20°

B. 60°

C. 70°

D. 80°

【答案】C

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

$\therefore BD \perp AC, AB \parallel CD$,

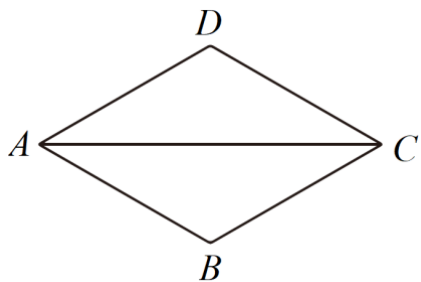
$\therefore \angle 1 = \angle ACD, \angle ACD + \angle 2 = 90^\circ$,

$$\because \angle 1 = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$

故选：C.

例 2. (2023·浙江) 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=1$ ， $\angle DAB=60^\circ$ ，则 AC 的长为 ()



A. $\frac{1}{2}$

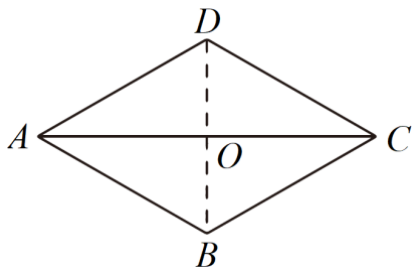
B. 1

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\sqrt{3}$

【答案】D

【详解】解：连接 BD 与 AC 交于 O .



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AB \parallel CD, AB = AD, AC \perp BD, AO = OC = \frac{1}{2}AC,$$

$$\because \angle DAB = 60^\circ, \text{ 且 } AB = AD,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形,

$$\therefore AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle OAB = \frac{1}{2} \angle BAD = 30^\circ, \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore OB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore AC = 2AO = \sqrt{3},$$

故选：D.

模型 05 矩形的性质与判定

考 | 向 | 预 | 测

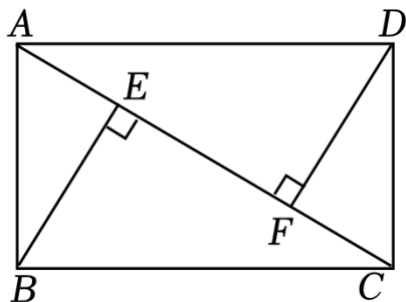
矩形的性质与判定该题型近年主要以填空及综合性大题的形式出现，一般属于多解型问题，难度系数较大.矩形或其它特殊平行四边形的折叠问题注意折叠前后对应边相等、对应角相等，在多解型中，准确画出折叠后的图形是我们解题的关键.结合矩形的相关性质及判定定理与推论和其它几何的相关知识点进行解题.

答 | 题 | 技 | 巧

第一步：	确定试题考点方向，折叠、旋转、判定等；
第二步：	应用矩形相关的性质与判定进行解题
第三步：	注意矩形的折叠、旋转、矩形与坐标系结合等题型的解法；
第四步：	进行相关计算解决问题.

题型示例

例 1. (2023•安徽) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $BE \perp AC$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分别为 E 、 F 。求证： $AF = CE$ 。



【答案】过程见详解；

【详解】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AB = CD, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DCF.$$

$$\text{又 } BE \perp AC, DF \perp AC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CFD = 90^\circ.$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 中, $\begin{cases} \angle AEB = \angle CFD \\ \angle BAE = \angle DCF, \\ AB = CD \end{cases}$

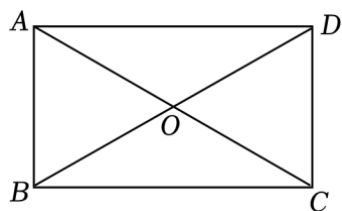
$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (AAS),

$\therefore AE = CF$,

$\therefore AE + EF = CF + EF$,

即 $AF = CE$.

例 2. (2023•杭州) 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O . 若 $\angle AOB = 60^\circ$, 则 $\frac{AB}{BC} =$ ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【答案】D

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AO = BO = CO = DO$,

$\because \angle AOB = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABO$ 是等边三角形,

$\therefore \angle BAO = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 30^\circ$,

$\therefore BC = \sqrt{3}AB$,

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

故选: D.

模型 06 正方形的性质与判定

考 | 向 | 预 | 测

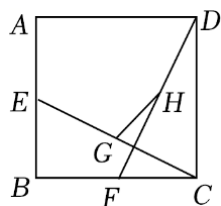
正方形的性质与判定 该题型主要以解答题的形式出现, 综合性较强, 有一定难度, 本专题重点分析正方形与平面直角坐标系相结合、正方形的折叠等题型. 结合各类模型展示旋转中的变与不变, 并结合经典例题和专项训练深度分析基本图形和归纳主要步骤, 同时规范了解题步骤, 提高数学的综合解题能力.

答 | 题 | 技 | 巧

第一步:	确定正方形所考查知识点;
第二步:	利用正方形的特殊性分析题目信息, 根据已知条件得出相关结论;
第三步:	结合各类模型中解题技巧和方法, 综合运用;
第四步:	结合其它几何的相关知识点进行解题;

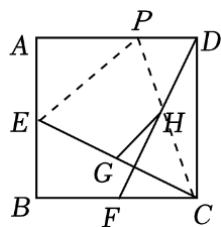
题型示例

例 1. (2023·湖南) 如图, 点 E 、 F 为正方形 $ABCD$ 边的点, $CE \perp DF$, 点 G 、 H 分别为线段 CE 、 DF 的中点, 连接 GH , 若 $CF = 2$, $GH = 3\sqrt{2}$, 则 AB 的长为 _____.



【答案】8

【详解】解: 连接 CH 并延长交 AD 于 P , 连接 PE ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle A = 90^\circ$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DPH = \angle FCH$,

在 $\triangle PDH$ 和 $\triangle CFH$ 中,
$$\begin{cases} \angle DPH = \angle FCH \\ \angle DHP = \angle FHC \\ PH = FH \end{cases}$$

$\therefore \triangle PDH \cong \triangle CFH (AAS)$,

$\therefore PD = CF = 2$, $CH = PH$,

$\because$ 点 G 为线段 CE 的中点,

$\therefore PE = 2HG = 6\sqrt{2}$,

$\therefore DF \perp CE$,

$$\therefore \angle BCE + \angle CEB = \angle FCG + \angle CFD,$$

$$\therefore \angle CFD = \angle CEB,$$

$$\text{在 } \triangle BCE \text{ 与 } \triangle CDF \text{ 中, } \begin{cases} \angle B = \angle DCF \\ BC = CD \\ \angle BEC = \angle CFD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CDF(ASA),$$

$$\therefore BE = CF = 2,$$

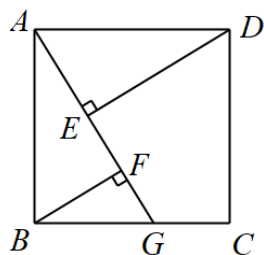
$$\because AB = AD,$$

$$\therefore AE = AP = \frac{\sqrt{2}}{2} PE = 6,$$

$$\therefore AB = AE + BE = 8,$$

故答案为：8.

例 2. (2023•广东) 如图, $ABCD$ 是正方形, G 是 BC 上任意一点, $DE \perp AG$ 于 E , $BF \perp AG$ 于 F . 求证: $AE = BF$.



【答案】证明见解析.

【解析】解: $\because ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = AD, \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF + \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\because DE \perp AG, BF \perp AG,$$

$$\therefore \angle DEA = \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE + \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle ADE,$$

$$\text{在 } \triangle ABF \text{ 与 } \triangle DAE \text{ 中, } \begin{cases} \angle BAF = \angle ADE \\ \angle AFB = \angle DEA, \\ AB = DA \end{cases},$$

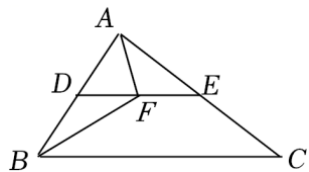
$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAE,$$

$\therefore BF = AE.$

刷

真题·强化训练

1. (2023·北京) 如图所示, DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线, 点 F 在 DE 上, 且 $\angle AFB = 90^\circ$, 若 $AB = 6$, $BC = 8$, 则 EF 的长为()



- A. 1 B. 2 C. 1.5 D. 2.5

【答案】A

【详解】解: $\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $BC = 8$,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = 4, \text{ } D \text{ 是 } AB \text{ 的中点,}$$

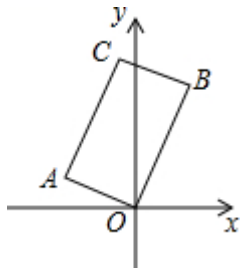
$$\because \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}AB = 3,$$

$$\therefore EF = DE - DF = 1,$$

故选: A.

2. (2023·江苏) 如图, 在矩形 $AOBC$ 中, 点 A 的坐标是 $(-2, 1)$, 点 C 的纵坐标是 4, 则 B 、 C 两点的坐标分别是()



- A. $(\frac{3}{2}, 3)$ 、 $(-\frac{2}{3}, 4)$ B. $(\frac{3}{2}, 3)$ 、 $(-\frac{1}{2}, 4)$
C. $(\frac{7}{4}, \frac{7}{2})$ 、 $(-\frac{2}{3}, 4)$ D. $(\frac{7}{4}, \frac{7}{2})$ 、 $(-\frac{1}{2}, 4)$

【答案】B

【详解】解: 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E , 过点 C 作 $CF \parallel y$ 轴, 过点 A 作 $AF \parallel x$ 轴, 交点为 F , 延长 CA 交 x 轴于点 H ,

∵ 四边形 $AOBC$ 是矩形,

∴ $AC \parallel OB$, $AC = OB$,

∴ $\angle CAF = \angle BOE = \angle CHO$,

在 $\triangle ACF$ 和 $\triangle OBE$ 中,
$$\begin{cases} \angle F = \angle BEO = 90^\circ \\ \angle CAF = \angle BOE \\ AC = OB \end{cases},$$

∴ $\triangle ACF \cong \triangle OBE$ (AAS),

∴ $BE = CF = 4 - 1 = 3$,

∵ $\angle AOD + \angle BOE = \angle BOE + \angle OBE = 90^\circ$,

∴ $\angle AOD = \angle OBE$,

∵ $\angle ADO = \angle OEB = 90^\circ$,

∴ $\triangle AOD \sim \triangle OBE$,

∴ $\frac{AD}{OE} = \frac{OD}{BE}$,

即 $\frac{1}{OE} = \frac{2}{3}$,

∴ $OE = \frac{3}{2}$,

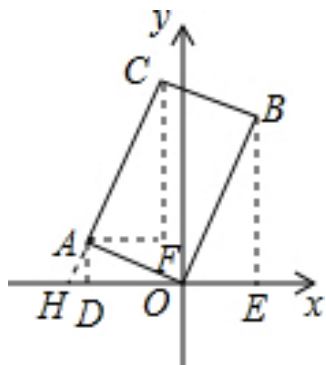
即点 $B \left(\frac{3}{2}, 3 \right)$,

∴ $AF = OE = \frac{3}{2}$,

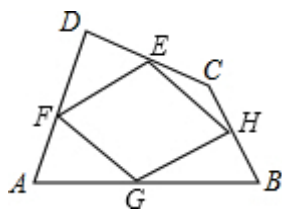
∴ 点 C 的横坐标为: $- \left(2 - \frac{3}{2} \right) = - \frac{1}{2}$,

∴ 点 $C \left(- \frac{1}{2}, 4 \right)$.

故选: B .



3. (2023•四川) 如图, 顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点得四边形 $EFGH$, 要使四边形 $EFGH$ 为矩形, 应添加的条件是 ()



- A. $AB \parallel DC$ B. $AC = BD$ C. $AC \perp BD$ D. $AB = DC$

【答案】C

【详解】解：依题意得，四边形 $EFGH$ 是由四边形 $ABCD$ 各边中点连接而成，

连接 AC 、 BD ，故 $EF \parallel AC \parallel HG$ ， $EH \parallel BD \parallel FG$ ，

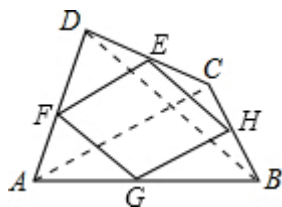
所以四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

要使四边形 $EFGH$ 为矩形，

根据矩形的判定（有一个角为直角的平行四边形是矩形）

故当 $AC \perp BD$ 时， $\angle EFG = \angle EHG = 90^\circ$ ，四边形 $EFGH$ 为矩形．

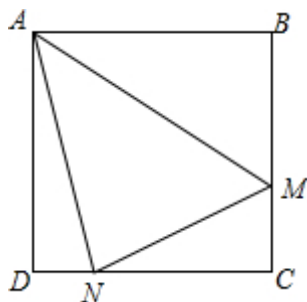
故选：C．



4. (2023•福建) 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 M 、 N 为边 BC 和 CD 上的动点（不含端点）， $\angle MAN = 45^\circ$

下列三个结论：①当 $MN = \sqrt{2}MC$ 时，则 $\angle BAM = 22.5^\circ$ ；② $2\angle AMN - \angle MNC = 90^\circ$ ；③ $\triangle MNC$ 的周长不变．

其中正确结论的个数是（ ）



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】D

【详解】解：①：∵ 正方形 $ABCD$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore MN = \sqrt{MC^2 + NC^2},$$

$$\therefore MN^2 = MC^2 + NC^2.$$

当 $MN = \sqrt{2}MC$ 时,

$$MN^2 = 2MC^2,$$

$$\therefore MC^2 = NC^2$$

$$\therefore MC = NC.$$

$$\therefore BM = DN$$

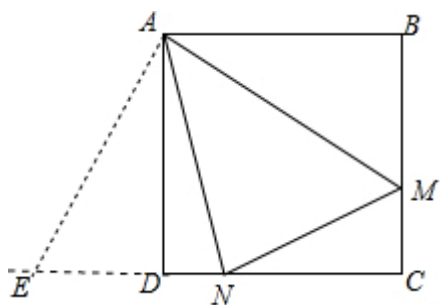
易证 $\triangle ABM \cong \triangle ADN$ (SAS).

$$\therefore \angle BAM = \angle DAN,$$

$$\because \angle MAN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAM = 22.5^\circ, \text{ 故①正确;}$$

②: 如图, 将 $\triangle ABM$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得 $\triangle ADE$,



$$\text{则 } \angle EAN = \angle EAM - \angle MAN = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\text{则在 } \triangle EAN \text{ 和 } \triangle MAN \text{ 中, } \begin{cases} AE = AM \\ \angle EAN = \angle MAN \\ AN = AN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAN \cong \triangle MAN \text{ (SAS),}$$

$$\therefore \angle AMN = \angle AED,$$

$$\therefore \angle AED + \angle EAM + \angle ENM + \angle AMN = 360^\circ,$$

$$\therefore 2\angle AMN + 90^\circ + (180^\circ - \angle MNC) = 360^\circ,$$

$$\therefore 2\angle AMN - \angle MNC = 90^\circ,$$

故②正确;

$$\text{③: } \because \triangle EAN \cong \triangle MAN,$$

$$\therefore MN = EN = DE + DN = BM + DN,$$

$$\therefore \triangle MNC \text{ 的周长为: } MC + NC + MN = (MC + BM) + (NC + DN) = DC + BC,$$

$\therefore DC$ 和 BC 均为正方形 $ABCD$ 的边长, 故 $\triangle MNC$ 的周长不变.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/745101014100011230>