

专题 1.7 全等三角形的性质与判定大题专练（重难点培优）

【名师点睛】

1. 全等三角形的性质与判定综合应用

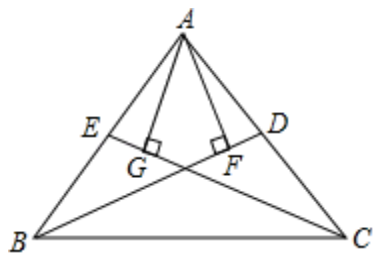
用全等寻找下一个全等三角形的条件，全等的性质和判定往往是综合在一起应用的，这需要认真分析题目的已知和求证，分清问题中已知的线段和角与所证明的线段或角之间的联系。

2. 作辅助线构造全等三角形

常见的辅助线做法：①把三角形一边的中线延长，把分散条件集中到同一个三角形中是解决中线问题的基本规律。②证明一条线段等于两条线段的和，可采用“截长法”或“补短法”，这些问题经常用到全等三角形来证明。

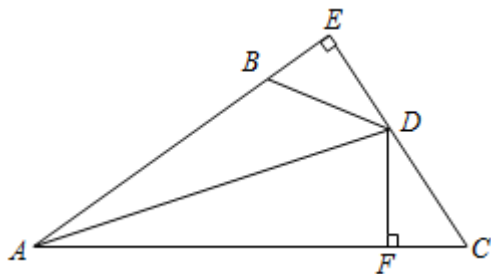
【典例剖析】

【例 1】（2019 秋·东海县期中）如图， $AB=AC$ ， E 、 D 分别是 AB 、 AC 的中点， $AF \perp BD$ ，垂足为点 F ， $AG \perp CE$ ，垂足为点 G ，试判断 AF 与 AG 的数量关系，并说明理由。



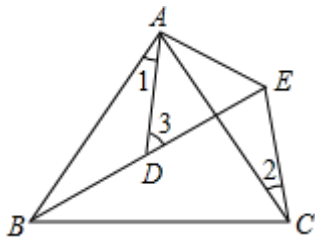
【变式 1】（2021 秋·锡山区校级期中）如图， $DE \perp AB$ 于 E ， $DF \perp AC$ 于 F ，若 $BD=CD$ ， $BE=CF$ 。

- (1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle ADF$ ；
- (2) 已知 $AC=18$ ， $AB=12$ ，求 BE 的长。



【例 2】（2020 春·江阴市期中）如图， $AB=AC$ ， $AD=AE$ ， $\angle BAC=\angle DAE$ 。

- (1) 求证： $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ；
- (2) 若 $\angle 1=25^\circ$ ， $\angle 2=30^\circ$ ，求 $\angle 3$ 的度数。



【变式 2】（2021 秋•盐都区期中）如图，已知在四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 AD 上， $\angle BCE = \angle ACD$ ， $\angle BAC = \angle D$ ， $BC = CE$ 。

（1）求证： $AC = CD$ 。

（2）若 $AC = AE$ ， $\angle ACD = 80^\circ$ ，求 $\angle DEC$ 的度数。

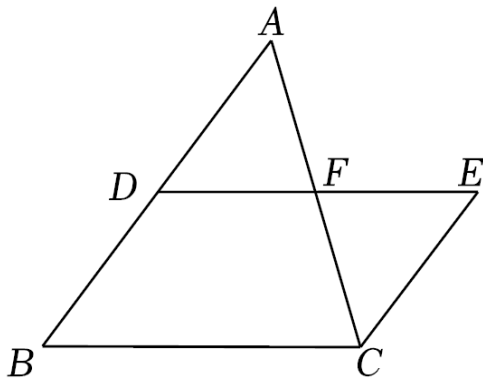
【满分训练】

一. 解答题（共 20 小题）

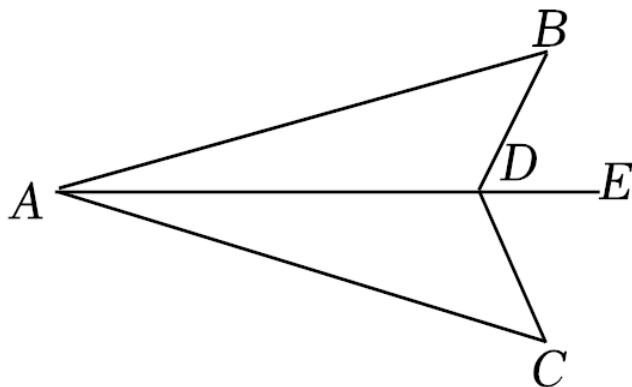
1. （2022•丰县二模）如图，点 F 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 的中点，点 D 在 AB 上，连接 DF 并延长至点 E ， $DF = EF$ ，连接 CE 。

（1）求证： $\triangle ADF \cong \triangle CEF$ ；

（2）若 $DE \parallel BC$ ， $DE = 4$ ，求 BC 的长。



2. （2022•姑苏区一模）如图，点 D 在射线 AE 上， $BD = CD$ ， DE 平分 $\angle BDC$ 。求证： $AB = AC$ 。

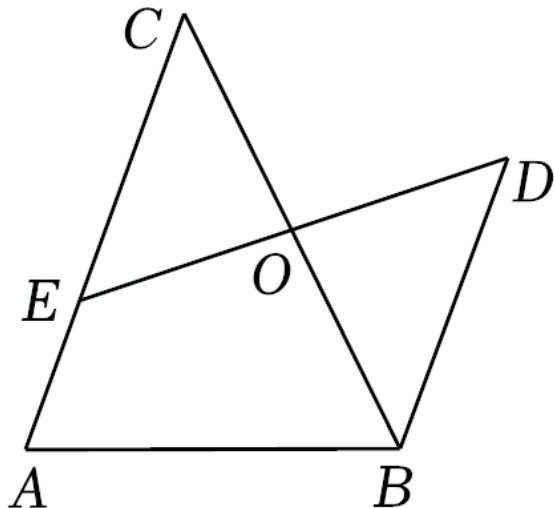


3. (2022•工业园区模拟) 已知: 如图, $AB=AC$, $AD=AE$, $\angle BAE=\angle CAD$. 求证: $\angle D=\angle E$.

4. (2022•江阴市模拟) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, O 为 BC 中点, $BD\parallel AC$, 直线 OD 交 AC 于点 E .

(1) 求证: $\triangle BDO\cong\triangle CEO$;

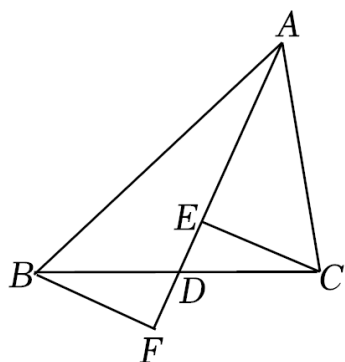
(2) 若 $AC=6$, $BD=4$, 求 AE 的长.



5. (2022•宜兴市校级二模) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边中点, $CE\perp AD$ 于点 E , $BF\perp AD$ 于点 F .

(1) 求证: $\triangle BDF\cong\triangle CDE$;

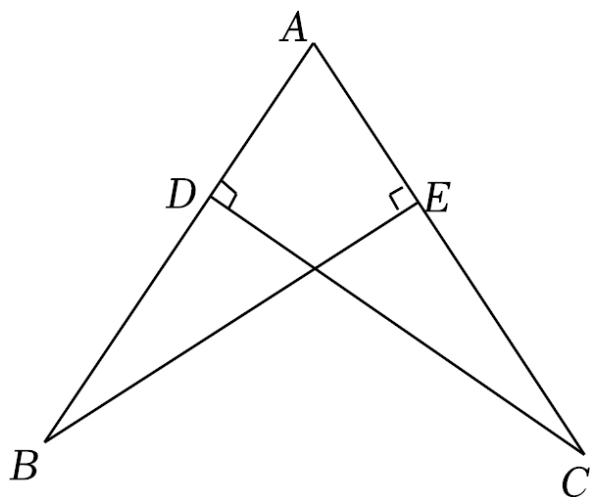
(2) 若 $AD=5$, $CE=2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



6. (2022•太仓市模拟) 如图, $AB=AC$, $BE\perp AC$, $CD\perp AB$ 垂足分别为点 E , 点 D .

(1) 求证: $\triangle ABE\cong\triangle ACD$;

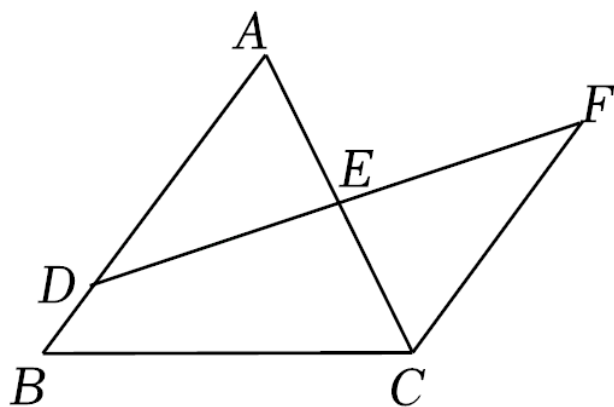
(2) 若 $AB=13$, $AE=5$, 求 CD 的长度.



7. (2022•金坛区一模) 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点, $CF \parallel AB$, DF 交 AC 于点 E , $DE = EF$.

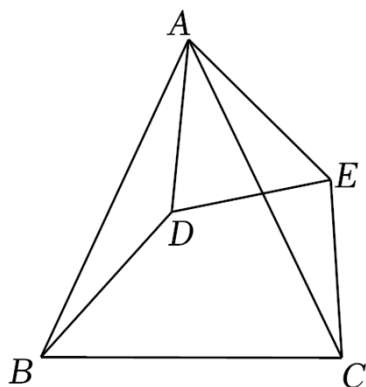
(1) 求证: $AE = EC$;

(2) 若 $AB = 5$, $CF = 4$, 求 BD 的长.

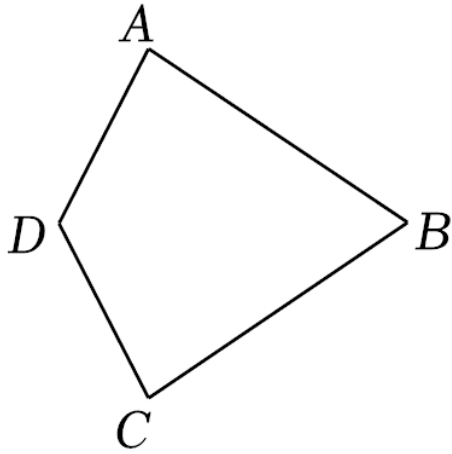


8. (2021 秋•鼓楼区校级期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAD = \angle CAE$.

求证: $\angle ABD = \angle ACE$.



9. (2021 秋•淮安区期末) 如图, 已知 $AB = CB$, $AD = CD$. 求证: $\angle A = \angle C$.



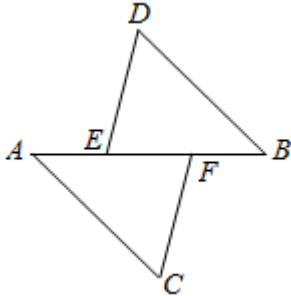
10. (2021 秋•沭阳县校级期末) 如图, 已知 $AD=AE$, $AB=AC$. 求证: $BE=CD$.

11. (2020 秋•常州期末) 已知: 如图, $AB=AE$, $AB \parallel DE$, $\angle ECB + \angle D = 180^\circ$.

求证: $\triangle ABC \cong \triangle EAD$.

12. (2020 秋•苏州期末) 如图, 点 E 、 F 在 AB 上, 且 $AE=BF$, $\angle C=\angle D$, $AC \parallel BD$.

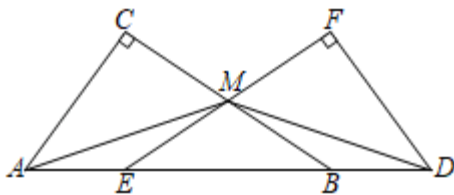
求证: $CF \parallel DE$.



13. (2020 秋•建邺区期末) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中, $\angle C=\angle F=90^\circ$, 点 A 、 E 、 B 、 D 在同一直线上, BC 、 EF 交于点 M , $AC=DF$, $AB=DE$.

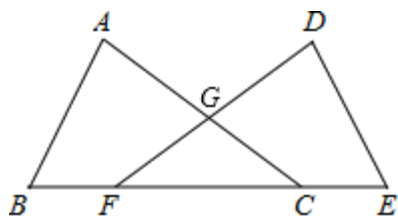
求证: (1) $\angle CBA = \angle FED$;

(2) $AM=DM$.



14. (2021•苏州模拟) 如图, 点 B 、 F 、 C 、 E 在一条直线上, $AB=DE$, $\angle B=\angle E$, $BF=CE$.

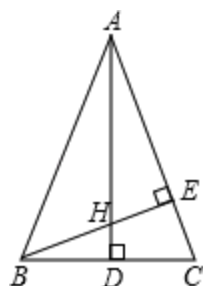
求证: $CG=FG$.



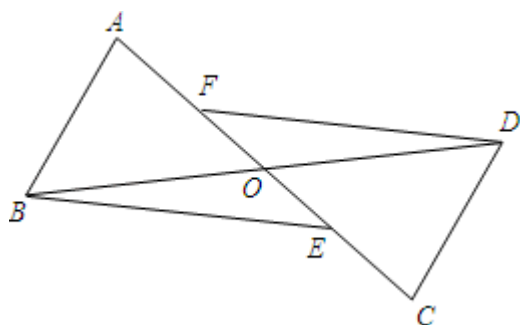
15. (2021•苏州模拟) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$ 于点 D , $BE \perp AC$ 于点 E , AD 、 BE 相交于点 H , $AE=BE$. 试说明:

(1) $\triangle AEH \cong \triangle BEC$.

(2) $AH=2BD$.



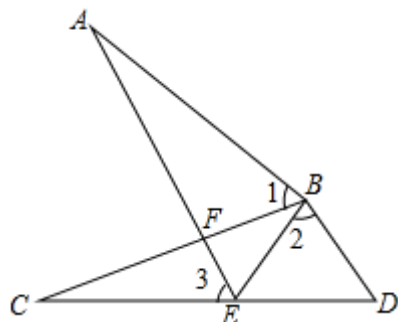
16. (2021•洪泽区二模) 如图, 线段 AC 交 BD 于 O , 点 E , F 在线段 AC 上, $\triangle DFO \cong \triangle BEO$, 且 $AF=CE$, 连接 AB 、 CD , 求证: $AB=CD$.



17. (2020 秋•盐池县期末) 如图, 点 E 在 CD 上, BC 与 AE 交于点 F , $AB=CB$, $BE=BD$, $\angle 1=\angle 2$.

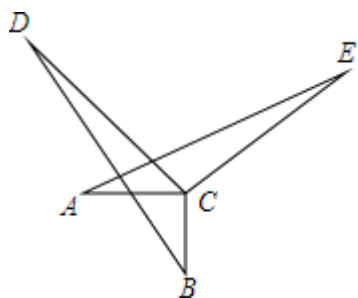
(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CBD$;

(2) 证明: $\angle 1=\angle 3$.



18. (2020 秋•泰兴市期末) 如图, $AC \perp BC$, $DC \perp EC$, $AC=BC$, $DC=EC$, 图中 AE 、 BD

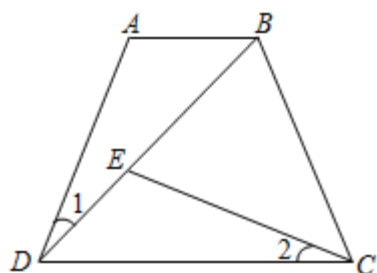
有怎样的大小和位置关系？试证明你的结论．



19. (2021 秋·台安县期中) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AD = EC$ ．

(1) 求证： $\triangle ABD \cong \triangle EDC$ ；

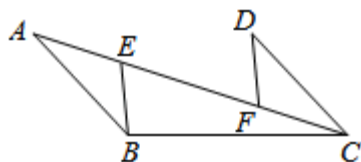
(2) 若 $AB = 2$ ， $BE = 3$ ，求 CD 的长．



20. (2021·姑苏区一模) 如图，已知 $AB = DC$ ， $AB \parallel CD$ ， E 、 F 是 AC 上两点，且 $AF = CE$ ．

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 连接 BC ，若 $\angle CFD = 100^\circ$ ， $\angle BCE = 30^\circ$ ，求 $\angle CBE$ 的度数．



专题 1.7 全等三角形的性质与判定大题专练（重难点培优）

【名师点睛】

1. 全等三角形的性质与判定综合应用

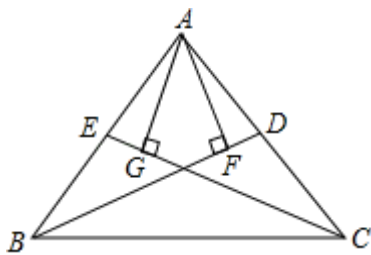
用全等寻找下一个全等三角形的条件，全等的性质和判定往往是综合在一起应用的，这需要认真分析题目的已知和求证，分清问题中已知的线段和角与所证明的线段或角之间的联系。

2. 作辅助线构造全等三角形

常见的辅助线做法：①把三角形一边的中线延长，把分散条件集中到同一个三角形中是解决中线问题的基本规律。②证明一条线段等于两条线段的和，可采用“截长法”或“补短法”，这些问题经常用到全等三角形来证明。

【典例剖析】

【例 1】（2019 秋·东海县期中）如图， $AB=AC$ ， E 、 D 分别是 AB 、 AC 的中点， $AF \perp BD$ ，垂足为点 F ， $AG \perp CE$ ，垂足为点 G ，试判断 AF 与 AG 的数量关系，并说明理由。



【分析】结论： $AF=AG$ 。先证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS)，推出 $\angle ABD = \angle ACE$ ，再证明 $\triangle ABF \cong \triangle ACG$ (AAS) 即可解决问题。

【解析】结论： $AF=AG$ 。

理由： $\because AB=AC$ ， E 、 D 分别是 AB 、 AC 的中点，

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB = AE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\because AF \perp BD, AG \perp CE,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle AGC = 90^\circ.$$

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACG$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABF = \angle ACG \\ \angle AFB = \angle AGC, \\ AB = AC \end{cases}$$

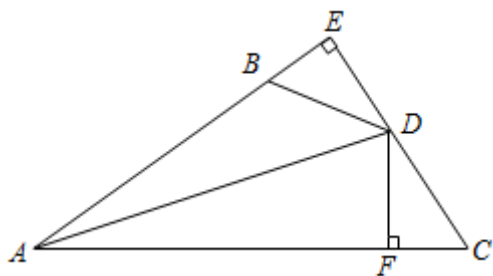
$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACG \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AF = AG.$$

【变式1】(2021秋·锡山区校级期中)如图， $DE \perp AB$ 于 E ， $DF \perp AC$ 于 F ，若 $BD = CD$ ， $BE = CF$ 。

(1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle ADF$ ；

(2) 已知 $AC = 18$ ， $AB = 12$ ，求 BE 的长。



【分析】(1) 先用(HL)证明 $\text{Rt}\triangle EBD \cong \text{Rt}\triangle FCD$ ，推 $DE = DF$ ，再用(HL)证明 $\text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle AFD$ ；

(2) 由全等推 $AE = AF$ ，把 AC 长转化为 $AC = AB + BE + FC$ ，代入数值求解即可。

【解答】(1) 证明： $\because DE \perp AB$ 于 E ， $DF \perp AC$ 于 F ，

$$\therefore \angle E = \angle DFC = \angle DFA = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle EBD$ 与 $\text{Rt}\triangle FCD$ 中

$$\begin{cases} BD = CD \\ BE = CF \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle EBD \cong \text{Rt}\triangle FCD \text{ (HL)};$$

$$\therefore DE = DF,$$

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 与 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中

$$\begin{cases} AD = AD \\ DE = DF \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle AFD \text{ (HL)};$$

(2) 解： $\because \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle AFD$ ，

$$\therefore AE = AF,$$

$$\therefore AF = 12 + BE,$$

$$\because AC = AF + FC$$

$$\therefore AC = AB + BE + FC,$$

$$\therefore 18 = 12 + BE + CF,$$

$$\because BE = CF.$$

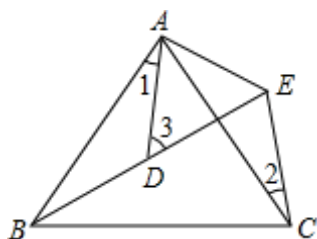
$$\therefore 18 = 12 + 2BE,$$

$$\therefore BE = 3.$$

【例 2】(2020 春•江阴市期中) 如图, $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAC = \angle DAE$.

(1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;

(2) 若 $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 求 $\angle 3$ 的度数.



【分析】(1) 利用已知得出 $\angle 1 = \angle EAC$, 进而借助 SAS 得出即可;

(2) 利用全等三角形的性质得出 $\angle ABD = \angle 2 = 30^\circ$, 再利用三角形的外角得出即可.

【解答】(1) 证明: $\because \angle BAC = \angle DAE$,

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle EAC,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle 1 = \angle EAC, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)};$$

(2) 解: $\because \triangle ABD \cong \triangle ACE$,

$$\therefore \angle ABD = \angle 2 = 30^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle ABD = 25^\circ + 30^\circ = 55^\circ.$$

【变式 2】(2021 秋•盐都区期中) 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AD 上, $\angle BCE = \angle ACD$, $\angle BAC = \angle D$, $BC = CE$.

(1) 求证: $AC = CD$.

(2) 若 $AC = AE$, $\angle ACD = 80^\circ$, 求 $\angle DEC$ 的度数.

【分析】(1) 根据同角的余角相等可得到 $\angle 3 = \angle 5$, 结合条件可得到 $\angle 1 = \angle D$, 再加上 BC

$=CE$ ，可证得结论；

(2) 根据 $\angle ACD=80^\circ$ ， $AC=CD$ ，得到 $\angle 2=\angle D=50^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle 4=\angle 6=65^\circ$ ，由平角的定义得到 $\angle DEC=180^\circ - \angle 6=115^\circ$ 。

【解析】(1) $\because \angle BCE=\angle ACD$ ，

$$\therefore \angle 3+\angle 4=\angle 4+\angle 5，$$

$$\therefore \angle 3=\angle 5，$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中，，

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC \text{ (AAS)，}$$

$$\therefore AC=CD；$$

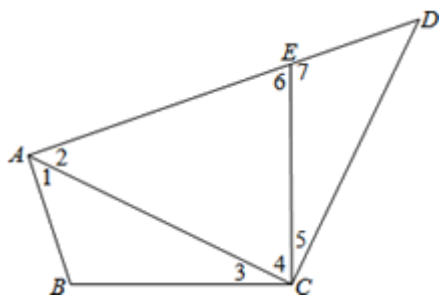
(2) $\because \angle ACD=80^\circ$ ， $AC=CD$ ，

$$\therefore \angle 2=\angle D=50^\circ，$$

$$\because AE=AC，$$

$$\therefore \angle 4=\angle 6=65^\circ，$$

$$\therefore \angle DEC=180^\circ - \angle 6=115^\circ。$$



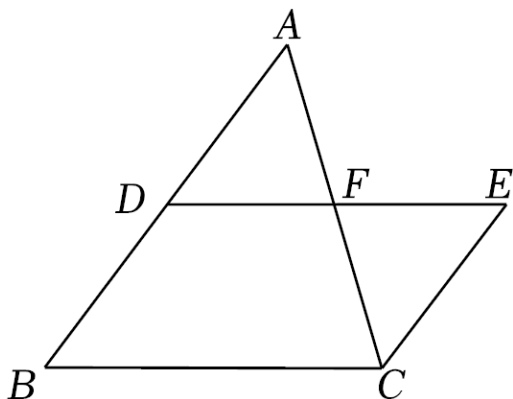
【满分训练】

一. 解答题（共 20 小题）

1. (2022•丰县二模) 如图，点 F 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 的中点，点 D 在 AB 上，连接 DF 并延长至点 E ， $DF=EF$ ，连接 CE 。

(1) 求证： $\triangle ADF \cong \triangle CEF$ ；

(2) 若 $DE \parallel BC$ ， $DE=4$ ，求 BC 的长。



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/745132240114011331>