甘肃省镇原县第二中学2024-2025学年高三下学期月考（一）数学试题

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 A=｛4，5，7，9｝，B=｛3，4，7，8，9｝，全集 U=A∪B，则集合 $C_U(A\cap B)$ 中的元素共有　（ ）

A．3个　　B．4个　　C．5个　　D．6个

2．已知函数 $\square(\square)=\sin\left(\square\square+\frac{\pi}{6}\right)+\cos\square\square\,(\square>0)$ 在 $[0,\pi]$ 上的值域为 $\left[\frac{3}{2},\sqrt{3}\right]$，则实数 $\square$ 的取值范围为（　　）

A．$\left[\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right]$　　B．$\left[\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right]$　　C．$\left[\frac{1}{6},+\infty\right]$　　D．$\left[\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]$

3．等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_n>0$，$q>1$，$a_3+a_5=20$，$a_2a_6=64$，则 $S_5=$（ ）

A．48　　B．36　　C．42　　D．31

4．已知 ***a***，***b*** 是两条不同的直线，***α***，***β*** 是两个不同的平面，且 $a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel\beta$，$b\parallel\alpha$，则“$a\parallel b$“是“$\alpha\parallel\beta$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右两个焦点分别为 F_1，F_2，若存在点 P 满足 $|PF_1|:|PF_2|:|F_1F_2|=4:6:5$，则该双曲线的离心率为（　　）

A．2　　B．$\frac{5}{2}$　　C．$\frac{5}{3}$　　D．5

6．$F(-c,0)$ 为双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左焦点，过点 F 的直线与圆 $x^2+y^2=\frac{3}{4}c^2$ 交于 A、B 两点，（A 在 F、B 之间）与双曲线 E 在第一象限的交点为 P，O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BP}$，且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\frac{3}{100}c^2$，则双曲线 E 的离心率为（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\frac{5}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．5

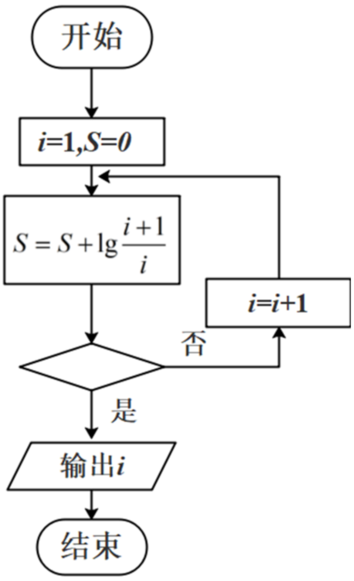
7．若复数 $z_1=2+i$，$z_2=\cos\alpha+\mathrm{i}\sin\alpha(\alpha\in\mathbf{R})$，其中 i 是虚数单位，则 $|z_1-z_2|$ 的最大值为( )

A．$\sqrt{5}-1$　　B．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C．$\sqrt{5}+1$　　D．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

8．在复平面内，复数$z=\frac{2-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$（i为虚数单位）对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

9．运行如图所示的程序框图，若输出的i的值为99，则判断框中可以填（　　）



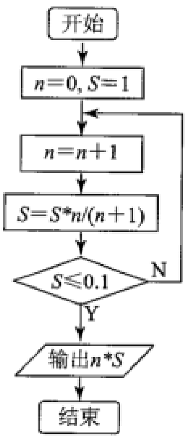
A．$S\geq 1$　　B．$S>2$　　C．$S>\lg 99$　　D．$S\geq \lg 98$

10．已知函数$f\left(x\right)=\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为$\pi$，且满足$f\left(x+\varphi\right)=f\left(\varphi-x\right)$，则要得到函数$f\left(x\right)$的图像，可将函数$g\left(x\right)=\sin\omega x$的图像（　　）

A．向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度　　B．向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度

C．向左平移$\frac{5\pi}{12}$个单位长度　　D．向右平移$\frac{5\pi}{12}$个单位长度

11．阅读下面的程序框图，运行相应的程序，程序运行输出的结果是（　　）



A．1．1　　B．1　　C．2．9　　D．2．8

12．已知函数 $f(x)=\ln x+\ln(3-x)$，则（　　）

A． 函数 $f(x)$ 在 $\left(0,3\right)$ 上单调递增　　　　　　**B．** 函数 $f(x)$ 在 $\left(0,3\right)$ 上单调递减

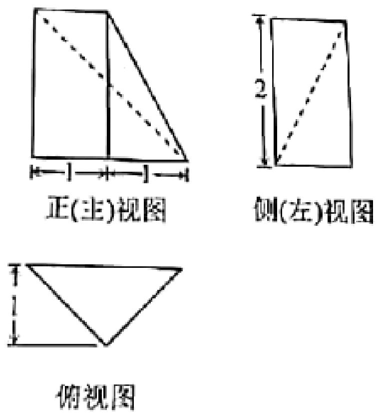
C． 函数 $f(x)$ 图像关于 $x=\dfrac{3}{2}$ 对称　　　　　　**D．** 函数 $f(x)$ 图像关于 $\left(\dfrac{3}{2},0\right)$ 对称

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知三棱锥 $A-BCD$ 中，$AD=AC=BC=BD=3$，$AB=CD=2$，则该三棱锥的外接球的表面积是________.

14．甲，乙两队参加关于“一带一路”知识竞赛，甲队有编号为 1，2，3 的三名运动员，乙队有编号为 1，2，3，4 的四名运动员，若两队各出一名队员进行比赛，则出场的两名运动员编号相同的概率为______.

15．某四棱锥的三视图如图所示，那么此四棱锥的体积为______.



16．在等差数列 $\left\{a_n\right\}$（$n\in\mathbf{N}^*$）中，若 $a_1=a_2+a_4$，$a_8=-3$，则 a_{20} 的值是______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知命题 p：$\forall x\in R$，$x^2-x+m>0$；命题 q：函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{m}{2}x$ 无零点.

（1）若 $\neg q$ 为假，求实数 m 的取值范围；

（2）若 $p\wedge q$ 为假，$p\vee q$ 为真，求实数 m 的取值范围.

18．（12 分）在 $\triangle ABC$ 中，角 ***A***、***B***、***C*** 的对边分别为 ***a***、***b***、***c***，且 $\dfrac{\sin C-\sqrt{3}\sin B}{\sin A+\sin B}=\dfrac{a-b}{c}$.

（1）求角 ***A*** 的大小；

（2）若 $2\sin A\sin B=1+\cos C$，$\angle BAC$ 的平分线与 BC 交于点 ***D***，与 $\triangle ABC$ 的外接圆交于点 ***E***（异于点 ***A***），$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AD}$，求 λ 的值.

19．（12 分）我国在 2018 年社保又出新的好消息，之前流动就业人员跨地区就业后，社保转移接续的手续往往比较繁琐，费时费力.社保改革后将简化手续，深得流动就业人员的赞誉.某市社保局从 2018 年办理社保的人员中抽取 300 人，得到其办理手续所需时间（天）与人数的频数分布表：

时间	$[0,2)$	$[2,4)$	$[4,6)$	$[6,8)$	$[8,10)$	$[10,12)$
人数	**15**	**60**	**90**	**75**	**45**	**15**

（1）若 300 名办理社保的人员中流动人员 210 人，非流动人员 90 人，若办理时间超过 4 天的人员里非流动人员有 60 人，请完成办理社保手续所需时间与是否流动人员的列联表，并判断是否有 95%的把握认为“办理社保手续所需时间与是否流动人员”有关.

列联表如下

	流动人员	非流动人员	总计
办理社保手续所需时间不超过 4 天			
办理社保手续所需时间超过 4 天		**60**	
总计	**210**	**90**	**300**

（2）为了改进工作作风，提高效率，从抽取的 300 人中办理时间为 $[8,12)$ 流动人员中利用分层抽样，抽取 12 名流动人员召开座谈会，其中 3 人要求交书面材料，3 人中办理的时间为 $[10,12)$ 的人数为 ξ，求出 ξ 分布列及期望值.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

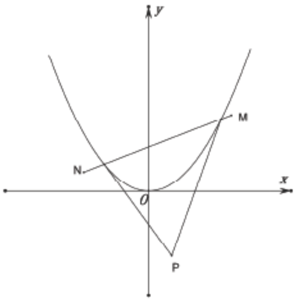
$P\left(K^2\geq k_0\right)$	**0.10**	**0.05**	**0.010**	**0.005**
k_0	**2.706**	**3.841**	**6.635**	**7.879**

20.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\ln x}{x}$.

(Ⅰ)求函数 $f\left(x\right)$ 的极值；

(Ⅱ)若 $m>n>0$,且 $m^n=n^m$,求证：$mn>e^2$.

21.（12 分）已知直线 l 与抛物线 $C:x^2=4y$ 交于 M,N 两点.



（1）当点M,N的横坐标之和为4时，求直线l的斜率；

（2）已知点$P(1,-2)$，直线l过点$Q(0,1)$，记直线PM,PN的斜率分别为k_1，k_2，当$\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$取最大值时，求直线$l$的方程.

22.（10分）**已知$f\left(x\right)=x\ln x$与$y=a$有两个不同的交点A，B，其横坐标分别为x_1，x_2（$x_1<x_2$）.**

（1）求实数a的取值范围；

（2）求证：$ae+1<x_2-x_1<\frac{3a+2+e^{-3}}{2}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．A

【解析】

试题分析：$U = A \cup B = \{3,4,5,7,8,9\}, A \cap B = \{4,7,9\}$,所以 $C_U(A \cap B) = \{3,5,8\}$，即集合 $C_U(A \cap B)$ 中共有 3 个元素，故选 A．

考点：集合的运算．

2．A

【解析】

将$\square(\square)$整理为$\sqrt{3}\sin\left(\square\square+\frac{\square}{3}\right)$，根据$\square$的范围可求得$\square\square+\frac{\square}{3}\in\left[\frac{\square}{3},\square\square+\frac{\square}{3}\right]$；根据$\square(0)=\frac{3}{2}$，结合$\square(\square)$的值域和$\sin\square$的图象，可知$\frac{\square}{2}\leq\square\square+\frac{\square}{3}\leq\frac{2\square}{3}$，解不等式求得结果.

【详解】

$$\square(\square)=\sin\left(\square\square+\frac{\square}{6}\right)+\cos\square\square=\sin\square\square\cos\frac{\square}{6}+\cos\square\square\sin\frac{\square}{6}+\cos\square\square$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\square\square+\frac{3}{2}\cos\square\square=\sqrt{3}\sin\left(\square\square+\frac{\square}{3}\right)$$

当$\square\in[0,\square]$时，$\square\square+\frac{\square}{3}\in\left[\frac{\square}{3},\square\square+\frac{\square}{3}\right]$

又$\square(0)=\sqrt{3}\sin\frac{\square}{3}=\frac{3}{2}$，$\sqrt{3}\sin\frac{2\square}{3}=\frac{3}{2}$，$\sqrt{3}\sin\frac{\square}{2}=\sqrt{3}$

由$\square(\square)$在$[0,\square]$上的值域为$\left[\frac{3}{2},\sqrt{3}\right]$　$\therefore\frac{\square}{2}\leq\square\square+\frac{\square}{3}\leq\frac{2\square}{3}$

解得：$\square\in\left[\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right]$

本题正确选项：$\square$

本题考查利用正弦型函数的值域求解参数范围的问题，关键是能够结合正弦型函数的图象求得角的范围的上下限，从而得到关于参数的不等式.

3．D

【解析】

试题分析：由于在等比数列$\{a_n\}$中，由$a_2a_6=64$可得：$a_3a_5=a_2a_6=64$，

又因为$a_3+a_5=20$，

所以有：a_3,a_5是方程$x^2-20x+64=0$的二实根，又$a_n>0$，$q>1$，所以$a_3<a_5$，

故解得：$a_3=4,a_5=16$，从而公比$q=\sqrt{\frac{a_5}{a_3}}=2,a_1=1$；

那么$S_5=\frac{2^5-1}{2-1}=31$，

故选 D.

考点：等比数列.

4．D

【解析】

根据面面平行的判定及性质求解即可.

【详解】

解：$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel\beta$，$b\parallel\alpha$，

由$a\parallel b$，不一定有$\alpha\parallel\beta$，α与β可能相交；

反之，由$\alpha\parallel\beta$，可得$a\parallel b$或a与b异面，

$\therefore a$，b是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，且$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel\beta$，$b\parallel\alpha$，

则“$a\parallel b$“是“$\alpha\parallel\beta$”的既不充分也不必要条件.

故选：D.

本题主要考查充分条件与必要条件的判断，考查面面平行的判定与性质，属于基础题.

5．B

【解析】

利用双曲线的定义和条件中的比例关系可求.

【详解】

$e=\frac{|F_1F_2|}{|PF_2|-|PF_1|}=\frac{5}{6-4}=\frac{5}{2}$.选 B.

本题主要考查双曲线的定义及离心率，离心率求解时，一般是把已知条件，转化为 a,b,c 的关系式.

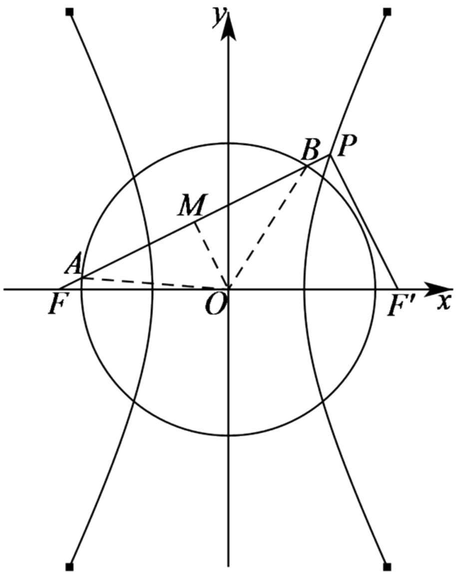
6．D

【解析】

过点 O 作 $OM \perp PF$，可得出点 M 为 AB 的中点，由 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -\dfrac{3}{100}c^2$ 可求得 $\cos\angle AOB$ 的值，可计算出 $\cos\dfrac{\angle AOB}{2}$ 的值，进而可得出 $|OM|$，结合 $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BP}$ 可知点 M 为 PF 的中点，可得出 $|PF'|$，利用勾股定理求得 $|PF|$（F' 为双曲线的右焦点），再利用双曲线的定义可求得该双曲线的离心率的值.

【详解】

如下图所示，过点 O 作 $OM \perp PF$，设该双曲线的右焦点为 F'，连接 PF'.



$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}c \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}c \cdot \cos\angle AOB = -\dfrac{3}{100}c^2$，$\therefore \cos\angle AOB = -\dfrac{1}{25}$.

$\therefore \cos\dfrac{\angle AOB}{2} = \sqrt{\dfrac{1+\cos\angle AOB}{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{5}$，$\therefore |OM| = |OA|\cos\dfrac{\angle AOB}{2} = \dfrac{3}{5}c$，

$\because \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BP}$，$\therefore M$ 为 PF 的中点，$\therefore PF' // OM$，$\angle FPF' = 90°$，$|PF'| = 2|OM| = \dfrac{6c}{5}$，

$\therefore |PF| = \sqrt{(2c)^2 - |PF'|^2} = \dfrac{8c}{5}$，

由双曲线的定义得 $|PF| - |PF'| = 2a$，即 $\dfrac{2c}{5} = 2a$，

因此，该双曲线的离心率为 $e = \dfrac{c}{a} = 5$.

故选：D.

本题考查双曲线离心率的求解，解题时要充分分析图形的形状，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

7．C

【解析】

由复数的几何意义可得 $|z_1 - z_2|$ 表示复数 $z_1 = 2+i$，$z_2 = \cos\alpha + i\sin\alpha$

对应的两点间的距离，由两点间距离公式即可求解.

【详解】

由复数的几何意义可得，复数 $z_1=2+i$ 对应的点为 $\left(2,1\right)$，复数 $z_2=\cos\alpha+i\sin\alpha$ 对应的点为 $\left(\cos\alpha,\sin\alpha\right)$，所以

$\left|z_1-z_2\right|=\sqrt{\left(2-\cos\alpha\right)^2+\left(1-\sin\alpha\right)^2}=\sqrt{1-2\sin\alpha+4-4cos\alpha+1}=\sqrt{6-2\sqrt{5}sin\left(\alpha+\varphi\right)}\le\sqrt{6+2\sqrt{5}}=\sqrt{5}+1$，其中 $\tan\varphi=2$，

故选 C

本题主要考查复数的几何意义，由复数的几何意义，将 $\left|z_1-z_2\right|$ 转化为两复数所对应点的距离求值即可，属于基础题型.

8．C

【解析】

化简复数为 $a+bi$ (a 、$b\in R$) 的形式，可以确定 z 对应的点位于的象限.

【详解】

解：复数 $z=\dfrac{2-i}{i}=\dfrac{(2-i)i}{i^2}=-(2i-i^2)=-1-2i$

故复数 z 对应的坐标为 $\left(-1,-2\right)$ 位于第三象限

故选：C.

本题考查复数代数形式的运算，复数和复平面内点的对应关系，属于基础题.

9．C

【解析】

模拟执行程序框图，即可容易求得结果.

【详解】

运行该程序：

第一次，$i=1$，$S=\lg 2$；

第二次，$i=2$，$S=\lg 2+\lg\dfrac{3}{2}=\lg 3$；

第三次，$i=3$，$S=\lg 3+\lg\dfrac{4}{3}=\lg 4$，

…；

第九十八次，$i=98$，$S=\lg 98+\lg\dfrac{99}{98}=\lg 99$；

第九十九次，$i=99$，$S=\lg 99+\lg\dfrac{100}{99}=\lg 100=2$，

此时要输出 i 的值为 99.

此时 $S=2>lg99$.