期中真题必刷压轴 60 题（15 个考点专练）

一．正数和负数（共 1 小题）

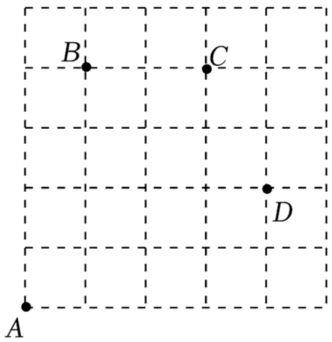
1．（2023 秋•祁阳县校级期中）如图，一只甲虫在5×5的方格（每小格边长为1) 上沿着网格线运动，它从A处出发去看望B、C、D处的其它甲虫，规定：向上向右走为正，向下向左走为负．例如从A到B记为：$A\to B(+1,+4)$，从D到C记为：$D\to C(-1,+2)$，其中第一个数表示左右方向，第二个数表示上下方向．

（1）图中$A\to C(\underline{\ \ 3\ \ }$，$\underline{\qquad})$，$B\to C(\underline{\qquad}$，$\underline{\qquad})$，

$D\to \underline{\qquad}(-4,-2)$；

（2）若这只甲虫从A处去P处的行走路线依次为$(+2,+2)$，$(+2,-1)$，$(-2,+3)$，$(-1,-2)$，请在图中标出P的位置；

（3）若这只甲虫的行走路线为$A\to B\to C\to D$，请计算该甲虫走过的路程．



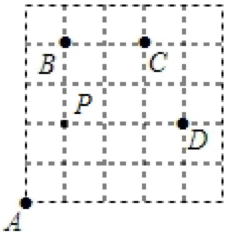
【分析】（1）根据规定及实例可知$A\to C$记为$(3,4)B\to C$记为$(2,0)D\to A$记为$(-4,-2)$；

（2）按题目所示平移规律分别向右向上平移 2 个格点，再向右平移 2 个格点，向下平移 1 个格点；向左平移 2 个格点，向上平移 3 个格点；向左平移 1 个向下平移两个格点即可得到点P的坐标，在图中标出即可；

（3）根据点的运动路径，表示出运动的距离，相加即可得到行走的总路径长．

【解答】解：（1）规定：向上向右走为正，向下向左走为负$\therefore A\to C$记为$(3,4)B\to C$记为$(2,0)D\to A$记为$(-4,-2)$；

（2）P点位置如图所示．



（3）据已知条件可知：$A\to B$ 表示为：$(1,4)$，$B\to C$ 记为 $(2,0)C\to D$ 记为 $(1,-2)$；

该甲虫走过的路线长为 $1+4+2+1+2=10$．

故答案为：$(3,4)$；$(2,0)$；A；

【点评】本题主要考查了正数与负数，利用坐标确定点的位置的方法．解题的关键是正确的理解从一个点到另一个点移动时，如何用坐标表示．

二．有理数（共 1 小题）

2．（2023 秋•蓝山县期中）在解决数学问题的过程中，我们常用到“分类讨论”的数学思想，下面是运用分类讨论的数学思想解决问题的过程，请仔细阅读，并解答问题．

【提出问题】三个有理数 a，b，c 满足 $abc>0$，求 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$ 的值．

【解决问题】

解：由题意，得 a，b，c 三个有理数都为正数或其中一个为正数，另两个为负数．

①a，b，c 都是正数，即 $a>0$，$b>0$，$c>0$ 时，则 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}=\frac{a}{a}+\frac{b}{b}+\frac{c}{c}=1+1+1=3$；

②当 a，b，c 中有一个为正数，另两个为负数时，不妨设 $a>0$，$b<0$，$c<0$，则 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}=\frac{a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}=1+(-1)+(-1)=-1$．

综上所述，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$ 值为 3 或 -1．

【探究】请根据上面的解题思路解答下面的问题：

（1）三个有理数 a，b，c 满足 $abc<0$，求 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$ 的值；

（2）若 a，b，c 为三个不为 0 的有理数，且 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}=-1$，求 $\frac{abc}{|abc|}$ 的值．

【分析】（1）仿照题目给出的思路和方法，解决（1）即可；

（2）根据已知等式，利用绝对值的代数意义判断出 a，b，c 中负数有 2 个，正数有 1 个，判断出 abc 的正负，原式利用绝对值的代数意义化简计算即可．

【解答】解：（1）$\because abc<0$，

$\therefore a$，b，c 都是负数或其中一个为负数，另两个为正数，

①当 a，b，c 都是负数，即 $a<0$，$b<0$，$c<0$ 时，

则：$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}=\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}=-1-1-1=-3$；

②a，b，c 有一个为负数，另两个为正数时，设 $a<0$，$b>0$，$c>0$，

则 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}=\frac{-a}{a}+\frac{b}{b}+\frac{c}{c}=-1+1+1=1$．

（2）$\because a$，b，c 为三个不为 0 的有理数，且 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}=-1$，

$\therefore a$，b，c 中负数有 2 个，正数有 1 个，

$\therefore abc>0$，

$\therefore \frac{abc}{|abc|}=\frac{abc}{abc}=1$.

【点评】本题主要考查了绝对值的意义、分类讨论的思想方法．能不重不漏的分类，会确定字母的范围和字母的值是关键．

三．数轴（共 19 小题）

3．（2023 秋•洛江区期中）我们知道，在数轴上，点 M，N 分别表示数 m，n 则点 M，N 之间的距离为 $|m-n|$．已知点 A，B，C，D 在数轴上分别表示数 a，b，c，d，且 $|a-c|=|b-c|=\frac{2}{5}|d-a|=1(a\neq b)$，则线段 BD 的长度为 __4.5 或 0.5__．

【分析】先由 $|a-c|=|b-c|=\frac{2}{5}|d-a|=1(a\neq b)$，推得点 C 在点 A 和点 B 之间，且 C 与 A，C 与 B 之间的距离均为 1，D 与 A 之间的距离为 2.5，据此画数轴草图，因不知格点的具体位置，故不标原点及数值，据此可解．

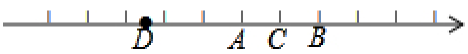
【解答】解：$\because |a-c|=|b-c|=1$

$\therefore$ 点 C 在点 A 和点 B 之间

$\because \frac{2}{5}|d-a|=1$

$\therefore |d-a|=2.5$

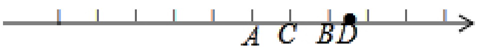
不妨设点 A 在点 B 左侧，如图（1）



（1）

线段 BD 的长为 4.5

如图（2）

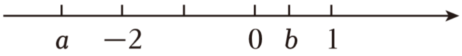


线段 BD 的长为 0.5

故答案为：4.5 或 0.5．

【点评】本题考查了数轴上的点与其距离的关系，将所给绝对值等式化简，数形结合，画草图分析，是解题的关键．

4．（2023 秋•钟祥市期中）有理数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示，化简： $|a+2|-|2a|-|b-1|+|a+b|=$ $\underline{-3}$ ．



【分析】由有理数 a 与 b 在数轴上的位置可得， $a<-2$ ， $b<1$ ，进而得到 $a+2<0$ ， $b-1<0$ ， $a+b<0$ ，然后根据绝对值的代数意义：正数的绝对值等于它本身；负数的绝对值等于它的相反数进行化简，去括号合并同类项后，即可得到所求式子的结果．

【解答】解：由数轴知， $a<-2$ ， $b<1$ ，

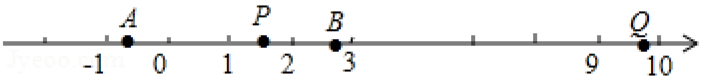
$\therefore a+2<0$ ， $b-1<0$ ， $a+b<0$ ，

$\therefore$ 原式 $=-a-2+2a+b-1-a-b=-3$ ，

故答案为： -3 ．

【点评】此题考查了整式的加减运算，绝对值的代数意义，以及数轴上点的大小比较，其中由 a 与 b 数轴上的位置，根据数轴上右边的数总比左边的数大，原点左边的数小于 0，右边的数大于 0，理解绝对值的意义是解答此题的关键．

5．（2023 秋•鲤城区校级期中）电影《哈利•波特》中，小哈利波特穿越墙进入“ $9\frac{3}{4}$ 站台”的镜头（如示意图的 Q 站台），构思奇妙，能给观众留下深刻的印象．若 A 、 B 站台分别位于 $-\frac{2}{3}$ ， $\frac{8}{3}$ 处， $AP=2PB$ ，则 P 站台用类似电影的方法可称为“$\underline{\quad 1\frac{5}{9}\text{或}6\quad}$站台”．



【分析】先根据两点间的距离公式得到 AB 的长度，再根据 $AP=2PB$ 求得 AP 的长度，再用 $-\frac{2}{3}$ 加上该长度即为所求．

【解答】解： $AB=\frac{8}{3}-(-\frac{2}{3})=\frac{10}{3}$ ，

$AP=\frac{10}{3}\times\frac{2}{2+1}=\frac{20}{9}$ ，

$P:-\frac{2}{3}+\frac{20}{9}=\frac{14}{9}=1\frac{5}{9}$ ；

或 $AP=\frac{10}{3}\times 2=\frac{20}{3}$ ，

$P:-\frac{2}{3}+\frac{20}{3}=6$ ．

故 P 站台用类似电影的方法可称为“ $1\frac{5}{9}$ 或 6 站台”．

故答案为：$1\frac{5}{9}$或6．

【点评】此题考查了数轴，关键是用几何方法借助数轴来求解，非常直观，且不容易遗漏，体现了数形结合的优点．

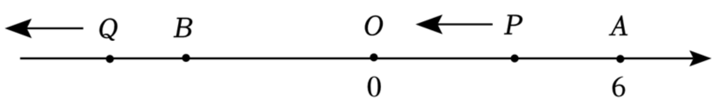
6．（2023秋•武陵县期中）如图，已知数轴上点A表示的数为6，B是数轴上在A左侧的一点，且A，B两点间的距离为10．动点P从点A出发，以每秒6个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，设运动时间为$t(t>0)$秒．

（1）数轴上点B表示的数是 __-4__，点P表示的数是 ____（用含t的代数式表示）；

（2）动点Q从点B出发，以每秒4个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，若点P、Q同时出发．求：

①当点P运动多少秒时，点P与点Q相遇？

②当点P运动多少秒时，点P与点Q间的距离为8个单位长度？



【分析】（1）由已知得$OA=6$，则$OB=AB-OA=4$，因为点B在原点左边，从而写出数轴上点B所表示的数；动点P从点A出发，运动时间为$t(t>0)$秒，所以运动的单位长度为$6t$，因为沿数轴向左匀速运动，所以点P所表示的数是$6-6t$；

（2）①点P运动t秒时追上点Q，由于点P要多运动10个单位才能追上点Q，则$6t=10+4t$，然后解方程得到$t=5$；

②分两种情况：当点P运动a秒时，不超过Q，则$10+4a-6a=8$；超过Q，则$10+4a+8=6a$；由此求得答案解即可．

【解答】解：（1）$\because$数轴上点A表示的数为6，

$\therefore OA=6$，

则$OB=AB-OA=4$，

点B在原点左边，

$\therefore$数轴上点B所表示的数为-4；

点P运动t秒的长度为$6t$，

$\because$动点P从点A出发，以每秒6个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，

$\therefore P$所表示的数为：$6-6t$；

（2）①点 P 运动 t 秒时追上点 Q，

根据题意得 $6t=10+4t$，

解得 $t=5$，

答：当点 P 运动 5 秒时，点 P 与点 Q 相遇；

②设当点 P 运动 a 秒时，点 P 与点 Q 间的距离为 8 个单位长度，

当 P 不超过 Q，则 $10+4a-6a=8$，解得 $a=1$；

当 P 超过 Q，则 $10+4a+8=6a$，解得 $a=9$；

答：当点 P 运动 1 或 9 秒时，点 P 与点 Q 间的距离为 8 个单位长度．

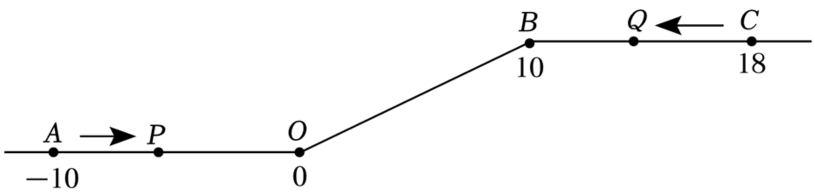
【点评】此题考查的知识点是两点间的距离及数轴，根据已知得出各线段之间的关系等量关系是解题关键．

7．（2023 秋•南海区期中）将一条数轴在原点 O 和点 B 处各折一下，得到如图所示的“折线数轴”，图中点 A 表示 -10，点 B 表示 10，点 C 表示 18．我们称点 A 和点 C 在数轴上的“友好距离”为 28 个单位长度．动点 P 从点 A 出发，以 2 单位长度 / 秒的速度沿着“折线数轴”向其正方向运动．当运动到点 O 与点 B 之间时速度变为原来的一半．经过点 B 后立刻恢复原速；同时，动点 Q 从点 C 出发，以 1 单位长度 / 秒的速度沿着“折线数轴”向其负方向运动，当运动到点 B 与点 O 之间时速度变为原来的两倍，经过 O 后也立刻恢复原速．设运动的时间为 t 秒．

（1）动点 P 从点 A 运动至点 C 需要 __19__ 秒，动点 Q 从点 C 运动至点 A 需要 ____秒；

（2）P，Q 两点相遇时，求出相遇点 M 在“折线数轴”上所对应的数；

（3）是否存在 t 值，使得点 P 和点 Q 在“折线数轴”上的“友好距离”等于点 A 和点 B 在“折线数轴”上的“友好距离”？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由．



【分析】（1）根据题意可得，动点 P 从点 A 运动至点 C 需要的时间是：$10\div 2+10\div 1+8\div 2=19(s)$，动点 Q 从点 C 运动至点 A 需要的时间是：$8\div 1+10\div 2+10\div 1=23(s)$；

（2）根据题意可知，P、Q 两点在 OB 上相遇，P 点运动到 OB 上时表示的数是 $t-5$，Q 点运动到 OB 上

时表示的数是$10-2(t-8)$，则$t-5=10-2(t-8)$，求出t的值，再求M点表示的数即可；

（3）分7种情况讨论：①当$0\leqslant t\leqslant 5$时，P点在OA上，Q点在BC上，此时P点表示的数是$-10+2t$，Q点表示的数是$18-t$，由题意可得，$28-3t=20$，解得$t=\frac{8}{3}$；②当$5<t\leqslant 8$时，P点在OB上，Q点在BC上，此时P点表示的数是$t-5$，Q点表示的数是$18-t$，由题意可得，$23-2t=20$，解得$t=\frac{3}{2}$（舍）；③$8<t\leqslant 13$时，点P、Q都在BO上，此时$PQ<10$，此情况不符合题意；④$13<t\leqslant 15$时，P点在OB上，Q点在OA上，此时P点表示的数是$t-5$，Q点表示的数是$13-t$，由题意可得，$2t-18=20$，解得$t=19$（舍）；⑤$15<t\leqslant 19$时，P点在BC上，Q点在OA上，此时P点表示的数是$2t-20$，Q点表示的数是$13-t$，由题意可得，$3t-33=20$，解得$t=\frac{53}{3}$；⑥$19<t\leqslant 23$时，P点在C的右侧，Q点在OA上，此时P点表示的数是$2t-20$，Q点表示的数是$13-t$，由题意可得，$3t-33=20$，解得$t=\frac{53}{3}$（舍）；⑦$t>23$时，P点在C点右侧，Q点在A点左侧，$PQ>20$，不符合题意.

【解答】解：（1）$\because$点A表示-10，点B表示10，点C表示18，

$\therefore OA=10$，$BO=10$，$BC=8$，

$\therefore$动点P从点A运动至点C需要的时间是：$10\div 2+10\div 1+8\div 2=19(s)$，

动点Q从点C运动至点A需要的时间是：$8\div 1+10\div 210\div 1=23(s)$，

故答案为：19，23；

（2）根据题意可知，P、Q两点在OB上相遇，

P点运动到OB上时表示的数是$t-5$，Q点运动到OB上时表示的数是$10-2(t-8)$，

$\therefore t-5=10-2(t-8)$，

解得$t=\frac{31}{3}$，

$\therefore M$点表示的数是$\frac{31}{3}-5=\frac{16}{3}$；

（3）存在t值，使得点P和点Q在“折线数轴”上的“友好距离”等于点A和点B在“折线数轴”上的“友好距离”，理由如下：

$\because$点A表示-10，点B表示10，

$\therefore$点A和点B在“折线数轴”上的“友好距离”是20，

①当 $0\leqslant t\leqslant 5$ 时，P 点在 OA 上，Q 点在 BC 上，

此时 P 点表示的数是 $-10+2t$，Q 点表示的数是 $18-t$，

$\therefore$ 点 P 和点 Q 在“折线数轴”上的“友好距离”为 $18-t+10-2t=28-3t$，

由题意可得，$28-3t=20$，

解得 $t=\dfrac{8}{3}$；

②当 $5<t\leqslant 8$ 时，P 点在 OB 上，Q 点在 BC 上，

此时 P 点表示的数是 $t-5$，Q 点表示的数是 $18-t$，

$\therefore$ 点 P 和点 Q 在“折线数轴”上的“友好距离”为 $18-t-t+5=23-2t$，

由题意可得，$23-2t=20$，

解得 $t=\dfrac{3}{2}$（舍）；

③ $8<t\leqslant 13$ 时，点 P、Q 都在 BO 上，此时 $PQ<10$，

$\therefore$ 此情况不符合题意；

④ $13<t\leqslant 15$ 时，P 点在 OB 上，Q 点在 OA 上，

此时 P 点表示的数是 $t-5$，Q 点表示的数是 $13-t$，

$\therefore$ 点 P 和点 Q 在“折线数轴”上的“友好距离”为 $t-5-13+t=20$；$t=19$（舍）；

⑤ $15<t\leqslant 19$ 时，P 点在 BC 上，Q 点在 OA 上，

此时 P 点表示的数是 $2t-20$，Q 点表示的数是 $13-t$，

$\therefore$ 点 P 和点 Q 在“折线数轴”上的“友好距离”为 $2t-20-13+t=3t-33$，

由题意可得，$3t-33=20$，

解得 $t=\dfrac{53}{3}$；

⑥ $19<t\leqslant 23$ 时，P 点在 C 的右侧，Q 点在 OA 上，

此时 P 点表示的数是 $2t-20$，Q 点表示的数是 $13-t$，

$\therefore$ 点 P 和点 Q 在“折线数轴”上的“友好距离”为 $(2t-20)-(13-t)=3t-33$，

由题意可得，$3t-33=20$，

解得 $t=\frac{53}{3}$（舍）；

⑦$t>23$ 时，P 点在 C 点右侧，Q 点在 A 点左侧，$PQ>20$，不符合题意；

综上所述：t 的值为 $\frac{8}{3}$ 或 $\frac{53}{3}$.

【点评】本题考查实数与数轴，熟练掌握实数上点与数轴的对应关系，弄清“友好函数”的定义是解题的关键.

8.（2023 秋•柘城县期中）如图，相距 $5km$ 的 A、B 两地间有一条笔直的马路，C 地位于 A、B 两地之间且距 A 地 $2km$，小明同学骑自行车从 A 地出发沿马路以每小时 $5km$ 的速度向 B 地匀速运动，当到达 B 地后立即以原来的速度返回，到达 A 地时停止运动，设运动时间为 t（小时），小明的位置为点 P.

（1）以点 C 为坐标原点，以从 A 到 B 为正方向，用 1 个单位长度表示 $1km$ 画数轴，指出点 A 所表示的有理数；

（2）在（1）的数轴上，求 $t=0.5$ 时点 P 表示的有理数；

（3）当小明距离 C 地 $1km$ 时，直接写出所有满足条件的 t 值.

【分析】（1）根据点 C 坐标原点，以从 a 到 b 的正方向，而且 $AC=2$ 千米，可得点 A 所表示的有理数是 -2；

（2）首先根据速度 $\times$ 时间 $=$ 路程，用小明骑自行车的速度乘以 0.5，求出小明 0.5 小时的路程是多少；然后用它减去 2，求出 $t=0.5$ 时点 P 的有理数是多少即可；

（3）根据题意，分两种情况：①当小明在 C 点的左边时；②当小明在 C 点的右边时；然后根据路程 $\div$ 速度 $=$ 时间，求出小明距离 C 地 $1km$ 时，所有满足条件的 t 值是多少即可.

【解答】解：（1）因为 $AC=2$ 千米，且一个单位长度表示 $1km$，所以点 A 所表示的有理数是 -2；

（2）$5\times0.5-2$

$=2.5-2$

$=0.5$

所以 $t=0.5$ 时，点 P 所表示的有理数是 0.5；

（3）①当小明在 C 点的左边时，

$(2-1)\div5$

$=1\div5$

$=0.2$

②当小明在 C 点的右边时，

$(2+1)\div 5$

$=3\div 6$

$=0.6$

③同法可得返回时，$t=1.4$ 时或 1.8 时

答，当小明距离 C 地 $1km$ 时，t 的值是 0.2 或 0.6 或 1.4 或 1.8 时．

【点评】本题主要考查了正负数的运算，以及行程问题中速度、时间和路程的关系：速度$\times$时间$=$路程，路程$\div$时间$=$速度，路程$\div$速度$=$时间，要熟练掌握．

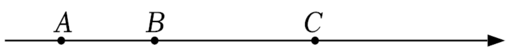
9．（2023 秋•花都区校级期中）如图：在数轴上 A 点表示数 -3，B 点表示数 1，C 点表示数 9．

（1）若将数轴折叠，使得 A 点与 C 点重合，则点 B 与数 __5__ 表示的点重合；

（2）若点 A、点 B 和点 C 分别以每秒 2 个单位、1 个单位长度和 4 个单位长度的速度在数轴上同时向左运动．

①若 t 秒钟过后，A，B，C 三点中恰有一点为另外两点的中点，求 t 值；

②当点 C 在 B 点右侧时，是否存在常数 m，使 $mBC-2AB$ 的值为定值，若存在，求 m 的值，若不存在，请说明理由．



【分析】（1）求出 AB 的长度和中点，然后求出 B 的重合点；

（2）①分别以 A、B、C 为中点，列出等式解出即可；

②使 $mBC-2AB$ 的值为定值，列出等式中的含 t 的项合并为 0，从而求出 m．

【解答】解：（1）$AB=9-(-3)=12$，

$12\div 2=6$，

AB 的中点表示的数为：$9-6=3$，

$3-1=2$，$3+2=5$，

则点 B 与 5 表示的点重合；

（2）①由题意可知，

t 秒时，A 点所在的数为：$-3-2t$，

B 点所在的数为：$1-t$，

C 点所在的数为：$9-4t$，

(i) 若 B 为 AC 中点，

则 $1-t=\dfrac{(-3-2t)+(9-4t)}{2}$．

$\therefore t=1$；

(ii) 若 C 为 AB 中点，

则 $9-4t=\dfrac{(-3-2t)+(1-t)}{2}$，

$\therefore t=4$；

(iii) 若 A 为 BC 中点，

则 $-3-2t=\dfrac{1-t+9-4t}{2}$，

$\therefore t=16$，

$\therefore$ 综上，当 $t=1$ 或 4 或 16 时，A，B，C 三点中恰有一点为另外两点的中点；

②假设存在．

$\because C$ 在 B 右侧，B 在 A 右侧，

$\therefore BC=9-4t-(1-t)=8-3t$，

$AB=1-t-(-3-2t)=4+t$，

$mBC-2AB$

$=m(8-3t)-2(4+t)$

$=8m-3mt-8-2t$

$=8m-8-(3mt+2t)$

$=8m-8-(3m+2)t$，

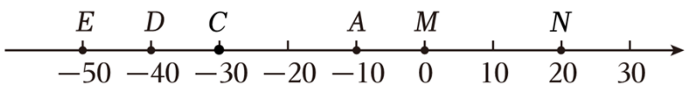
当 $3m+2=0$ 即 $m=-\dfrac{2}{3}$ 时，

$mBC-2AB=8\times(-\dfrac{2}{3})-8=-\dfrac{40}{3}$ 为定值，

$\therefore$ 存在常数 $m=-\dfrac{2}{3}$，使 $mBC-2AB$ 的值为定值．

【点评】本题考查的是数轴，解题的关键是能用中点坐标公式列出等式．

10．（2023 秋•西城区校级期中）定义：若线段 AB 的中点在线段 MN 上，则称点 A 和 B 与线段 MN 关联．



已知：A、M、N 在数轴上对应的数分别为 -10，0，20

（1）以下数对应的点和点 A 与线段 MN 关联的有 ___②③___（填序号）．

①-30

②15

③40

（2）若点 A 和 B 与线段 MN 关联，设点 B 对应的数为 x，则 $|x-20|+|x-30|$ 的最大值为 ____，最小值为 ____.

（3）如图，数轴上三点 C、D、E 在数轴上对应的数分别为 -30，-40，-50，现将 C、D、E 同时沿数轴向右移动，速度分别为每秒 3 个单位、3 个单位、1 个单位，移动时间为 t 秒．若线段 CD 上至少有一个点和点 E 与线段 MN 关联，则 t 的取值范围是 ____.

【分析】（1）利用线段中点的定义分别求出以点 M，N 为中点的 B 的数为 10，50，得出点 B 表示的数在 $10\sim 50$ 之间，即可得出答案；

（2）将（1）中的点 B 表示的数分别代入 $|x-20|+|x-30|$ 进行计算，即可得出答案；

（2）求出 CE、DE 的中点，根据题意该中点在 MN 线段上从而列出不等式组，解不等式组即可得到答案．

【解答】解：（1）$\because$ 线段 AB 的中点在线段 MN 上，

$\therefore 0\leqslant \dfrac{-10+x}{2}\leqslant 20$，解得：$10\leqslant x\leqslant 50$；

$\therefore$ 点 B 对应的数在 $10---50$ 之间，

②③符合题意，

故答案为：②③．

（2）由题意可知：$0\leqslant \dfrac{-10+x}{2}\leqslant 20$，解得：$10\leqslant x\leqslant 50$；

当 $10\leqslant x\leqslant 20$ 时，$|x-20|+|x-30|=50-2x$，当 $x=10$ 时原式有最大值：30，当 $x=20$ 时原式有最小值：10；

当 $20<x<30$ 时，$|x-20|+|x-30|=10$；

当 $30\leqslant x\leqslant 50$ 时，$|x-20|+|x-30|=2x-50$，当 $x=50$ 时原式有最大值：50，当 $x=30$ 时原式有最小值：10；

综上所述 $|x-20|+|x-30|$，最大值为 50，最小值为 10；

故答案为：50；10．

（3）由题意可知 C、D、E 在数轴上对应的数为：$-30+3t$，$-40+3t$，$-50+t$

要使线段 CD 上至少有一个点和点 E 与线段 MN 关联，则有：

$0\leqslant \dfrac{(-30+3t)+(-50+t)}{2}\leqslant 20$，解得：$20\leqslant t\leqslant 30$，

$0\leqslant \dfrac{(-40+3t)+(-50+t)}{2}\leqslant 20$，解得：$\dfrac{45}{2}\leqslant t\leqslant \dfrac{65}{2}$，

综上，$20\leqslant t\leqslant\dfrac{65}{2}$.

故答案为：$20\leqslant t\leqslant\dfrac{65}{2}$.

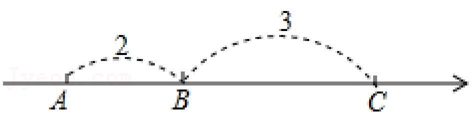
【点评】此题综合考查了数轴、绝对值、不等式（组）的有关内容，考差了对新定义的理解与应用，用代数方法结合数轴来求解，非常直观，且不容易遗漏，体现了数形结合的优点．

11．（2023 秋•滨海新区校级期中）如图所示，在一条不完整的数轴上从左到右有点 A、B、C，其中点 A 与点 B 的距离是 2，记作 $AB=2$，以下类同，$BC=3$，设点 A，B，C 所对应数的和是 p．

（1）若以 B 为原点，则点 A 所对应的数为 __-2__，点 C 所对应的数为 ____，p 的值为 ____；若以 C 为原点，则 p 的值为 ____；

（2）若原点 O 在图中数轴上点 C 的右边，且 $CO=28$，求 p 的值；在此基础上，将原点 O 向右移动 $a(a>0)$ 个单位，则 p 的值为 ____；（用含 a 的式子表示）

（3）若原点 O 在点 B 与 C 之间，且 $CO=2$，则 $p=$____；若原点 O 从点 C 出发沿着数轴向左运动，当 $p=5.5$ 时，求 CO 的值．



【分析】（1）根据已知点 A 到点 B 的距离为 2 和点 C 到点 B 的距离为 3 求出即可；

（2）首先由已知求出 C 对应的数，再分别求出每种情况 A、B 对应的数，求得 p，最后减去 $3a$ 即；

（3）分为三种情况，原点 O 在点 B 与 C 之间时，当原点 O 在点 A 与 B 之间时，若原点 O 在点 A 的左侧，求出 A、B、C 对应的数，列出算式，即可求出 OC．

【解答】解：（1）当 B 为原点时，点 A 对应的数是 -2，点 C 对应的数是 3，$p=(-2)+3+0=1$；当以 C 为原点时，A、B 对应的数分别为 -5，-3，$p=-5+(-3)+0=-8$，

故答案为：-2，3，1，-8；

（2）$p=(-28-3-2)+(-28-3)+(-28)=-92$，

在此基础上，将原点 O 向右移动 $a(a>0)$ 个单位，则 $p=-92-3a$，

故答案为：$-92-3a$；

（3）原点 O 在点 B 与 C 之间，且 $CO=2$，点 C 对应的数是 2，点 B 对应的数是 -1，点 A 对应的数是 -3，

$p=(-3)+(-1)+2+0=-2$，

故答案为：-2

①若原点 O 在点 B 与 C 之间，设 $OC=x$，则 $p=x+x-3+x-5=5.5$，

解得：$x=4.5$，不合题意舍去；

②若原点 O 在点 A 与 B 之间，设 $OB=x$，则 $p=x+x+3+x-2=5.5$，

解得：$x=1.5$，此时 $CO=1.5+3=4.5$；

③若原点 O 在点 A 的左侧，设 $OA=x$，则 $p=x+x+2+x+5=5.5$，

解得：$x=-0.5$，不合题意舍去；

综上所述：$CO=4.5$．

【点评】本题考查了数轴和列代数式，及一元一次方程的应用，能求出符合的每种情况是解此题的关键，注意要进行分类讨论．

12．（2023 秋•台州期中）已知点 A，B 在数轴上分别表示有理数 a，b，A、B 两点之间的蹄离可以表示为 $|a-b|$，比如式子 $|x-3|$ 表示有理数 x 的点与表示数 3 的点之间的距离．请回答以下问题：

（1）若 a 表示一个有理数，$|a-1|=3$，则 $a=$__-2 或 4__；

（2）若 a 表示一个有理数，$|a+1|+|a-2|$ 的最小值 $=$____；

（3）在一工厂流水线上依次排列了 n 个工作台（工作台在同一直线上），第 1 个工作台安排了 2 名工人，其他每个工作台安排了 1 名工人．现在要在流水线上设置一个工具台，以方便这 $(n+1)$ 名工人从工作台到工具台拿取工具．为了让工人们拿取工具所走路程之和最短，请直接说出工具台设置在什么位置．

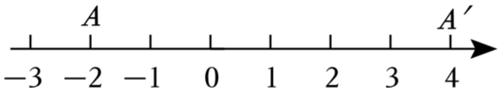
【分析】（1）根据题意，由数轴上与表示有理数 1 的点之间的距离为 3 的点的位置，即可获得答案；

（2）根据题意，可知 $a+1$ 表示有理数 a 的点与表示有理数 -1 的点之间的距离，$|a-2|$ 表示有理数 a 的点与表示有理数 2 的点之间的距离，作出图形，分情况讨论，即可获得答案；

（3）分别分析计算当有 2 个、3 个、4 个、5 个、6 个工作台时，工具台应放置的位置，找出规律，即可获得答案．

【解答】解：（1）根据题意，$|a-1|$ 表示有理数 a 的点与表示有理数 1 的点之间的距离，

如图，



若 $|a-1|=3$，

$\because$ 数轴上与表示有理数 1 的点的距离为 3 的点有两个，分别为表示有理数 -2 的点和表示有理数 4 的点，

$\therefore a=-2$ 或 4；

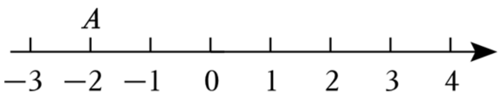
故答案为：-2 或 4；

（2）$\because |a+1|=|a-(-1)|$，

$\therefore |a+1|$ 表示有理数 a 的点与表示有理数 -1 的点之间的距离，

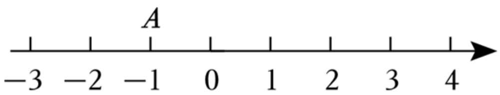
又 $\because |a-2|$ 表示有理数 a 的点与表示有理数 2 的点之间的距离，

$\therefore$ 当表示有理数 a 的点在表示有理数 -1 的点左侧时，如图，



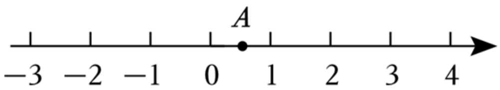
此时 $|a+1|+|a-2|>3$，

当表示有理的点 a 与表示有理数 -1 的点重合时，如图，



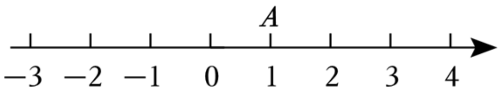
此时 $|a+1|+|a-2|=3$，

当表示有理的点 a 与表示有理数 -1 的点与表示有理数 2 的点中间时，如图，



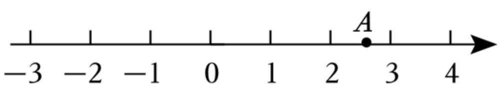
此时 $|a+1|+|a-2|=3$，

当表示有理的点 a 与表示有理数 2 的点重合时，如图，



此时 $|a+1|+|a-2|=3$，

当表示有理的点 a 在表示有理数 2 的点右侧时，如图，

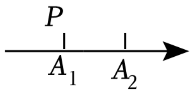


此时 $|a+1|+|a-2|>3$，

综上，$|a+1|+|a-2|$的最小值为3；

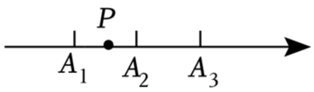
故答案为：3；

（3）①如图，当流水线上排列了2个工作台时，



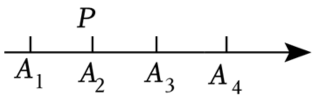
工具台可设置在第1个工作台处，此时工人们拿取工具所走路程之和最短，为1；

②如图，当流水线上排列了3个工作台时，



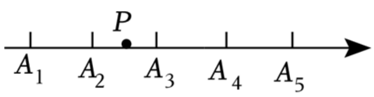
工具台可设置在第1个工作台与第2个工作台之间任何位置（包括第1个和第2个工作台的位置），此时工人们拿取工具所走路程之和最短，为3；

③如图，当流水线上排列了4个工作台时，



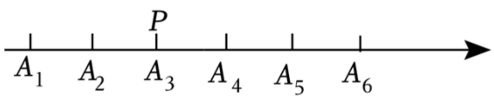
工具台可设置在第2个工作台处，此时工人们拿取工具所走路程之和最短，为5；

④如图，当流水线上排列了5个工作台时，



工具台可设置在第2个工作台与第3个工作台之间任何位置（包括第2个和第3个工作台的位置），此时工人们拿取工具所走路程之和最短，为8；

⑤如图，当流水线上排列了6个工作台时，



工具台可设置在第3个工作台处，此时工人们拿取工具所走路程之和最短，为11；

……；

综上所述，当n为偶数时，工作台可设置在第$\frac{n}{2}$个工作台处；当n为奇数时，工作台可设置在第$\frac{n-1}{2}$个和第$\frac{n+1}{2}$个工作台之间任何位置（包括第$\frac{n-1}{2}$个和第$\frac{n+1}{2}$个工作台的位置）.

【点评】本题主要考查了数轴上的点表示有理数以及数轴上两点之间的距离等知识，解题关键是理解题意，运用数形结合和分类讨论的思想分析问题．

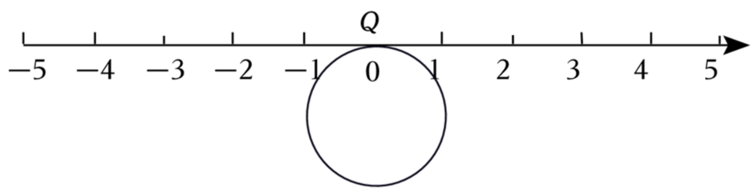
13．（2023 秋•郓城县期中）如图，半径为 1 个单位的圆片上有一点 Q 与数轴上的原点重合（提示：圆的周长 $C=2\pi r$，本题中 π 的取值为 3.14)

（1）把圆片沿数轴向右滚动 1 周，点 Q 到达数轴上点 A 的位置，点 A 表示的数是 <u>6.28</u>；

（2）圆片在数轴上向右滚动的周数记为正数，圆片在数轴上向左滚动的周数记为负数，依次运动情况记录如下：$+2$，-1，-5，$+4$，$+3$，-2

①第几次滚动后，Q 点距离原点最近？第几次滚动后，Q 点距离原点最远？

②当圆片结束运动时，Q 点运动的路程共有多少？此时点 Q 所表示的数是多少？



【分析】（1）利用圆的半径以及滚动周数即可得出滚动距离；

（2）①利用滚动的方向以及滚动的周数即可得出 Q 点移动距离变化；

②利用绝对值得性质以及有理数的加减运算得出移动距离和 Q 表示的数即可．

【解答】解：（1）$\because 2\pi r=2\times3.14\times1=6.28$，

$\therefore$ 点 A 表示的数是 6.28，

故答案为：6.28；

（2）①$\because +2-1-5+4=0$，

$\therefore$ 第 4 次滚动后，Q 点距离原点最近；

$\because (+2)+(-1)+(-5)=-4$，

$\therefore$ 第 3 次滚动后，Q 点距离原点最远；

②$\because |+2|+|-1|+|-5|+|+4|+|+3|+|-2|=17$，

$\therefore 17\times2\pi\times1=106.76$，

$\therefore$ 当圆片结束运动时，Q 点运动的路程共有 106.76，

$\because 2-1-5+4+3-2=1$，

$\therefore 1\times2\pi\times1\approx6.28$，

$\therefore$此时点Q所表示的数是6.28．

【点评】此题主要考查了数轴的应用以及绝对值得性质和圆的周长公式应用，利用数轴得出对应数是解题关键．

14．（2023秋•市北区期中）数轴是一种非常重要的数学工具，它使数和数轴上的点建立起对应关系，揭示了数与点之间的内在联系．小亮在草稿纸上画了一条数轴进行操作探究：

操作一：

（1）折叠纸面，使1表示的点与-1表示的点重合，则-2表示的点与 __2__表示的点重合；

操作二：

（2）折叠纸面，使1表示的点与-3表示的点重合，则3表示的点与 ____表示的点重合；假如A、B两点经过折叠后重合，且数轴上A、B两点之间距离为$5(A$在B的左侧)，则A、B两点表示的数分别是A:____，B:____；

操作三：

（3）在数轴上剪下从-6到2，长度是8个单位的一条线段，并把这条线段沿某点折叠，然后在重叠部分某处剪一刀（如图），展开后得到三条线段．若这三条线段的长度之比为$1:1:2$，则折痕处对应的点所表示的数可能是 ____．

【分析】（1）根据对称性找到折痕的点为原点O，则可以得出-2与2重合；

（2）1表示的点与-3表示的点重合，根据对称性找到折痕的点为-1，设3表示的点与数a表示的点重合，根据对称性列式求出a的值；因为$AB=7$，所以A到折痕的点距离为3.5，由此得出A、B两点表示的数；

（3）分三种情况进行讨论：分别画出对应的图形，①当$AB:BC:CD=1:1:2$时所以设$AB=a$，$BC=a$，$CD=2a$，得$a+a+2a=8a=2$，得出AB、BC、CD的值计算折痕处对应的点所表示的数的值，当$AB:BC:CD=1:2:1$时，当$AB:BC:CD=2:1:1$时，同理可得出折痕处对应的点所表示的数的值．

【解答】解：（1）$\because 1$表示的点与-1表示的点重合，

$\therefore$由对称性找到折痕的点为原点O，

则-2与2重合，

故答案为：2；

（2）$\because 1$表示的点与-3表示的点重合，

$\therefore$根据对称性找到折痕的点为-1，

设 3 表示的点与数 a 表示的点重合，，

$\therefore 3+a=2\times(-1)$，

解得：$a=-5$，

故答案为：-5；

$\because AB=5$，

$\therefore A$ 到折痕的点：-1 距离为 2.5，

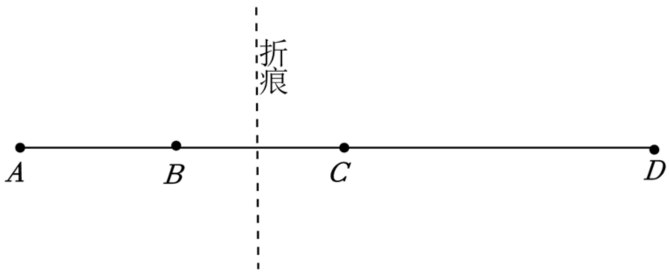
$\because A$ 在 B 的左侧，

$\therefore A$ 表示的数：$-1-2.5=-3.5$，

B 表示的数：$-1+2.5=1.5$，

故答案为：-5；-3.5；1.5；

（3）如图：①当 $AB:BC:CD=1:1:2$ 时，



设 $AB=a$，$BC=a$，$CD=2a$，

$\because AB+BC+CD=8$，

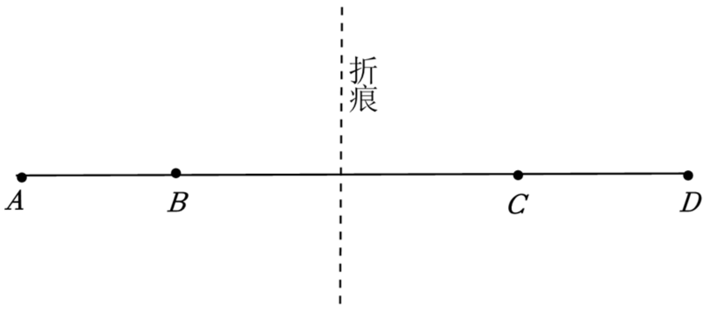
$\therefore a+a+2a=8$，

解得：$a=2$，

$\therefore AB=2$，$BC=2$，$CD=4$，

$\therefore$ 折痕处所表示的数为：$-6+2+1=-3$；

②当 $AB:BC:CD=1:2:1$ 时，



设 $AB=a$，$BC=2a$，$CD=a$，

$\because AB+BC+CD=8$，

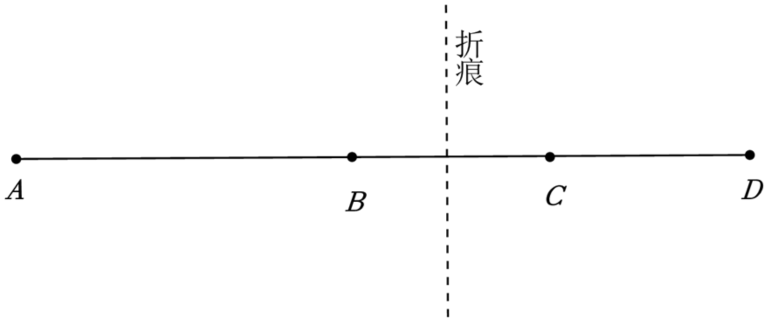
$\therefore a+2a+a=8$，

解得：$a=2$，

$\therefore AB=2$，$BC=4$，$CD=2$；

$\therefore$ 折痕处所表示的数为：$-6+2+2=-2$；

③当 $AB:BC:CD=2:1:1$ 时，



设 $AB=2a$，$BC=a$，$CD=a$，

$\because AB+BC+CD=8$，

$\therefore a+a+2a=8$，

解得：$a=2$，

$\therefore AB=4$，$BC=2$，$CD=2$；

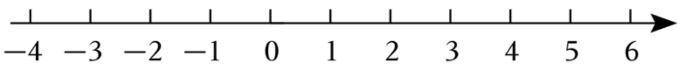
$\therefore$ 折痕处所表示的数为：$-6+4+1=-1$；

综上所述：折痕处所表示的数可能为：-1 或 -2 或 -3，

故答案为：-1 或 -2 或 -3，

【点评】本题考查了实数和数轴的关系，及数轴上的折叠变换问题，明确数轴上折叠后重合的点到折痕的距离相等，数轴上任意两点的距离为两点坐标差的绝对值，本题第三问有难度，采用了分类讨论的思想．

15．（2023秋•开州区期中）数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值，记作 $|a|$，数轴上表示数 a 的点与表示数 b 的点的距离记作 $|a-b|$，如数轴上表示数 5 的点与表示数 7 的点的距离为 $|5-7|=2$，$|5+7|=|5-(-7)|$ 表示数轴上表示数 5 的点与表示数 -7 的点的距离，$|a-5|$ 表示数轴上表示数 a 的点与表示数 5 的点的距离．



根据以上材料回答下列问题：

（1）若 $|x-2|=3$，则 $x=$ __-1 或 5__，$|x-4|=|x+2|$，则 $x=$____．

（2）若 $|x-3|+|x+2|=5$，则 x 能取到的最小值是 ____，最大值是 ____．

（3）若$|x-3|+|x+2|=9$，则x的值为多少？

【分析】(1）根据表示数轴上表示x的点到2的距离为3，$|x-4|=|x+2|$表示数轴上表示x的点到表示4和-2的距离相等，得出答案；

（2）$|x-3|+|x+2|=5$，表示的意义是数轴上表示x的点到表示3和-2两点的距离之和为5，得到x的取值范围，进而得到最大值和最小值；

（3）根据所提供的绝对值意义，即可解答.

【解答】解：(1）$|x-2|=3|$表示数轴上表示x的点到-1的距离为3，

$\therefore x-2=3$或$x-2=-3$，

解得$x=5$或-1，

$|x-4|=|x+2|$表示数轴上表示x的点到表示4和-2的距离相等，因此到4和-2距离相等的点表示的数为$\dfrac{4-2}{2}=1$，

故答案为：5或-1，1；

（2）$|x-3|+|x+2|=5$，表示的意义是数轴上表示x的点到表示3和-2两点的距离之和为5，可得$-2\leqslant x\leqslant 3$，

因此x的最大值为3，最小值为-2；

故答案为：-2，3；

（3）$|\because$数轴上表示有理数a的点到表示有理数1的点的距离可表示为$|a-1|$，表示有理数a的点到有理数-3的点的距离可表示为$|a+3|$，

$\therefore|x-3|$表示有理数x的点到表示有理数3的点的距离，$|x+2|$表示有理数x的点到表示有理数-2的点的距离，

$\therefore x=5$或-4.

【点评】考查数轴表示数的意义，理解绝对值的意义和两点距离的计算方法是正确解答的关键.

16．(2023秋•临湘市期中）数轴上有A，B，C三点，给出如下定义：若其中一个点与其它两个点的距离恰好满足2倍的数量关系，则称该点是其它两个点的“关联点”.

例如：数轴上点A，B，C所表示的数分别为1，3，4，此时点B是点A，C的“关联点”．回答下列问题：

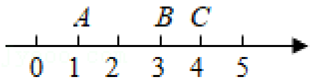
（1）若点A表示数-2，点B表示数1．下列各数-1，2，4，6所对应的点是C_1、C_2、C_3、C_4．其中是

点 A，B 的“关联点”的是 $\underline{\;C_1、C_3\;}$.

（2）点 A 表示数 4，点 B 表示数 10，P 为数轴上一个动点：

①若点 P 在点 B 的左侧，且点 P 是点 A，B 的“关联点”，则此时点 P 表示的数是多少？

②若点 P 在点 B 的右侧，点 P，A，B 中，有一个点恰好是其它两个点的“关联点”，请直接写出此时点 P 表示的数.



【分析】（1）根据题意求得 CA 与 BC 的关系，得到答案；

（2）①（Ⅰ）当点 P 在 A 的左侧时，根据 $PA=2PB$ 列方程求解；

（Ⅱ）当点 P 在 A、B 之间时，根据 $2PA=PB$ 或 $PA=2PB$ 列方程求解；

②分当 P 为 A、B 关联点、A 为 P、B 关联点、B 为 A、P 关联点、B 为 P、A 关联点四种可能列方程解答.

【解答】解：（1）$\because$ 点 A 表示数 -2，点 B 表示数 1，C_1 表示的数为 -1，

$\therefore AC_1=1$，$BC_1=2$，

$\therefore C_1$ 是点 A、B 的“关联点”；

$\because$ 点 A 表示数 -2，点 B 表示数 1，C_2 表示的数为 2，

$\therefore AC_2=4$，$BC_1=1$，

$\therefore C_2$ 不是点 A、B 的“关联点”；

$\because$ 点 A 表示数 -2，点 B 表示数 1，C_3 表示的数为 4，

$\therefore AC_3=6$，$BC_3=3$，

$\therefore C_3$ 是点 A、B 的“关联点”；

$\because$ 点 A 表示数 -2，点 B 表示数 1，C_4 表示的数为 6，

$\therefore AC_4=8$，$BC_4=5$，

$\therefore C_4$ 不是点 A、B 的“关联点”；

故答案为：C_1，C_3；

（2）①若点 P 在点 B 的左侧，且点 P 是点 A，B 的“关联点”，设点 P 表示的数为 x，

（Ⅰ）当点P在A的左侧时，则有：$2PA=PB$，即$2(4-x)=10-x$，

解得$x=-2$；

（Ⅱ）当点P在A、B之间时，则有$2PA=PB$或$PA=2PB$，即$2(x-4)=10-x$或$x-4=2(10-x)$，

解得$x=6$或$x=8$；

因此点P表示的数为-2或6或8.

故答案为：-2或6或8;

②若点P在点B的右侧，

（Ⅰ）若点P是点A、B的“关联点”，则有$2PB=PA$，即$2(x-10)=x-4$，

解得$x=16$；

（Ⅱ）若点B是点A、P的“关联点”，则有$2AB=PB$或$AB=2PB$，即$2\times(10-4)=x-10$或$10-4=2(x-10)$，

解得$x=22$或$x=13$；

（Ⅲ）若点A是点B、P的“关联点”，则有$2AB=PA$，即$2\times(10-4)=x-4$，

解得$x=16$.

因此点P表示的数为16或22或13.

【点评】本题考查了数轴、一元一次方程的应用、数轴及数轴上两点的距离、动点问题，认真理解新定义：关联点表示的数是与前面的点A的距离是到后面的数B的距离的2倍，列式可得结果.

17.（2023秋•龙岗区校级期中）如图，半径为1的小圆与半径为2的大圆上有一点与数轴上原点重合，两圆在数轴上做无滑动的滚动，小圆的运动速度为每秒π个单位，大圆的运动速度为每秒2π个单位.

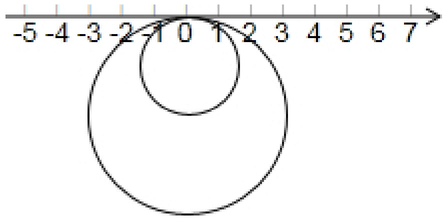
（1）若大圆沿数轴向左滚动1周，则该圆与数轴重合的点所表示的数是 __-4π__；

（2）若小圆不动，大圆沿数轴来回滚动，规定大圆向右滚动时间记为正数，向左滚动时间记为负数，依次滚动的情况记录如下（单位：秒）：-1，$+2$，-4，-2，$+3$，-8

①第几次滚动后，大圆离原点最远？

②当大圆结束运动时，大圆运动的路程共有多少？此时两圆与数轴重合的点之间的距离是多少？（结果保留π)

（3）若两圆同时在数轴上各自沿着某一方向连续滚动，滚动一段时间后两圆与数轴重合的点之间相距9π，求此时两圆与数轴重合的点所表示的数.



【分析】（1）该圆与数轴重合的点所表示的数的绝对值，就是大圆的周长；

（2）①分别计算出第几次滚动后，大圆离原点的距离，比较作答；

②先计算总路程，因为小圆不动，计算各数之和为-10，即大圆最后的落点为原点左侧，向左滚动 10 秒，距离为20π；

（3）分四种情况进行讨论：大圆和小圆分别在同侧，异侧时，表示出各自与数轴重合的点所表示的数．根据两圆与数轴重合的点之间相距9π列等式，求出即可．

【解答】解：（1）若大圆沿数轴向左滚动 1 周，则该圆与数轴重合的点所表示的数是$-2\pi\cdot 2=-4\pi$；

故答案为：-4π；

（2）①第 1 次滚动后，$|-1|=1$，离原点距离为2π，

第 2 次滚动后，$|-1+2|=1$，离原点距离为2π，

第 3 次滚动后，$|-1+2-4|=3$，离原点距离为6π，

第 4 次滚动后，$|-1+2-4-2|=5$，离原点距离为10π，

第 5 次滚动后，$|-1+2-4-2+3|=2$，离原点距离为4π，

第 6 次滚动后，$|-1+2-4-2+3-8|=10$，离原点距离为20π，

则第 6 次滚动后，大圆离原点最远；

②$1+2+4+2+3+8=20$，

$20\times 2\pi=40\pi$，

$-1+2-4-2+3-8=-10$，

$\therefore$当大圆结束运动时，大圆运动的路程共有40π，此时两圆与数轴重合的点之间的距离是20π；

（3）设时间为t秒，

分四种情况讨论：

$i)$当两圆同向右滚动，

由题意得：t秒时，大圆与数轴重合的点所表示的数：$2\pi t$，

小圆与数轴重合的点所表示的数为：πt，

$2\pi t-\pi t=9\pi$，

$2t-t=9$，

$t=9$，

$2\pi t=18\pi$， $\pi t=9\pi$，

则此时两圆与数轴重合的点所表示的数分别为18π、9π.

ii) 当两圆同向左滚动，

由题意得：t秒时，大圆与数轴重合的点所表示的数：$-2\pi t$，

小圆与数轴重合的点所表示的数：$-\pi t$，

$-\pi t+2\pi t=9\pi$，

$-t+2t=9$，

$t=9$，

$-2\pi t=-18\pi$， $-\pi t=-9\pi$，

则此时两圆与数轴重合的点所表示的数分别为-18π、-9π.

iii) 当大圆向右滚动，小圆向左滚动时，

同理得：$2\pi t-(-\pi t)=9\pi$，

$3t=9$，

$t=3$，

$2\pi t=6\pi$， $-\pi t=-3\pi$，

则此时两圆与数轴重合的点所表示的数分别为6π、-3π.

$iiii$) 当大圆向左滚动，小圆向右滚动时，

同理得：$\pi t-(-2\pi t)=9\pi$，

$t=3$，

$\pi t=3\pi$， $-2\pi t=-6\pi$，

则此时两圆与数轴重合的点所表示的数分别为-6π、3π.

【点评】本题考查了数轴及圆的几何变换，还考查了一元一次方程的应用，用方程解决此类问题比较简单，同时又利用了分类讨论的思想，明确向右移动坐标加的关系，向左移动坐标减的关系.

18.（2023秋•铁东区期中）如图一根木棒放在数轴上，数轴的1个单位长度为$1cm$，木棒的左端与数轴上的点A重合，右端与点B重合.

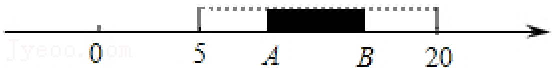
（1）若将木棒沿数轴向右水平移动，则当它的左端移动到点B时，它的右端在数轴上所对应的数为20；若

将木棒沿数轴向左水平移动，则当它的右端移动到 A 点时，则它的左端在数轴上所对应的数为 5，由此可得到木棒长为__5__cm .

（2）图中点 A 所表示的数是____，点 B 所表示的数是____.

（3）由题（1）（2）的启发，请你能借助“数轴”这个工具帮助小红解决下列问题：

一天，小红去问曾当过数学老师现在退休在家的爷爷的年龄，爷爷说：“我若是你现在这么大，你还要 35 年才出生；你若是我现在这么大，我已经 130 岁，是老寿星了，哈哈！”，请求出爷爷现在多少岁了？



【分析】（1）此题关键是正确识图，由数轴观察知三根木棒长是 $20-5=15(cm)$，则此木棒长为 $5cm$；

（2）根据两点间的距离公式即可求解；

（3）在求爷爷年龄时，借助数轴，把小红与爷爷的年龄差看作木棒 AB，类似爷爷比小红大时看作当 A 点移动到 B 点时，此时 B 点所对应的数为 -35，小红比爷爷大时看作当 B 点移动到 A 点时，此时 A 点所对应的数为 130，所以可知爷爷比小红大 $[130-(-35)]\div 3=55$，可知爷爷的年龄.

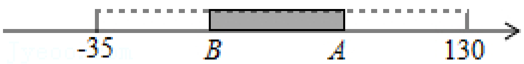
【解答】解：（1）由数轴观察知三根木棒长是 $20-5=15(cm)$，

则此木棒长为 $5cm$.

（2）图中点 A 所表示的数是 10，点 B 所表示的数是 15.

故答案为：5，10，15.

（3）如图：



借助数轴，把小红与爷爷的年龄差看作木棒 AB，

类似爷爷比小红大时看作当 A 点移动到 B 点时，

此时 B 点所对应的数为 -35 .

小红比爷爷大时看作当 B 点移动到 A 点时，

此时 A 点所对应的数为 130.

$\therefore$ 可知爷爷比小红大 $[130-(-35)]\div 3=55$，

可知爷爷的年龄为 $130-55=75$.

【点评】此题考查了学生的分析能力，学以致用的能力．解题的关键是把爷爷与小红的年龄差看作一个整体（木棒 AB)，而后把此转化为上一题中的问题.

19.（2023 秋•西平县期中）如图，A、B 分别为数轴上的两点，A 点对应的数为 -20，B 点对应的数为

100．

（1）请写出与 A 、 B 两点距离相等的点 M 所对应的数；

（2）现有一只电子蚂蚁 P 从 B 点出发，以 6 个单位/秒的速度向左运动，同时另一只电子蚂蚁 Q 恰好从 A 点出发，以 4 个单位/秒的速度向右运动，设两只电子蚂蚁在数轴上的 C 点相遇，你知道 C 点对应的数是多少吗？

（3）若当电子蚂蚁 P 从 B 点出发时，以 6 个单位/秒的速度向左运动，同时另一只电子蚂蚁 Q 恰好从 A 点出发，以 4 个单位/秒的速度也向左运动，请问：当它们运动多少时间时，两只蚂蚁间的距离为 20 个单位长度？

【分析】（1）根据中点坐标公式即可求解；

（2）此题是相遇问题，先求出相遇所需的时间，再求出点 Q 走的路程，根据左减右加的原则，可求出 -20 向右运动到相遇地点所对应的数；

（3）此题是追及问题，分相遇前两只蚂蚁间的距离为 20 个单位长度，相遇后两只蚂蚁间的距离为 20 个单位长度，列出算式求解即可．

【解答】解：（1） M 点对应的数是 $(-20+100)\div 2=40$ ；

（2） A ， B 之间的距离为 120，

它们的相遇时间是 $120\div(6+4)=12$ （秒），

即相同时间 Q 点运动路程为：$12\times 4=48$（个单位），

即从数 -20 向右运动 48 个单位到数 28；

（3）相遇前：$(100+20-20)\div(6-4)=50$ （秒），

相遇后：$(100+20+20)\div(6-4)=70$ （秒）．

故当它们运动 50 秒或 70 秒时间时，两只蚂蚁间的距离为 20 个单位长度．

【点评】此题考查的是数轴上点的运动，还有相遇问题与追及问题．注意用到了路程 $=$ 速度 $\times$ 时间．

20．（2023 秋•湘潭县校级期中）如图在数轴上 A 点表示数 a， B 点表示数 b， a、 b 满足 $|a+2|+|b-4|=0$ ；

（1）点 A 表示的数为__-2__；点 B 表示的数为____；

（2）若在原点 O 处放一挡板，一小球甲从点 A 处以 1 个单位/秒的速度向左运动；同时另一小球乙从点 B 处以 2 个单位/秒的速度也向左运动，在碰到挡板后（忽略球的大小，可看作一点）以原来的速度向相反的方向运动，设运动的时间为 t（秒），

①当 $t=1$ 时，甲小球到原点的距离$=$____；乙小球到原点的距离$=$____；

当 $t=3$ 时，甲小球到原点的距离$=$____；乙小球到原点的距离$=$____；

②试探究：甲，乙两小球到原点的距离可能相等吗？若不能，请说明理由．若能，请直接写出甲，乙两小球到原点的距离相等时经历的时间．

【分析】（1）利用绝对值的非负性即可确定出 a，b 即可；

（2）①根据运动确定出运动的单位数，即可得出结论．

②根据 $(I)0<t\leqslant 2$，（Ⅱ）$t>2$，根据甲、乙两小球到原点的距离相等列出关于 t 的方程，解方程即可．

【解答】解：（1）$\because |a+2|+|b-4|=0$；

$\therefore a=-2$，$b=4$，

$\therefore$ 点 A 表示的数为 -2，点 B 表示的数为 4，

故答案为：-2，4；

（2）①当 $t=1$ 时，

$\because$ 一小球甲从点 A 处以 1 个单位/秒的速度向左运动，

$\therefore$ 甲小球 1 秒钟向左运动 1 个单位，此时，甲小球到原点的距离$=3$，

$\because$ 一小球乙从点 B 处以 2 个单位/秒的速度也向左运动，

$\therefore$ 乙小球 1 秒钟向左运动 2 个单位，此时，乙小球到原点的距离$=4-2=2$，

故答案为：3，2；

当 $t=3$ 时，

$\because$ 一小球甲从点 A 处以 1 个单位/秒的速度向左运动，

$\therefore$ 甲小球 3 秒钟向左运动 3 个单位，此时，甲小球到原点的距离$=5$，

$\because$ 一小球乙从点 B 处以 2 个单位/秒的速度也向左运动，

$\therefore$ 乙小球 2 秒钟向左运动 2 个单位，此时，刚好碰到挡板，改变方向向右运动，再向右运动 1 秒钟，运动 2 个单位，

$\therefore$ 乙小球到原点的距离 $=2$.

②当 $0<t\leqslant 2$ 时，得 $t+2=4-2t$ ，

解得 $t=\dfrac{2}{3}$ ；

当 $t>2$ 时，得 $t+2=2t-4$ ，

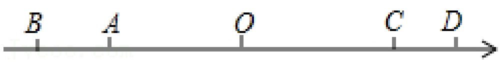
解得 $t=6$.

故当 $t=\dfrac{2}{3}$ 秒或 $t=6$ 秒时，甲乙两小球到原点的距离相等.

故答案为：5，2.

【点评】此题主要考查了数轴，点的运动特点，解本题的关键是抓住运动特点确定出结论.

21.（2023 秋•拱墅区校级期中）已知：在一条东西向的双轨铁路上迎面驶来一快一慢两列火车，快车长 $AB=2$（单位长度），慢车长 $CD=4$（单位长度），设正在行驶途中的某一时刻，如图，以两车之间的某点 O 为原点，取向右方向为正方向画数轴，此时快车头 A 在数轴上表示的数是 a，慢车头 C 在数轴上表示的数是 b．若快车 AB 以 6 个单位长度/秒的速度向右匀速继续行驶，同时慢车 CD 以 2 个单位长度/秒的速度向左匀速继续行驶，且 $|a+8|$ 与 $(b-16)^2$ 互为相反数.



（1）求此时刻快车头 A 与慢车头 C 之间相距多少单位长度？

（2）从此时刻开始算起，问再行驶多少秒钟两列火车行驶到车头 AC 相距 8 个单位长度？

（3）此时在快车 AB 上有一位爱动脑筋的七年级学生乘客 P，他发现行驶中有一段时间 t 秒钟，他的位置 P 到两列火车头 A、C 的距离和加上到两列火车尾 B、D 的距离和是一个不变的值（即 $PA+PC+PB+PD$ 为定值）．你认为学生 P 发现的这一结论是否正确？若正确，求出这个时间及定值；若不正确，请说明理由.

【分析】（1）根据非负数的性质求出 $a=-8$，$b=16$，再根据两点间的距离公式即可求解；

（2）根据时间 $=$ 路程和 $\div$ 速度和，列式计算即可求解；

（3）由于 $PA+PB=AB=2$，只需要 $PC+PD$ 是定值，从快车 AB 上乘客 P 与慢车 CD 相遇到完全离开之间都满足 $PC+PD$ 是定值，依此分析即可求解.

【解答】解：（1）$\because |a+8|$ 与 $(b-16)^2$ 互为相反数，

$\therefore |a+8|+(b-16)^2=0$ ，

$\therefore a+8=0$ ，$b-16=0$ ，

解得 $a=-8$ ，$b=16$.

$\therefore$ 此时刻快车头 A 与慢车头 C 之间相距 $16-(-8)=24$ 单位长度；

（2）$(24-8)\div(6+2)$

$=16\div 8$

$=2$（秒）.

或$(24+8)\div(6+2)=4$（秒）

答：再行驶 2 秒或 4 秒两列火车行驶到车头 AC 相距 8 个单位长度；

（3）$\because PA+PB=AB=2$，

当 P 在 CD 之间时，$PC+PD$ 是定值 4，

$t=4\div(6+2)$

$=4\div 8$

$=0.5$（秒），

此时 $PA+PC+PB+PD=(PA+PB)+(PC+PD)=2+4=6$（单位长度）.

故这个时间是 0.5 秒，定值是 6 单位长度.

【点评】本题考查了数轴，涉及的知识点有：非负数的性质，两点之间的距离公式，路程问题，综合性较强，有一定的难度.

四．绝对值（共 5 小题）

22．（2023 秋•鲤城区校级期中）如 $M=\{1，2，x\}$，我们叫集合 M，其中 1，2，x 叫做集合 M 的元素．集合中的元素具有确定性（如 x 必然存在），互异性（如 $x\neq 1$，$x\neq 2$），无序性（即改变元素的顺序，集合不变）．若集合 $N=\{x，1，2\}$，我们说 $M=N$．已知集合 $A=\{2，0，x\}$，集合 $B=\left\{\frac{1}{x},|x|,\frac{y}{x}\right\}$，若 $A=B$，则 $x-y$ 的值是(　　)

A．2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．-2　　D．-1

【分析】利用新定义，根据元素的互异性、无序性推出只有 $\frac{y}{x}=0$，从而得出两种情况．讨论后即可得解．

【解答】解：由题意知 $A=\{2，0，x\}$，由互异性可知，$x\neq 2$，$x\neq 0$．

因为 $B=\{\frac{1}{x},|x|,\frac{y}{x}\}$，$A=B$，

由 $x\neq 0$，可得 $|x|\neq 0$，$\frac{1}{x}\neq 0$，

所以 $\frac{y}{x}=0$，即 $y=0$，

那么就有$\begin{cases}\dfrac{1}{x}=2\\|x|=x\end{cases}$或者$\begin{cases}\dfrac{1}{x}=x\\|x|=2\end{cases}$，

当$\begin{cases}\dfrac{1}{x}=2\\|x|=x\end{cases}$得$x=\dfrac{1}{2}$，

当$\begin{cases}\dfrac{1}{x}=x\\|x|=2\end{cases}$无解.

所以当$x=\dfrac{1}{2}$时，$A=\{2，0，\dfrac{1}{2}\}$，$B=\{2，\dfrac{1}{2}，0\}$，

此时$A=B$符合题意.

所以$x-y=\dfrac{1}{2}-0=\dfrac{1}{2}$.

故选：B.

【点评】本题考查的是新定义下的探究型题目，关键是理解新定义的含义，再去探究题目.

23.（2023秋•丰泽区校级期中）对于有理数x，y，a，t，若$|x-a|+|y-a|=t$，则称x和y关于a的“美好关联数”为t，例如，$|2-1|+|3-1|=3$，则2和3关于1的“美好关联数”为3.

（1）-3和5关于2的“美好关联数”为 <u> 8 </u>；

（2）若x和2关于3的“美好关联数”为4，求x的值；

（3）若x_0和x_1关于1的“美好关联数”为1，x_1和x_2关于2的“美好关联数”为1，x_2和x_3关于3的“美好关联数”为1，…，x_{40}和x_{41}关于41的“美好关联数”为1，….

①x_0+x_1的最小值为 ____；

②$x_1+x_2+x_3+\ldots\ldots+x_{40}$的最小值为 ____.

【分析】(1）认真读懂题意，利用新定义计算即可；

（2）利用新定义计算求未知数x；

（3）①读懂题意寻找规律，利用规律计算；

②由①得到的规律写出含有绝对值的等式，一一分析到2、4、6、8、……、40的距离和为1的时候两点表示的数的和的最小值，最后得出最小值.

【解答】解：（1）$|-3-2|+|5-2|=8$，

故答案为：8；

（2）$\because x$和2关于3的“美好关联数”为4，

$\therefore |x-3|+|2-3|=4$，

$\therefore |x-3|=3$，

解得 $x=6$ 或 $x=0$；

（3）①$\because x_0$ 和 x_1 关于 1 的“美好关联数”为 1，

$\therefore |x_0-1|+|x_1-1|=1$，

$\therefore$ 在数轴上可以看作数 x_0 到 1 的距离与数 x_1 到 1 的距离和为 1，

$\therefore x_0+x_1$ 有最小值 1，

故答案为：1；

②由题意可知：

$|x_1-2|+|x_2-2|=1$，

$\because 1 \leqslant x_1 \leqslant 2$，$2 \leqslant x_2 \leqslant 3$，

$\therefore x_1+x_2$ 的最小值 $1+2=3$；

$|x_3-4|+|x_4-4|=1$，

$\because 3 \leqslant x_3 \leqslant 4$，$4 \leqslant x_4 \leqslant 5$，

$\therefore x_3+x_4$ 的最小值 $3+4=7$；

同理，$|x_5-6|+|x_6-6|=1$，x_5+x_6 的最小值 $5+6=11$；

$|x_7-8|+|x_8-8|=1$，x_7+x_8 的最小值 $7+8=15$；

……；

$|x_{39}-40|+|x_{40}-40|=1$，$x_{39}+x_{40}$ 的最小值 $39+40=79$；

$\therefore x_1+x_2+x_3+\ldots\ldots+x_{40}$ 的最小值：

$3+7+11+15+\ldots\ldots+79$

$=\dfrac{(3+79)\times 20}{2}$

$=820$.

故答案为：820.

【点评】本题考查了绝对值的应用，解题的关键是掌握绝对值的意义，数轴上点与点的距离.