

2024 届高三下学期开学摸底考

(考试时间: 120 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的。

1. 若全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 < 16\}$, $B = \{x | x - 1 < 0\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) = ()$
A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{x | 1 < x < 4\}$ D. $\{x | 1 < x < 4\}$
2. 若复数 $z = m(3 + i) - (2 + i)$, 其中 $\frac{2}{3} < m < 1$, 则复数 z 在复平面内对应的点在 $()$
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $3a_1, \frac{1}{2}a_3, 2a_2$ 成等差数列, 则 $\frac{a_9 + a_{10}}{a_7 + a_8} = ()$
A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. 9 D. $\frac{1}{9}$
4. 放射性物质的半衰期 T 的定义为: 每经过时间 T , 该物质的质量会衰减成原来的一半。由此可知, $m = M(\frac{1}{2})^{\frac{t}{T}}$, 其中 M 为初始时物质的质量, t 为经过的时间, T 为半衰期, m 为经过时间 t 后物质的质量。若某铅制容器中有 A, B 两种放射性物质, 半衰期分别为 T_A, T_B , 开始时这两种物质的质量相等, 100 天后测量发现物质 B 的质量为物质 A 的质量的四分之一, 则 $\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} = ()$
A. $\frac{1}{50}$ B. $\frac{1}{25}$ C. 50 D. 25
5. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 作直线交抛物线于 $A(x_1, \sqrt{2p})$, $B(x_2, -2\sqrt{2p})$ 两点, 则 $p = ()$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 已知向量 $\vec{a} = (2, 0)$, $\vec{b} = (0, 3)$, 则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b} - 2\vec{a}$ 夹角的余弦值为 $()$
4 3 4 3

$$A \quad _ - \\ \cdot \quad 5$$

$$B \quad - - \\ \cdot \quad 5$$

$$C \quad - \\ \cdot \quad 5$$

$$D \quad - \\ \cdot \quad 5$$

7. 已知体积为 $\frac{8}{3}$ 的正四棱锥 $S-ABCD$ 的所有顶点均在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积的最小值为 ()

- A. 12π B. 9π C. 6π D. $\frac{9\pi}{2}$

8. 已知 $a = e^{\frac{\pi}{10}}$, $b = 1 + \sin \frac{9\pi}{10}$, $c = 1.1^6$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 x, y 都是正数, 且 $x + 2y = 2$, 则下列说法正确的是 ().

- A. xy 的最大值为 $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ 的最小值为 $\frac{9}{2}$
C. $x^2 + 4y^2$ 的最小值为 4 D. $\sqrt{x} + \sqrt{2y}$ 的最大值为 2

10. 已知由样本数据 (x_i, y_i) ($i = 1, 2, 3, \dots, 8$) 组成的一个样本, 得到经验回归方程为 $\hat{y} = 1.5x - 0.6$ 且 $x = 2$, 去除两个异常数据 $(-2, 7)$ 和 $(2, -7)$ 后, 得到的新的经验回归直线的斜率为 3, 则 ()

- A. 相关变量 x, y 具有正相关关系
B. 去除异常数据后, 新的平均数 $\bar{x}' = 2$
C. 去除异常数据后的经验回归方程为 $\hat{y} = 3x - 4.8$
D. 去除异常数据后, 随 x 值增加, $\hat{y}$ 的值增加速度变小

11. 已知圆锥 SO (O 是底面圆的圆心, S 是圆锥的顶点) 的母线长为 $\sqrt{7}$, 高为 $\sqrt{3}$. 若 P, Q 为底面圆周上任意两点, 则下列结论正确的是 ()

- A. 三角形 SPQ 面积的最大值为 $\frac{7}{2}$
B. 三棱锥 $O-SPQ$ 体积的最大值 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. 四面体 $SOPQ$ 外接球表面积最小值为 11π
D. 直线 SP 与平面 SOQ 所成角余弦值最小值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{5}$, F_1, F_2 是双曲线 C 的两个焦点, 经过点 F_2 直线 l 垂直于双曲线 C 的一条渐近线, 直线 l 与双曲线 C 交于 A, B 两点, 若 $\triangle ABF_1$ 的面积为 24, 则 ()

- A. 双曲线 C 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{1}{2}x$ B. 双曲线 C 的实轴长为6
- C. 线段 AB 的长为8 D. $\triangle ABF_1$ 是直角三角形

第 II 卷

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $(1+2x)^n$ 的二项式系数和为 256，则展开式中含 x^2 项的系数为_____.

14. 已知 $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, 0]$, $\tan 2\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

15. 已知圆 $M: x^2 + y^2 - 2ay + a^2 - 4 = 0$ 与圆 $N: x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ 有 3 条公切线, 则 a 的值为 _____.

16. 设函数 $f(x) = axe^x - ax + a - e^x (a > 0)$, 若不等式 $f(x) < 0$ 有且只有三个整数解, 则实数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $c = 3b$, $\cos B + 5\cos C = 0$.

(1) 求 $\cos C$;

(2) 若 D 是边 AB 上一点, $BC \perp CD$, 且 $CD = \sqrt{21}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积,

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知对于任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $3a_n = 2S_n + 3$, 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, $b_1 = \log_3 a_1$, 且 $b_2 + 5, b_4 + 1, b_6 - 3$ 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

(2) 记 $d_n = \frac{b_{n+2} - 1}{b_n b_{n+1} a_n}, n \in \mathbb{N}^*$, 求数列 $\{d_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

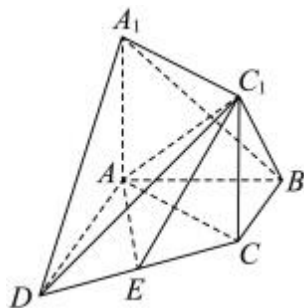
$(a_n, n \text{ 为奇数})$ $2n$

(3) 记 $c_n = \begin{cases} b_n, & n \text{ 为偶数} \\ \frac{b_n}{2}, & n \text{ 为奇数} \end{cases}$, 求 $\sum_{k=1}^n c_k c_{k+1}$.

19. (12 分)

如图, 在多面体 $ABCD - A_1C_1$ 中, 四边形 ACC_1A_1 是矩形, $AD \parallel BC$, $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$, E 为 CD 的中点,

$$AD = AB = AA_1 = 2BC = 2, \quad AC = \sqrt{3}.$$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/746053202025010104>