

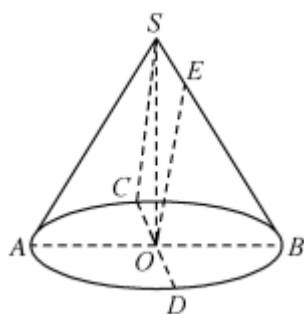
云南省澄江县第一中学 2025 届高三第二次调研数学试卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图，在圆锥 SO 中， AB, CD 为底面圆的两条直径， $AB \cap CD = O$ ，且 $AB \perp CD$ ， $SO = OB = 3$ ， $SE = \frac{1}{4}SB$ ，异面直线 SC 与 OE 所成角的正切值为（ ）



- A. $\frac{\sqrt{22}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{13}{16}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{3}$

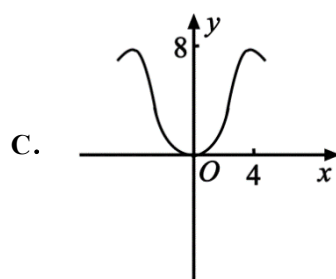
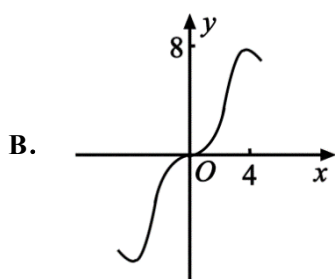
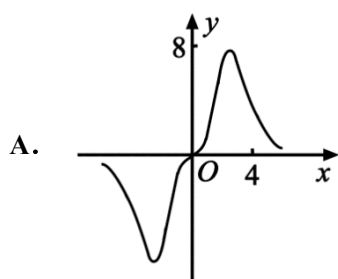
2. 已知向量 $\vec{a} = (m, 1)$ ， $\vec{b} = (3, m-2)$ ，则 $m=3$ 是 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的（ ）

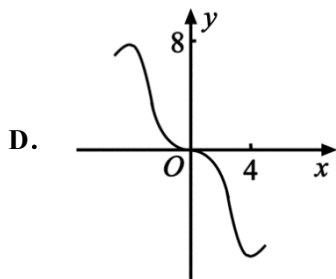
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件 D. 充要条件

3. 若 $(1-x)^{2019} = a_0 + a_1(x+1) + \dots + a_{2019}(x+1)^{2019}$ ， $x \in \mathbf{R}$ ，则 $a_1 \cdot 3 + a_2 \cdot 3^2 + \dots + a_{2019} \cdot 3^{2019}$ 的值为（ ）

- A. $-1-2^{2019}$ B. $-1+2^{2019}$ C. $1-2^{2019}$ D. $1+2^{2019}$

4. 函数 $y = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$ 在 $[-6, 6]$ 的图像大致为

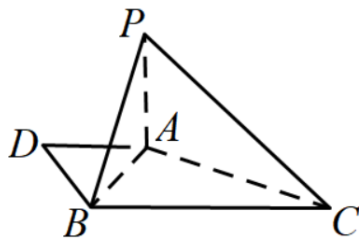




5. 我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果，哥德巴赫猜想的内容是：每个大于 2 的偶数都可以表示为两个素数的和，例如： $4 = 2 + 2$ ， $6 = 3 + 3$ ， $8 = 3 + 5$ ，那么在不超过 18 的素数中随机选取两个不同的数，其和等于 16 的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{21}$ B. $\frac{2}{21}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{2}{15}$

6. 如图，平面四边形 $ACBD$ 中， $AB \perp BC$ ， $AB \perp DA$ ， $AB = AD = 1$ ， $BC = \sqrt{2}$ ，现将 $\triangle ABD$ 沿 AB 翻折，使点 D 移动至点 P ，且 $PA \perp AC$ ，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为（ ）

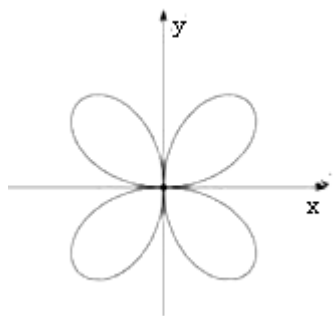


- A. 8π B. 6π C. 4π D. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$

7. 数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，例如：四叶草曲线就是其中一种，其方程为 $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$. 给出下列四个结论：

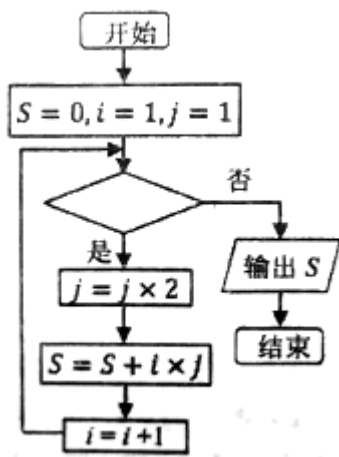
- ① 曲线 C 有四条对称轴；
 ② 曲线 C 上的点到原点的最大距离为 $\frac{1}{4}$ ；
 ③ 曲线 C 第一象限上任意一点作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形面积最大值为 $\frac{1}{8}$ ；
 ④ 四叶草面积小于 $\frac{\pi}{4}$.

其中，所有正确结论的序号是（ ）



- A. ①② B. ①③ C. ①③④ D. ①②④

8. 如图所示程序框图，若判断框内为“ $i < 4$ ”，则输出 $S =$ ()



- A. 2 B. 10 C. 34 D. 98

9. 已知 $a > 0$, $b > 0$, $a + b = 1$, 若 $\alpha = a + \frac{1}{a}$, $\beta = b + \frac{1}{b}$, 则 $\alpha + \beta$ 的最小值是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

10. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 , 过 F_1 的直线交椭圆于 A , B 两点, 交 y 轴于点

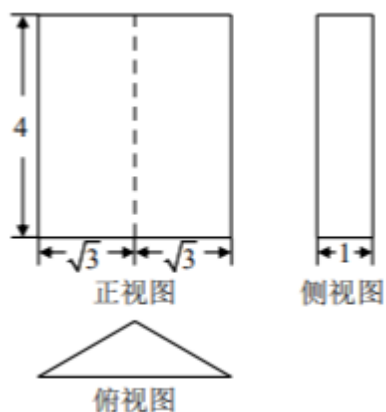
M , 若 F_1 、 M 是线段 AB 的三等分点, 则椭圆的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

11. 已知函数 $f(x) (x \in \mathbb{R})$ 满足 $f(1) = 1$, 且 $f'(x) < 1$, 则不等式 $f(\lg^2 x) < \lg^2 x$ 的解集为 ()

- A. $\left(0, \frac{1}{10}\right)$ B. $\left(\frac{1}{10}, 10\right)$ C. $\left(\frac{1}{10}, 10\right)$ D. $(10, +\infty)$

12. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体外接球的表面积为 ()



- A. 24π B. 28π C. 32π D. 36π

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 3$ ，则 $\tan\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\cos\left(2\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 甲、乙、丙、丁四名同学报名参加淮南文明城市创建志愿服务活动，服务活动共有“走进社区”、“环境监测”、“爱心义演”、“交通宣传”等四个项目，每人限报其中一项，记事件 A 为“4 名同学所报项目各不相同”，事件 B 为“只有甲同学一人报走进社区项目”，则 $P(A|B)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

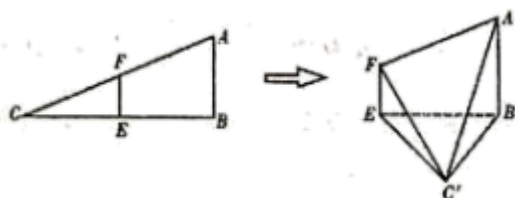
15. 直线 $mx + ny - 2 = 0$ ($m > 0$, $n > 0$) 过圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$ 的圆心，则 $\frac{2}{m} + \frac{4}{n}$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{e \ln x}{x}, & x > 0 \\ -2019x, & x \leq 0 \end{cases}$ (其中 e 为自然对数的底数)， $g(x) = f^2(x) - (2m-1)f(x) + 2$ ，若函数 $g(x)$ 恰有 4

个不同的零点，则实数 m 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\tan \angle ACB = \frac{1}{2}$. 已知 E, F 分别是 BC, AC 的中点. 将 $\triangle CEF$ 沿 EF 折起，使 C 到 C' 的位置且二面角 $C'-EF-B$ 的大小是 60° ，连接 $C'B, C'A$ ，如图：



(1) 证明：平面 $AFC' \perp$ 平面 ABC'

(2) 求平面 AFC' 与平面 BEC' 所成二面角的大小.

18. (12 分) a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边. 已知 $a(\sin A + 4\sin B) = 8\sin A$.

(1) 若 $b = 1, A = \frac{\pi}{6}$ ，求 $\sin B$ ；

(2) 已知 $C = \frac{\pi}{3}$ ，当 $\triangle ABC$ 的面积取得最大值时，求 $\triangle ABC$ 的周长.

19. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，以坐标原点 O 为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系. 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \sin^2 \theta = 2a \cos \theta (a > 0)$ ，过点 $P(-2, -4)$ 的直线 l 的参数方程为

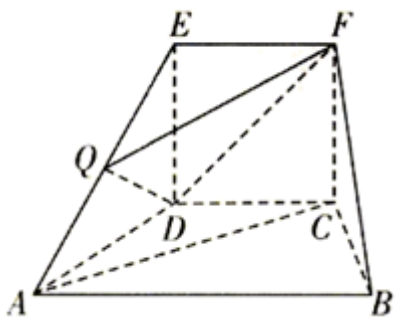
$$\begin{cases} x = -2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = -4 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (\text{为参数}), \text{ 直线 } l \text{ 与曲线 } C \text{ 交于 } M, N \text{ 两点.}$$

线 C 交于 M, N 两点.

(1) 写出直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若 $|PM|, |MN|, |PN|$ 成等比数列，求 a 的值.

20. (12 分) 在如图所示的几何体中，面 $CDEF$ 为正方形，平面 $ABCD$ 为等腰梯形， $AB \parallel CD$ ， $AB = 2BC$ ，点 Q 为 AE 的中点.



(1) 求证: $AC \parallel$ 平面 DQF ;

(2) 若 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AC \perp FB$ ，求 BC 与平面 DQF 所成角的正弦值.

21. (12 分) 已知 $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ，函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2x + \varphi) - \cos^2 x$.

(1) 若 $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ，求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 若 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{4}$ ，求 $\sin \varphi$ 的值.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - ax + (a-1)\ln x$ ， $g(x) = b - x \ln x$ 的最大值为 $\frac{1}{e}$.

(1) 求实数 b 的值;

(2) 当 $a > 1$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(3) 当 $a = 0$ 时，令 $F(x) = 2f(x) + g(x) + 2\ln x + 2$ ，是否存在区间 $[m, n] \subseteq (1, +\infty)$ ，使得函数 $F(x)$ 在区间 $[m, n]$

上的值域为 $[k(m+2), k(n+2)]$? 若存在, 求实数 k 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

可过点 S 作 $SF \parallel OE$, 交 AB 于点 F , 并连接 CF , 从而可得出 $\angle CSF$ (或补角) 为异面直线 SC 与 OE 所成的角, 根据条件即可求出 $SC = 3\sqrt{2}$, $SF = CF = \sqrt{10}$, 这样即可得出 $\tan \angle CSF$ 的值.

【详解】

如图, 过点 S 作 $SF \parallel OE$, 交 AB 于点 F , 连接 CF ,

则 $\angle CSF$ (或补角) 即为异面直线 SC 与 OE 所成的角,

$$\because SE = \frac{1}{4}SB, \therefore SE = \frac{1}{3}BE,$$

$$\text{又 } OB=3, \therefore OF = \frac{1}{3}OB = 1,$$

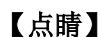
$$SO \perp OC, SO=OC=3, \therefore SC = 3\sqrt{2};$$

$$SO \perp OF, SO=3, OF=1, \therefore SF = \sqrt{10};$$

$$OC \perp OF, OC=3, OF=1, \therefore CF = \sqrt{10},$$

$$\therefore \text{等腰} \triangle SCF \text{ 中, } \tan \angle CSF = \frac{\sqrt{(\sqrt{10})^2 - (\frac{3\sqrt{2}}{2})^2}}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{11}}{3}.$$

故选: D.



2、A

【解析】

【详解】

故选: A.

【点睛】

3、A

【解析】

【详解】

故选: A .

【点睛】

4、 B

【解析】

由分子、分母的奇偶性，易于确定函数为奇函数，由 $f(4)$ 的近似值即可得出结果.

【详解】

设 $y = f(x) = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$ ，则 $f(-x) = \frac{2(-x)^3}{2^{-x} + 2^x} = -\frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}} = -f(x)$ ，所以 $f(x)$ 是奇函数，图象关于原点成中心对称，

排除选项 C. 又 $f(4) = \frac{2 \times 4^3}{2^4 + 2^{-4}} > 0$ ，排除选项 D； $f(6) = \frac{2 \times 6^3}{2^6 + 2^{-6}} \approx 7$ ，排除选项 A，故选 B.

【点睛】

本题通过判断函数的奇偶性，缩小考察范围，通过计算特殊函数值，最后做出选择. 本题较易，注重了基础知识、基本计算能力的考查.

5、B

【解析】

先求出从不超过 18 的素数中随机选取两个不同的数的所有可能结果，然后再求出其和等于 16 的结果，根据等可能事件的概率公式可求.

【详解】

解：不超过 18 的素数有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 共 7 个，从中随机选取两个不同的数共有 $C_7^2 = 21$ ，

其和等于 16 的结果 (3,13)，(5,11) 共 2 种等可能的结果，

故概率 $P = \frac{2}{21}$.

故选：B.

【点睛】

古典概型要求能够列举出所有事件和发生事件的个数，本题不可以列举出所有事件但可以用分步计数得到，属于基础题.

6、C

【解析】

由题意可得 $PA \perp$ 面 ABC ，可知 $PA \perp BC$ ，因为 $AB \perp BC$ ，则 $BC \perp$ 面 PAB ，于是 $BC \perp PB$. 由此推出三棱锥 $P-ABC$ 外接球球心是 PC 的中点，进而算出 $CP = 2$ ，外接球半径为 1，得出结果.

【详解】

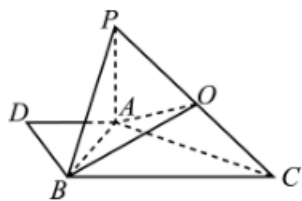
解：由 $DA \perp AB$ ，翻折后得到 $PA \perp AB$ ，又 $PA \perp AC$ ，

则 $PA \perp$ 面 ABC ，可知 $PA \perp BC$.

又因为 $AB \perp BC$ ，则 $BC \perp$ 面 PAB ，于是 $BC \perp PB$ ，

因此三棱锥 $P-ABC$ 外接球球心是 PC 的中点。

计算可知 $CP = 2$ ，则外接球半径为 1，从而外接球表面积为 4π 。



故选：C.

【点睛】

本题主要考查简单的几何体、球的表面积等基础知识，考查空间想象能力、推理论证能力、运算求解能力及创新意识，属于中档题。

7、C

【解析】

①利用 x, y 之间的代换判断出对称轴的条数；②利用基本不等式求解出到原点的距离最大值；③将面积转化为 x, y 的关系式，然后根据基本不等式求解出最大值；④根据 x, y 满足的不等式判断出四叶草与对应圆的关系，从而判断出面积是否小于 $\frac{\pi}{4}$ 。

【详解】

①：当 x 变为 $-x$ 时， $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ 不变，所以四叶草图象关于 y 轴对称；

当 y 变为 $-y$ 时， $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ 不变，所以四叶草图象关于 x 轴对称；

当 y 变为 x 时， $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ 不变，所以四叶草图象关于 $y = x$ 轴对称；

当 y 变为 $-x$ 时， $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ 不变，所以四叶草图象关于 $y = -x$ 轴对称；

综上所述：有四条对称轴，故正确；

②：因为 $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ ，所以 $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2 \leq \left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)^2$ ，

所以 $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$ ，所以 $\sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2}$ ，取等号时 $x^2 = y^2 = \frac{1}{8}$ ，

所以最大距离为 $\frac{1}{2}$ ，故错误；

③：设任意一点 $P(x, y)$ ，所以围成的矩形面积为 xy ，

因为 $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ ，所以 $x^2 y^2 = (x^2 + y^2)^3 \geq (2xy)^3$ ，所以 $xy \leq \frac{1}{8}$ ，

取等号时 $x = y = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，所以围成矩形面积的最大值为 $\frac{1}{8}$ ，故正确；

④：由②可知 $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$ ，所以四叶草包含在圆 $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ 的内部，

因为圆的面积为： $S = \pi \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4}$ ，所以四叶草的面积小于 $\frac{\pi}{4}$ ，故正确。

故选：C.

【点睛】

本题考查曲线与方程的综合运用，其中涉及到曲线的对称性分析以及基本不等式的运用，难度较难.分析方程所表示曲线的对称性，可通过替换方程中 x, y 去分析证明.

8、C

【解析】

由题意，逐步分析循环中各变量的值的变化情况，即可得解.

【详解】

由题意运行程序可得：

$$i < 4, \quad j = 1 \times 2 = 2, \quad s = 0 + 1 \times 2 = 2, \quad i = 1 + 1 = 2;$$

$$i < 4, \quad j = 2 \times 2 = 4, \quad s = 2 + 2 \times 4 = 10, \quad i = 2 + 1 = 3;$$

$$i < 4, \quad j = 4 \times 2 = 8, \quad s = 10 + 3 \times 8 = 34, \quad i = 3 + 1 = 4;$$

$i < 4$ 不成立，此时输出 $s = 34$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了程序框图，只需在理解程序框图的前提下细心计算即可，属于基础题.

9、C

【解析】

根据题意，将 a, b 代入 $\alpha + \beta$ ，利用基本不等式求出最小值即可.

【详解】

$$\because a > 0, \quad b > 0, \quad a + b = 1,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/746132205151011042>