

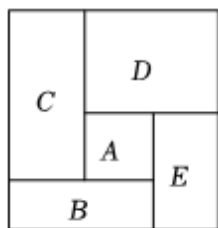
备考 2024 年中考数学核心素养专题十三 定值问题

一、选择题

1. 如果 a, b 为定值时, 关于 x 的方程 $\frac{3kx+a}{2} - \frac{x+bk}{4} = 1$, 无论 k 为何值时, 它的根总是 2, 则 $a+b$ 的值为 ()

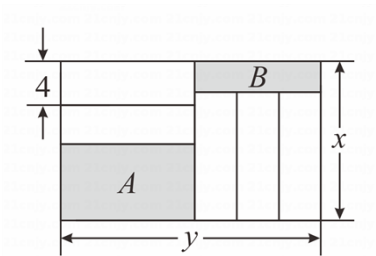
- A. 18 B. 15 C. 12 D. 10

2. 如图, 把一个周长为定值的长方形分割为五个四边形, 其中 A 是正方形, B, C, D, E 都是长方形, 这五个四边形的周长分别用 l_A, l_B, l_C, l_D, l_E 表示, 则下列各式的值为定值的是 ()



- A. l_A B. $l_B + l_D$ C. $l_A + l_B + l_D$ D. $l_A + l_C + l_E$

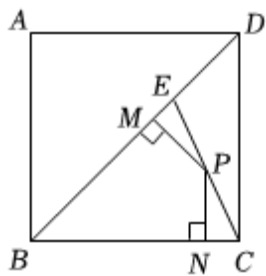
3. 如图, 长为 $y(cm)$, 宽为 $x(cm)$ 的大长方形被分割为 7 小块, 除阴影 A, B 外, 其余 5 块是形状、大小完全相同的小长方形, 其较短的边长为 $4cm$, 下列说法中正确的有 ()



- ①小长方形的较长边为 $(y-12)cm$;
②阴影 A 的较短边和阴影 B 的较短边之和为 $(x-y+4)cm$;
③若 x 为定值, 则阴影 A 和阴影 B 的周长和为定值;
④当 $x = 20$ 时, 阴影 A 和阴影 B 的面积和为定值.

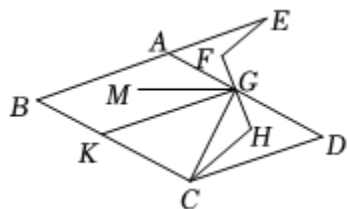
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

4. 如图, 在边长为 8 的正方形 $ABCD$ 中, E 是对角线 BD 上一点, 且 $BE = BC$, 点 P 是 CE 上一动点, 则点 P 到边 BD, BC 的距离之和 $PM + PN$ 的值 ()



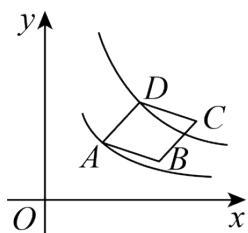
- A. 是定值 $4\sqrt{2}$ B. 是定值 8 C. 有最小值 $4\sqrt{2}$ D. 有最大值 8

5. 如图, E 在线段 BA 的延长线上, $\angle EAD = \angle D$, $\angle B = \angle D$, $EF \parallel HC$, 连接 FH 交 AD 于点 G , $\angle FGA$ 的余角比 $\angle DGH$ 大 16° , K 为线段 BC 上一点, 连接 CG , GK , 使 $\angle CKG = \angle CGK$, 在 $\angle AGK$ 内部有射线 GM , GM 平分 $\angle FGC$, 则下列结论: ① $AD \parallel BC$; ② GK 平分 $\angle AGC$; ③ $\angle DGH = 37^\circ$; ④ $\angle MGK$ 的角度为定值且定值为 16° , 其中正确结论的个数有 ()



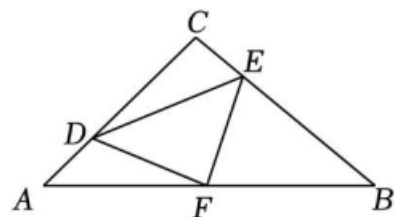
- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

6. 如图, $\square ABCD$ 在第一象限内, 点 A 是一次函数 $y = x$ 图象上一动点, 点 B, C 的坐标分别是 $(b, 1)$, $(b+1, 2)$, 若反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 和 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象分别经过点 A, D , 则下列代数式的值为定值的是 ()



- A. $\frac{k_2}{k_1}$ B. $k_2 - k_1$ C. $k_2 + k_1$ D. $\sqrt{k_2} - \sqrt{k_1}$

7. 如图, 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, F 是 AB 边上的中点, 点 D, E 分别在 AC, BC 边上运动, 且保持 $AD = CE$, 连接 DE, DF, EF . 在此运动变化的过程中, 下列结论: ① $\triangle DFE$ 是等腰直角三角形; ② 四边形 $CDFE$ 的面积是定值 9; ③ $\triangle DFE$ 的面积最小值为 4.5; ④ DE 长度的最小值为 3. 其中正确的结论是 ()



A. ①②③

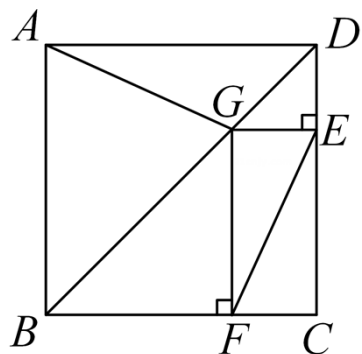
B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

8. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为4, G 是对角线 BD 上一动点, $GE \perp CD$ 于点 E , $GF \perp BC$ 于点 F , 连接 EF , 给出四种情况:

①若 G 为 BD 的中点, 则四边形 $CEGF$ 是正方形; ②若 G 为 BD 上任意一点, 则 $AG = EF$; ③点 G 在运动过程中, $GE + GF$ 的值为定值4; ④点 G 在运动过程中, 线段 EF 的最小值为 $2\sqrt{2}$.



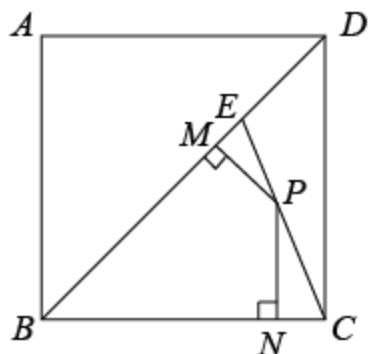
A. ①②③④

B. ①②③

C. ①②④

D. ①③④

9. 如图, 在边长为 a 的正方形 $ABCD$ 中, E 是对角线 BD 上一点, 且 $BE = BC$, 点 P 是 CE 上一动点, 则点 P 到边 BD , BC 的距离之和 $PM + PN$ 的值 ()

A. 有最大值 a B. 有最小值 $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ C. 是定值 a D. 是定值 $\frac{\sqrt{2}a}{2}$

10. 已知无论 x , y 取什么值, 多项式 $(3x^2 - my + 9) - (nx^2 + 5y - 3)$ 的值都等于定值12, 则 $m + n$ 等于 ().

A. 8

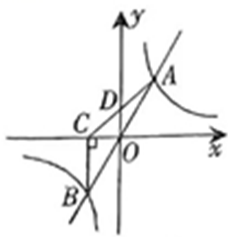
B. -2

C. 2

D. -8

11. 如图, 直线 $y = kx (k > 0)$ 与双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 交于 A , B 两点, $BC \perp x$ 轴于点 C , 连接 AC 交 y 轴于点 D .

下列结论: ① $OA = OB$; ② $\triangle ABC$ 的面积为定值; ③ D 是 AC 的中点; ④ $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2}$. 其中正确的结论有 ()



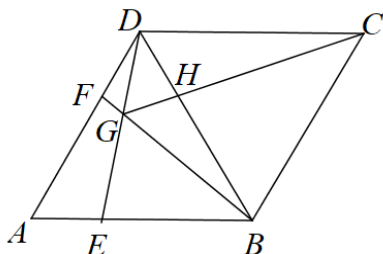
A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

12. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = BD$ ，点 E, F 分别是边 AB, AD 上任意点（不与端点重合），且 $AE = DF$ ，连接 BF, DE 相交于点 G ，连接 CG 与 BD 相交于点 H ，下列结论：① $\triangle AED \cong \triangle DFB$ ；② $\angle BGE$ 的大小为定值；③ CG 与 BD 一定不垂直；④ 若 $AF = 2DF$ ，则 $BG = 6GF$ ，其中正确的结论有（ ）



A. ①②

B. ①②④

C. ③④

D. ①③④

二、填空题

13. 在平面直角坐标系 xOy 中， P, Q 是函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 图象上异于 $A(1, 1)$ 的点，直线 PQ 与直线 $y = x$ 垂直，分别交 x 轴， y 轴于点 M, N 。现给出以下结论：

① $MP = NQ$;

② $\angle PAQ$ 可能是直角;

③ $MN^2 - PQ^2$ 为定值;

④ $\triangle MON$ 的面积可能为2.

其中正确的是 _____。（写出所有正确结论的序号）

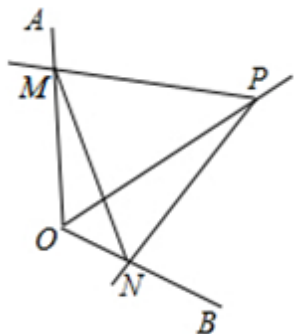
14. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x + 2y = k + 2 \\ 2x - 3y = 3k - 1 \end{cases}$ ，无论 k 取何值， $x + 9y$ 的值都是一个定值，则这个定值为_____.

15. 若 a, b 为定值，关于 x 的一次方程 $\frac{2kx + a}{3} - \frac{x - bk}{6} = 2$ 无论 k 为何值时，它的解总是 $x = 1$ ，则 $(2a + 3b)^{2022}$ 的值为_____.

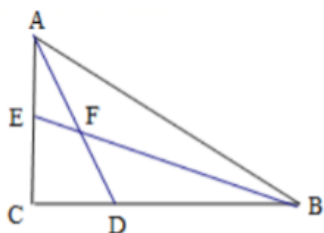
16. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x + y = 2k \\ x - 2y = k + 6 \end{cases}$ 有下列说法：① 当 x 与 y 相等时，解得 $k = -4$ ；② 当 x 与 y 互为相反数时，解得 $k = 3$ ；③ 若 $4^x \cdot 8^y = 32$ ，则 $k = 11$ ；④

无论 k 为何值, x 与 y 的值一定满足关系式 $x + 5y + 12 = 0$, 其中正确的序号是_____.

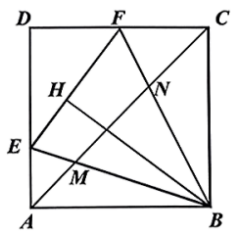
17. 如图, 点 P 为定角 $\angle AOB$ 的平分线上的一个定点, 且 $\angle MPN$ 与 $\angle AOB$ 互补, 若 $\angle MPN$ 在绕点 P 旋转的过程中, 其两边分别与 OA 、 OB 相交于 M 、 N 两点, 则以下结论: ① $PM = PN$ 恒成立; ② $OM + ON$ 的值不变; ③ 四边形 $PMON$ 的面积不变; ④ MN 的长不变, 其中正确的序号为_____.



18. 如图, 小明在计算机上用“几何画板”画了一个 $Rt\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, 并画出了两锐角的角平分线 AD , BE 及其交点 F . 小明发现, 无论怎样变动 $Rt\triangle ABC$ 的形状和大小, $\angle AFB$ 的度数是定值. 这个定值为_____.



19. 如图, 边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中, 点 E 为 AD 边上动点 (不与 A 、 D 重合), 连接 BE , 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠得到 $\triangle EBH$, 延长 EH 交 CD 于点 F , 连接 BF , 交 AC 于点 N , 连接 CH . 则下列结论: ① $\angle EBF = 45^\circ$; ② $\triangle DEF$ 的周长是定值 2; ③ 当点 E 是 AD 中点时, $CN = \frac{\sqrt{2}}{3}$; ④ 点 D 到 EF 距离的最大值为 $\sqrt{2} - 1$, 其中正确的结论有_____ (填写所有正确结论的序号).



三、综合题

20. 项目化成果展示了一款简易电子秤: 可变电阻上装有托盘 (质量忽略不计), 测得物品质量 x (kg) 与可变电阻 y (Ω) 的多组对应值, 画出函数图象 (如图 1). 图 2 是三种测量方案, 电源电压恒为 8V, 定值电阻为 30Ω , 与可变电阻串联.

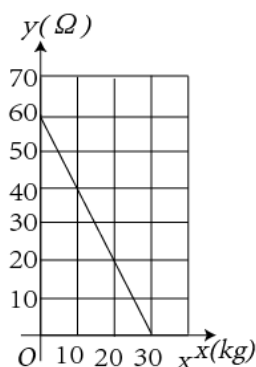


图1

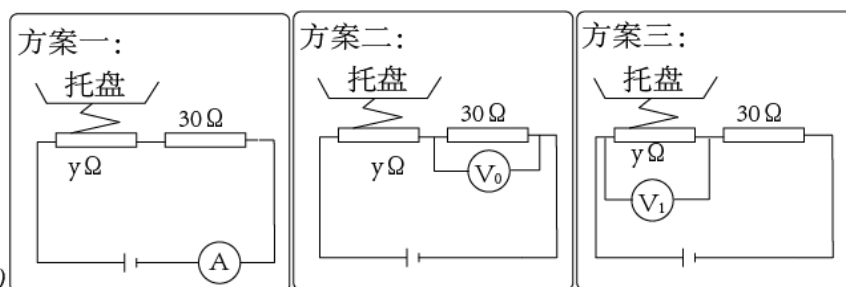


图2

【链接】串联电路中，通过两个电阻的电流 I 相等， $I = \frac{U}{R}$. 可变电阻、定值电阻两端的电压之和为 8V，则有 $I(y + 30) = 8$.

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式，并写出自变量 x 的取值范围.

(2) 三个托盘放置不同物品后，电表 A , V_0 , V_1 的读数分别为 0.1A, 6V, 4V. 请从以下方案中选择一个，求出对应物品的质量是多少 kg?

(3) 小明家买了某散装大米 65kg，为了检验商家是否存在缺斤少两的情况，请你将大米分批称重，用方案一、二、三来进行检验，设大米为 $a(60 < a \leq 65)kg$ ，前两次称合适的千克数，第 3 次用含 a 的代数式表示，请填写下表.

	第 1 次 (方案一)	第 2 次 (方案二)	第 3 次 (方案三)
大米 (kg)	_____	_____	_____
读数	$I = \underline{\hspace{2cm}} A$	$V_0 = \underline{\hspace{2cm}} V$	$V_1 \geq \underline{\hspace{2cm}} V$

21. 在面积为定值的一组矩形中，当矩形的一条边长为 7.5 cm 时，它的邻边长为 8 cm.

(1) 设矩形相邻的两条边长分别为 x cm, y cm, 求 y 关于 x 的函数解析式. 这个函数是反比例函数吗?

(2) 若其中一个矩形的一条边长为 5 cm, 求这个矩形与之相邻的另一条边长.

22. 已知代数式 $x^2 - 6x + 11$, 先用配再求出当 x 取何值时，这个代数式的值最小，最小值是多少? 方法说明，不论 x 取何值，这个代数式的值总是正数.

23. 定义：若 n 为常数，当一个函数图象上存在横、纵坐标和为 n 的点，则称该点为这个函数图象关于 n 的“恒值点”，例如：点 (1, 2) 是函数 $y = 2x$ 图象关于 3 的“恒值点”.

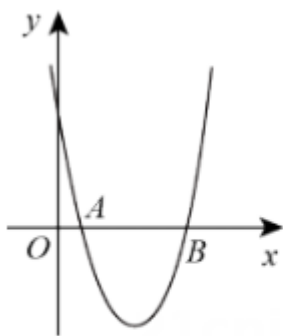


图1

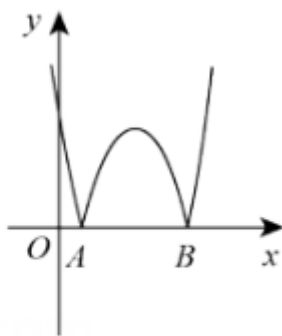


图2

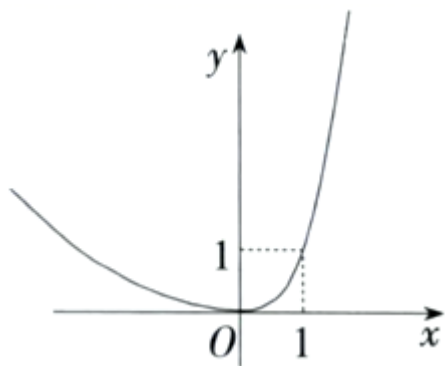
(1) 判断点 $(1, 3)$, $(2, 8)$, $(3, 7)$ 是否为函数 $y = 5x - 2$ 图象关于 10 的“恒值点”.

(2) 如图 1, 抛物线 $y = 2x^2 + bx + 2$ 与 x 轴交于 A , B 两点 (A 在 B 的左侧), 现将抛物线在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折, 抛物线的其余部分保持不变, 所得的新图象如图 2 所示.

I. 求翻折后 A , B 之间的抛物线解析式. (不必写出 x 的取值范围)

II. 当新图象上恰好有 3 个关于 c 的“恒值点”时, 请用含 b 的代数式表示 c .

24. 对于某一函数给出如下定义: 如果存在实数 p , 当其自变量的值为 p 时, 其函数值等于 p , 则称 p 为这个函数的不动值, 在函数存在不动值时, 该函数的最大不动值与最小不动值之差 q 称为这个函数的不动长度, 特别地, 当函数只有一个不动值时, 其不动长度 q 为 0, 例如, 下图中的函数有 0 和 1 两个不动值, 其不动长度 q 为 1.



(1) 下列函数① $y = 2x$, ② $y = x^2 + 1$, ③ $y = x^2 - 2x$ 中存在不动值的是 _____ (填序号)

(2) 函数 $y = 3x^2 + bx$,

①若其不动长度为 0, 则 b 的值

为 _____

;

②若 $-2 \leq b \leq 2$, 求其不动长度 q 的取值范围;

(3) 记函数 $y = x^2 - 4x$ ($x \geq t$) 的图象为 G_1 , 将 G_1 沿 $x = t$ 翻折后得到的函数图象记为 G_2 , 函数 G 的图象由 G_1 和 G_2 两部分组成, 若其不动长度 q 满足 $0 \leq q \leq 5$, 则 t 的取值范围为 _____.

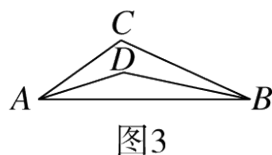
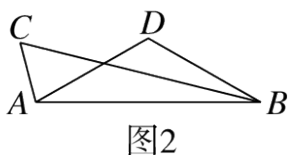
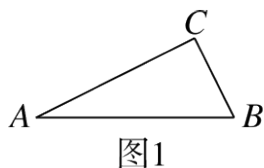
25. 在平面直角坐标系中，我们不妨把纵坐标的值与横坐标的值的平方相等的点称为“雅心点”，例如点 $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(\sqrt{2}, 2)$, ... 都是“雅心点”，显然，这样的“雅心点”有无数个.

(1) 求一次函数 $y = x + 2$ 上的所有“雅心点”的坐标为_____；

(2) 若过点 $(1, -3)$ 的直线上恰好只有一个“雅心点”，请求出符合要求的直线解析式；

(3) 若二次函数 $y = ax^2 - 6ax + 9a - 1$ (a 是常数, $a > 0$) 的图象上存在两个不同的“雅心点”，且“雅心点”的横坐标的值都不大于 2，试求实数 a 的取值范围.

26. 我们规定，对于已知线段 AB ，若存在动点 C (点 C 不与点 A, B 重合) 始终满足 $\angle ACB$ 的大小为定值，则称 $\triangle ABC$ 是“立信三角形”，其中 AB 的长称为它的“立信长”， $\angle ACB$ 称为它的“立信角”.

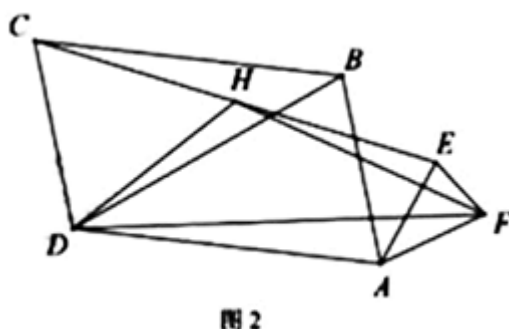
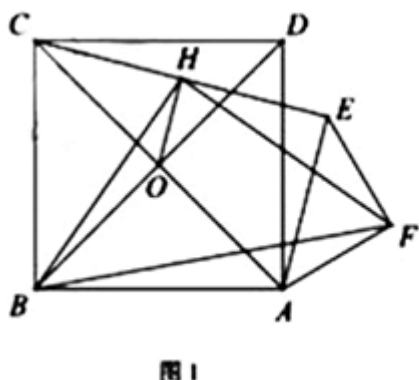


(1) 如图 (1)，已知立信 $\triangle ABC$ 中“立信长” $AB = 2$ ，“立信角” $\angle ACB = 90^\circ$ ，请直接写出立信 $\triangle ABC$ 面积的最大值；

(2) 如图 (2)，在 $\triangle ABD$ 中， $AD = BD = 2$ ， $AB = 2\sqrt{3}$ ， C 是立信 $\triangle ABC$ 所在平面上的一个动点，且立信角 $\angle ACB = 60^\circ$ ，求立信 $\triangle ABC$ 面积的最大值；

(3) 如图 (3)，已知立信长 $AB = a$ (a 是常数且 $a > 0$)，点 C 是平面内一动点且满足立信角 $\angle ACB = 120^\circ$ ，若 $\angle ABC$ ， $\angle BAC$ 的平分线交于点 D ，问：点 D 的运动轨迹长度是否为定值？如果是，请求出它的轨迹长度；如果不是，请说明理由.

27. 在正方形 $ABCD$ 中，等腰直角 $\triangle AEF$ ， $\angle AFE = 90^\circ$ ，连接 CE ， H 为 CE 中点，连接 BH 、 BF 、 HF ，发现 $\frac{BF}{BH}$ 和 $\angle HBF$ 为定值.



(1) ① $\frac{BF}{BH} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ ；

② $\angle HBF = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

③ 小明为了证明①②，连接 AC 交 BD 于 O ，连接 OH ，证明了 $\frac{OH}{AF}$ 和 $\frac{BA}{BO}$

的关系，请你按他的思路证明①②.

(2) 小明又用三个相似三角形（两个大三角形全等）摆出如图 2， $\frac{BD}{AD} = \frac{EA}{FA} = k$ ，

$\angle BDA = \angle EAF = \theta$ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)

求① $\frac{FD}{HD} =$ _____ (用 k 的代数式表示)

② $\frac{FH}{HD} =$ _____ (用 k 、 θ 的代数式表示)

28. 探究活动一：

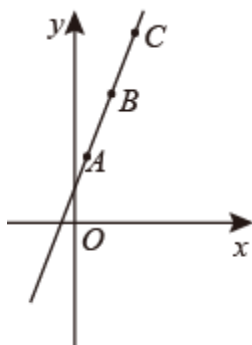


图1

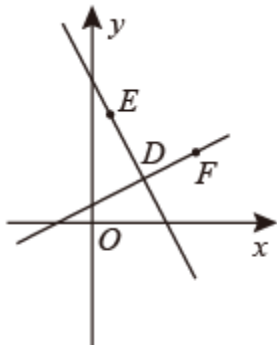


图2

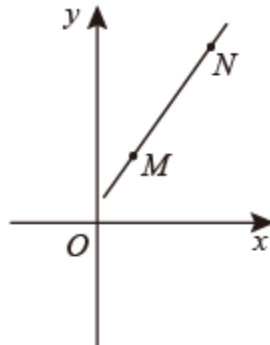


图3

如图 1，某数学兴趣小组在研究直线上点的坐标规律时，发现在直线 AB 上的三点 $A(1, 3)$ ，

$B(2, 5)$ ， $C(4, 9)$ ，有 $k_{AB} = \frac{5-3}{2-1} = 2$ ， $k_{AC} = \frac{9-3}{4-1} = 2$ ， $k_{AB} = k_{AC}$ ，兴趣小组提出猜想：

若直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 上任意两点 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ ($x_1 \neq x_2$)，则 $k_{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 是定值. 通过多次验证和查阅资料得知，猜想成立， k_{PQ} 是定值，并且是直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中的 k ，叫做这条直线的斜率.

(1) 请你应用以上规律直接写出过 $S(-2, -2)$ ， $T(4, 2)$ 两点的直线 ST 的斜率 k_{ST} = _____.

(2) 探究活动二：数学兴趣小组继续深入研究直线的“斜率”问题，得到正确结论：当任意两条不和坐标轴平行的直线互相垂直时，这两条直线的斜率之积是定值.

如图 2，直线 DE 与直线 DF 垂直于点 D ，且 $D(2, 2)$ ， $E(1, 4)$ ， $F(4, 3)$. 请求出直线 DE 与直线 DF 的斜率之积. 并写出你发现的结论.

(3) 综合应用：

如图 3， $M(1, 2)$ ， $N(4, 5)$ ，请结合探究活动二的结论，求出过点 N 且与直线 MN 垂直的直线的解析式.

29.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/747024024042006061>