大　学　物　理

第六章　狭 义 相 对 论

第六章 狭 义 相 对 论

§6.1 伽利略相对性原理和伽利略变换

相对于不同的参照系，同一物体的同一运动，会表现为不同的形式，称为物体的运动有相对性。

例如：在地面的观察者观察自由落体，质点的轨迹是垂直线；在运动的车辆中观察同一质点，轨迹是二次抛物线。

自由落体空间坐标有相对性！

在日常生活中有许多具有相对性的实例。

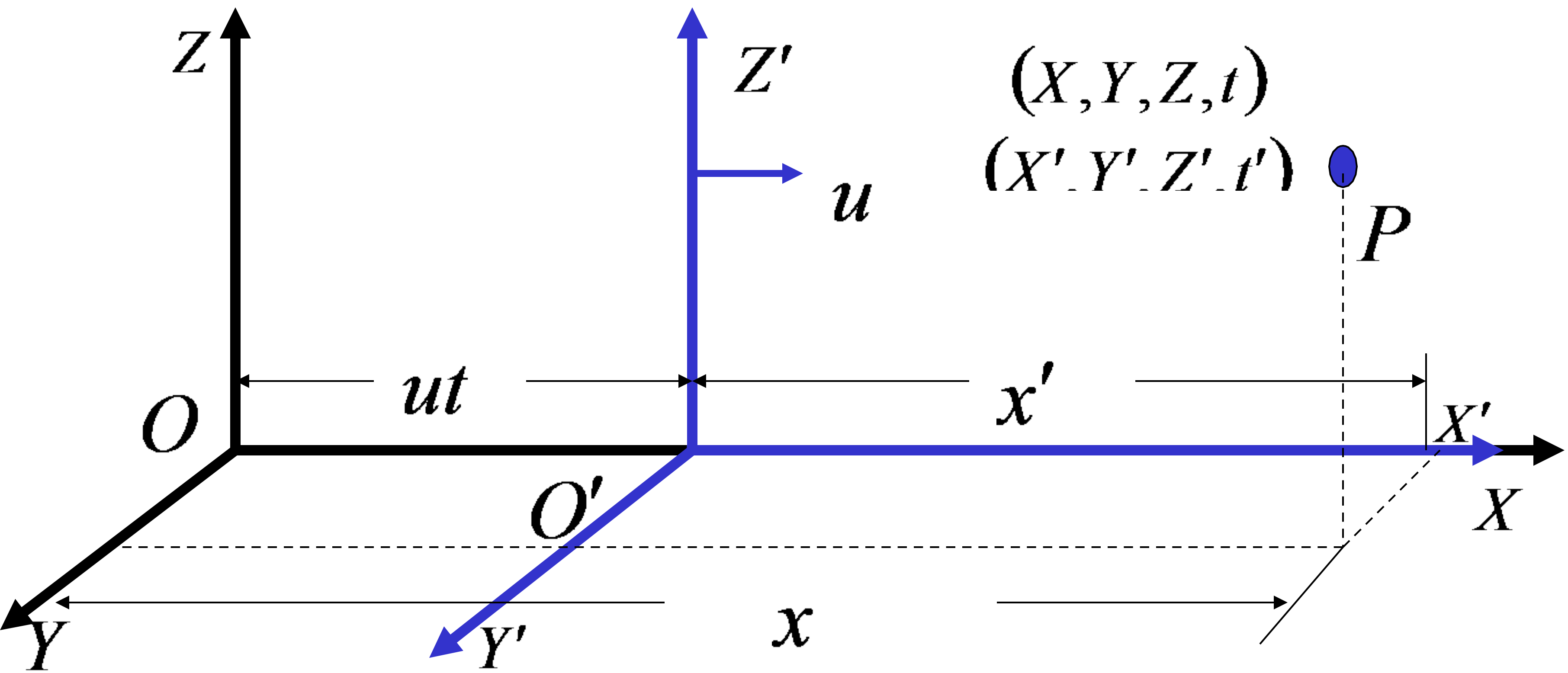
一、力学的相对性原理

惯性参照系：一切作相对匀速运动的参照系，惯性参照系是等价的。

力学的相对性原理：牛顿运动定律在一切惯性系中成立，力学运动定律的形式在惯性系中保持不变。

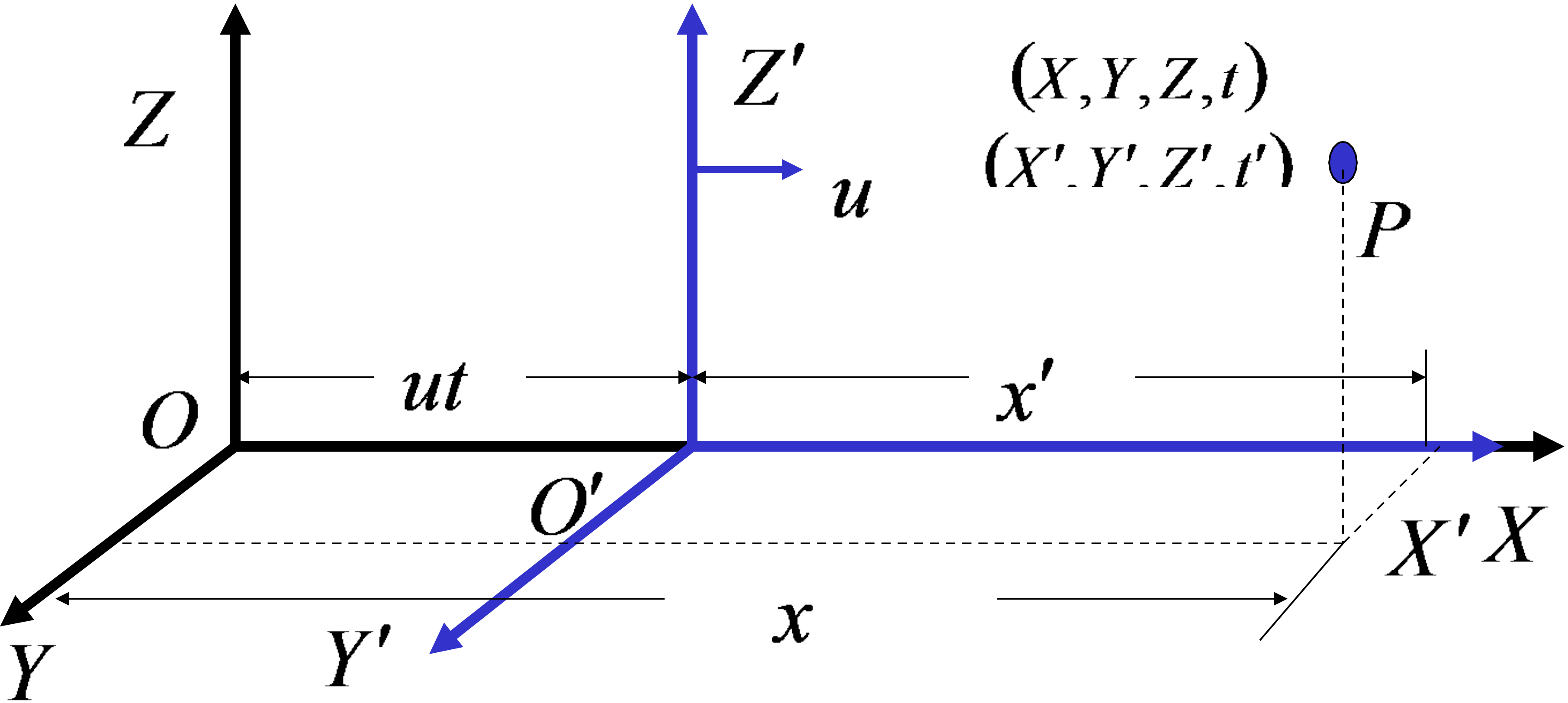
牛顿力学在惯性系变换操作时具有“对称性”！

设固定的坐标系是S，运动坐标系是S’。



二、伽利略变换

力学的相对性原理认为，在惯性系中力学运动定律的形式在惯性系中保持不变。

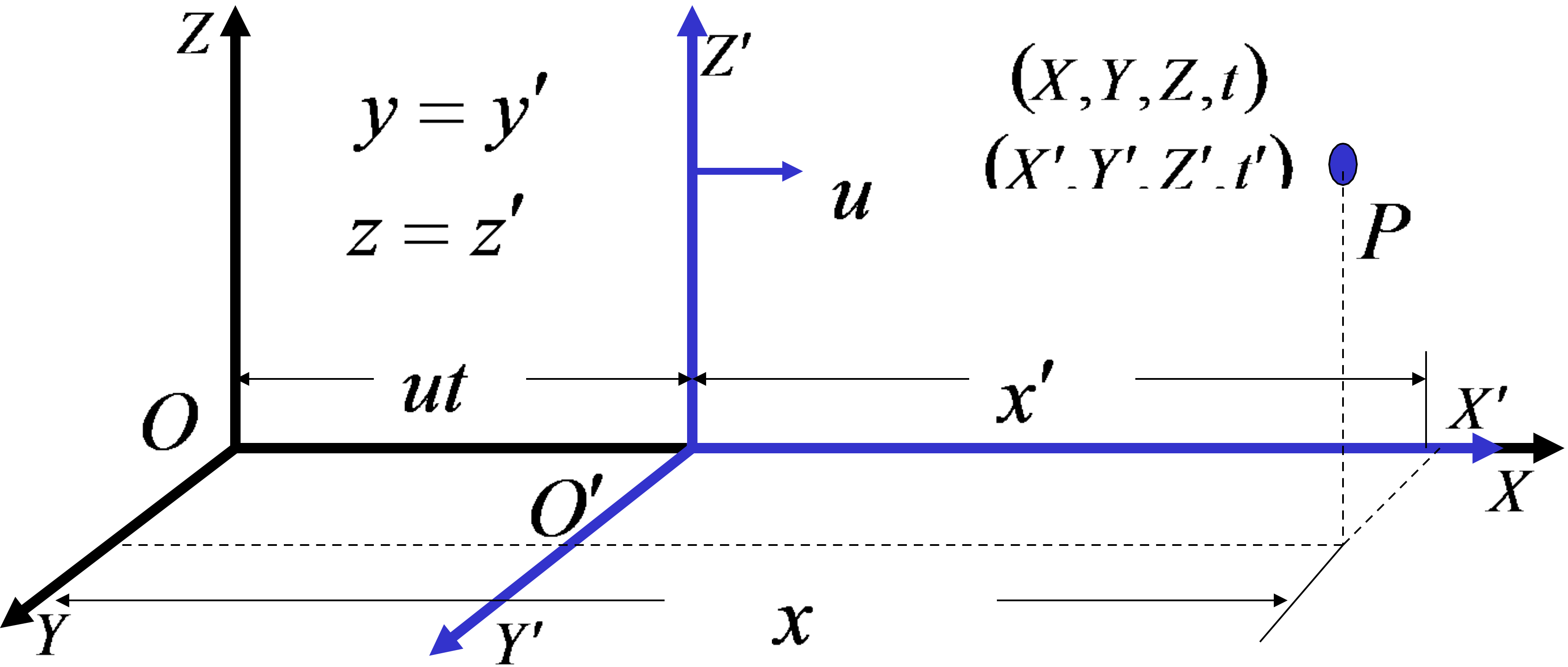


$t = t'$ 不同的坐标系中，时间是绝对的。

与力学的相对性原理是矛盾的, 时间是一个特别的物理量。

由于时间的绝对性

$$t = t'$$



S系中: x $\quad x = x' + ut' = x' + ut$

S'系中: x' $\quad x' = x - ut = x - ut'$

综合各坐标的表达式：

$S \Rightarrow S'$	$S' \Rightarrow S$
$x' = x - ut$	$x = x' + ut'$
$y' = y$	$y = y'$
$z' = z$	$z = z'$
$t' = t$	$t = t'$

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \Delta r^2 = \Delta r'^2 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2$$

$\mathbf{V} - \mathbf{V}'$ 加利略加速度变换式

$\therefore a = a'$

$$\vec{F}' = m'\vec{a}' \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

力学原理在伽利略变换下形式不变。反映力学规律在惯性系变换下具有“对称性”！

变换的基础在于牛顿的绝对时空观。

关键在于先验地把时间看成是一个特别的物理量。没有与空间一样具有相对的特性。

如果时间有相对性，时间是空间的函数，力学原理在惯性系变换时形式变化，力学规律对称性破坏。

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \Delta r^2$$

§6.2 狭义相对论基本原理

力学的相对性原理由于先验地把时间看成是一个特别的物理量，没有与空间一样具有相对的特性。导致加利略变换。

电磁学中， 用电磁理论严格推断，电磁波的传播速度是

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

常数，与坐标系无关。

按加利略变换：

S系中的电磁波速度：

$$\dot{x}=c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

S’系中的电磁波速度：

$$\dot{x}'=\dot{x}-u$$

$$\therefore \dot{x}'=\dot{x}-u=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}-u$$

直接与电磁理论矛盾。电磁理论在加利略变换下不具备形式不变性，而且说明力学理论与电磁理论必有一个要修改。

物理实验证明：电磁波的速度与坐标系无关。

考虑到加利略毫无根据地把时间看成是一个特别的物理量，　　不具备与空间相同的相对特性。加利略变换是值得怀疑的。

正是由于加利略变换，产生上述理论矛盾。但是否定加利略变换，意味要否定牛顿的绝对时空观。则牛顿定律的正确性产生了动摇。

爱因斯坦为解决上述矛盾提出基本的假设：

一、狭义相对性原理

物理理论在一切惯性系中都是相同的，不存在一个特别的惯性坐标系。

二、光速不变原理

在一切惯性系中，光在真空中的速率是相同的。（否定了加利略变换）

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \Delta s^2 = c^2 t^2$$

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + (ic\Delta t)^2 = \Delta s^2$$

四维时空。

时间与空间是具有相同属性的物理量！时间变换同样依赖空间参数。

$$t = f(t', x')$$

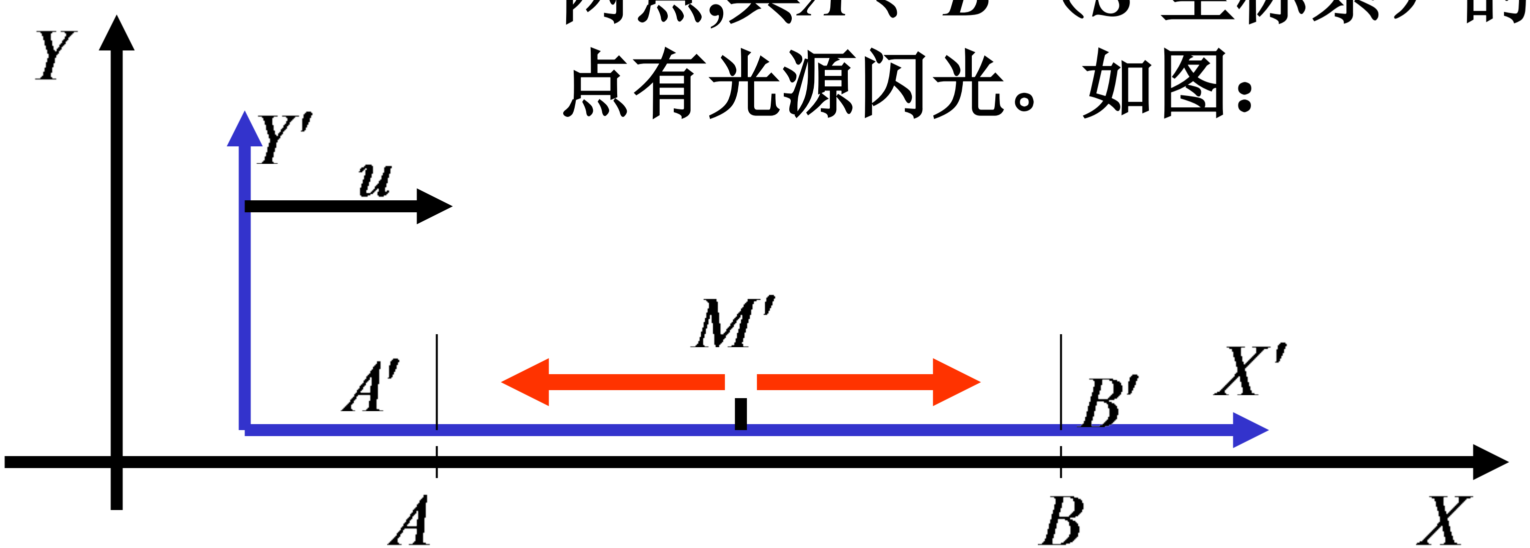
§6.3 狭义相对论的时空观

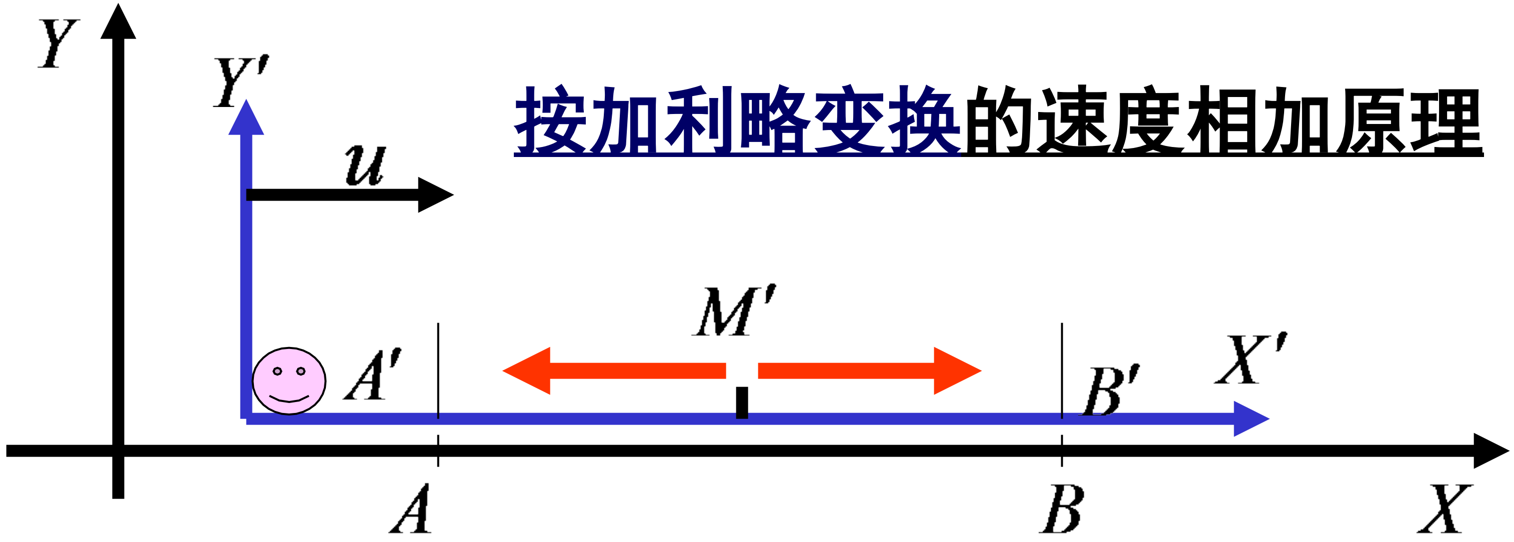
根据爱因斯坦的相对性原理，在坐标系变换时，不仅空间具有相对性，时间也应该有相对性。

时间的度量具有相对性。

一、同时性的相对性

考虑*S*、*S'*坐标系，*S'*相对S系以速度*u*运动。在*S'*上有*A'*、*B'*两点,其*A'*、*B'*（*S'*坐标系）的中点有光源闪光。如图：





按加利略变换的速度相加原理

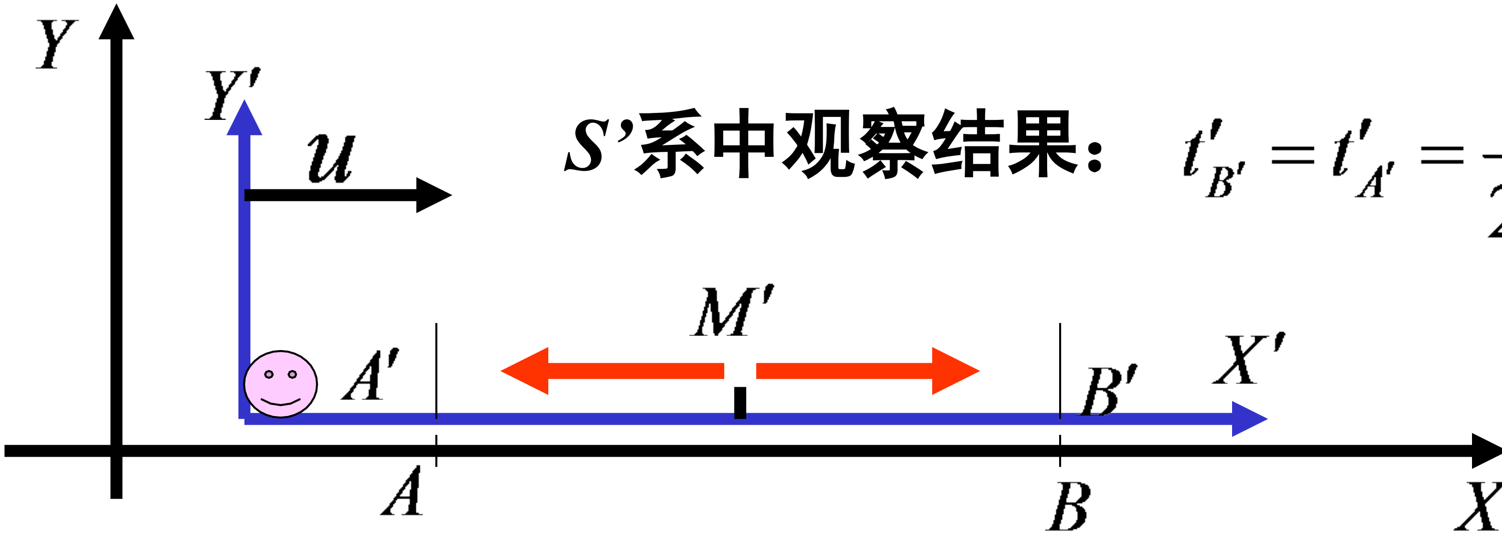
S’系中观察光速度： $V' = c$

S系中观察光速度： $V_B = u + c$

$V_A = u - c < 0$

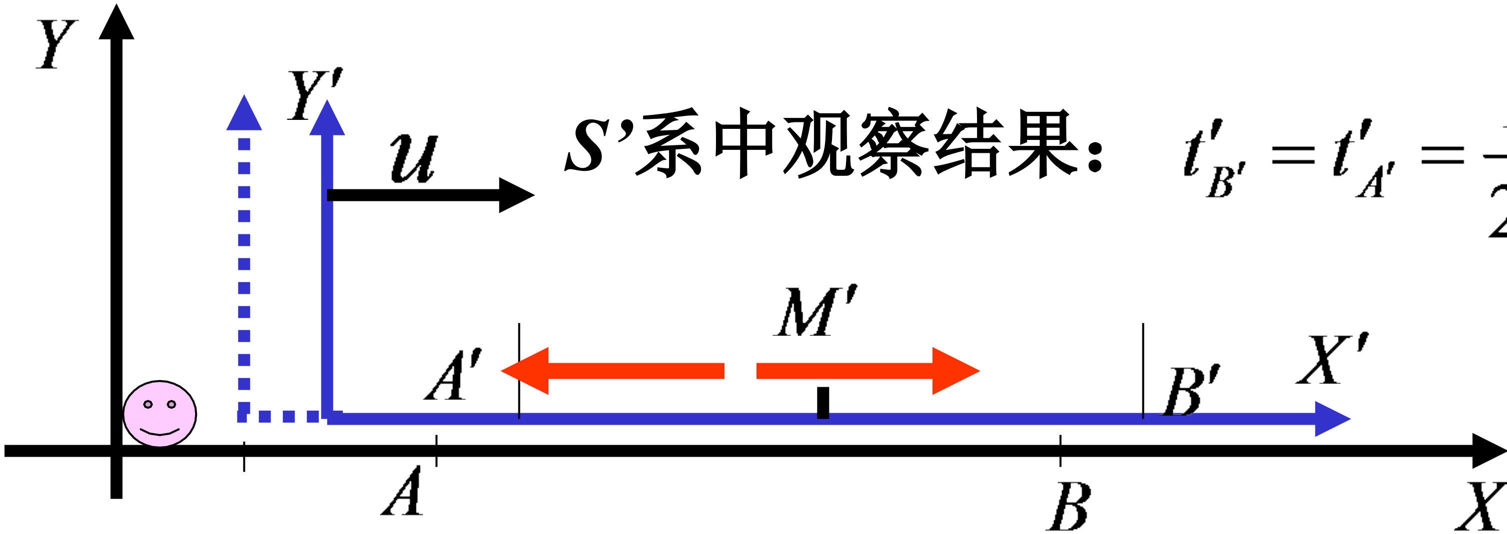
S’系中观察光同时到达A’、B’： $t'_{B'} = t'_{A'} = \dfrac{L}{2c}$

$$\Delta t' = t'_{B'} - t'_{A'} = 0$$



S'系中观察结果： $t'_{B'} = t'_{A'} = \dfrac{L}{2c}$

S系中观察光是否也同时到达A'、B'？



S'系中观察结果：$t'_{B'} = t'_{A'} = \dfrac{L}{2c}$

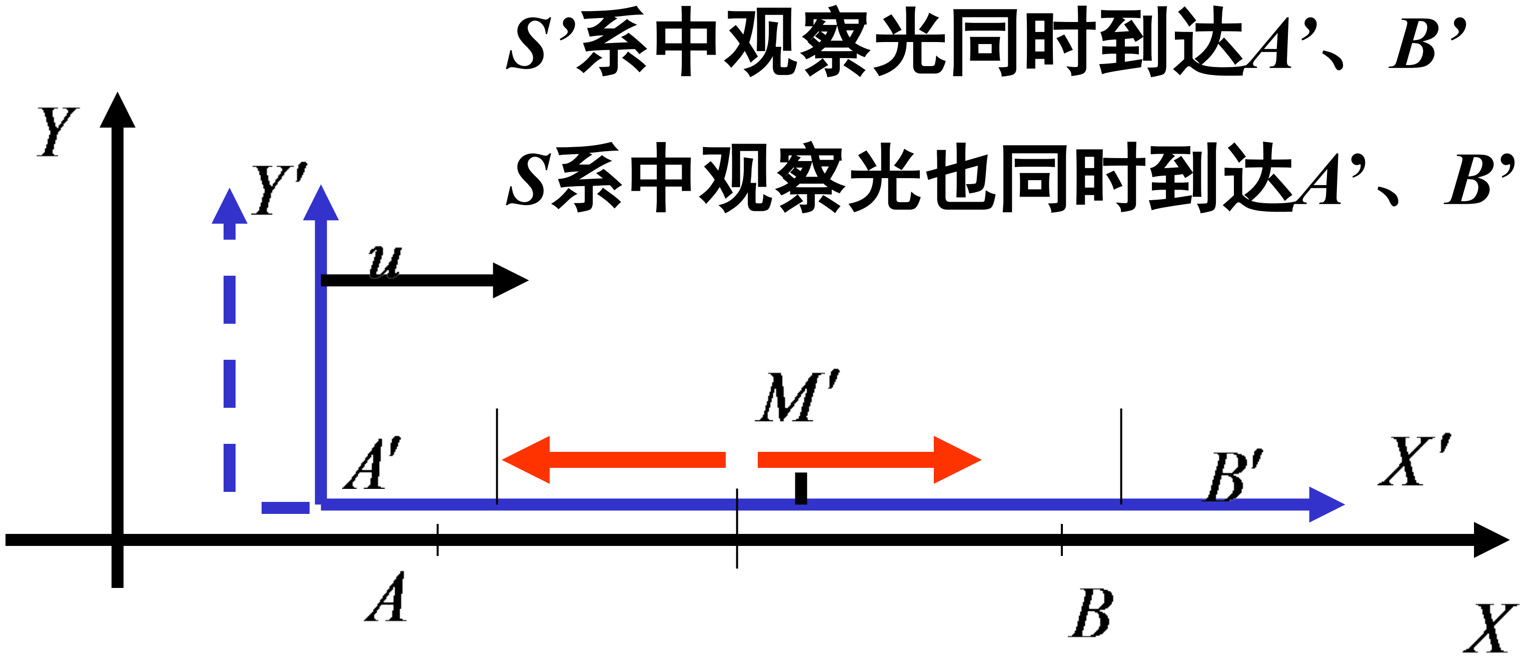
S系中观察光是否也同时到达A'、B'？

闪光到达B'的时间： $t_{B'} = \left(\dfrac{L}{2} + ut_{B'}\right) \Big/ (c+u)$ $\qquad t_{B'} = \dfrac{L}{2c}$

闪光到达A'的时间： $t_{A'} = \left(\dfrac{L}{2} - ut_{A'}\right) \Big/ (c-u)$ $\qquad t_{A'} = \dfrac{L}{2c}$

$$\Delta t = t_{B'} - t_{A'} = 0$$

S系中观察光也同时到达A'、B'

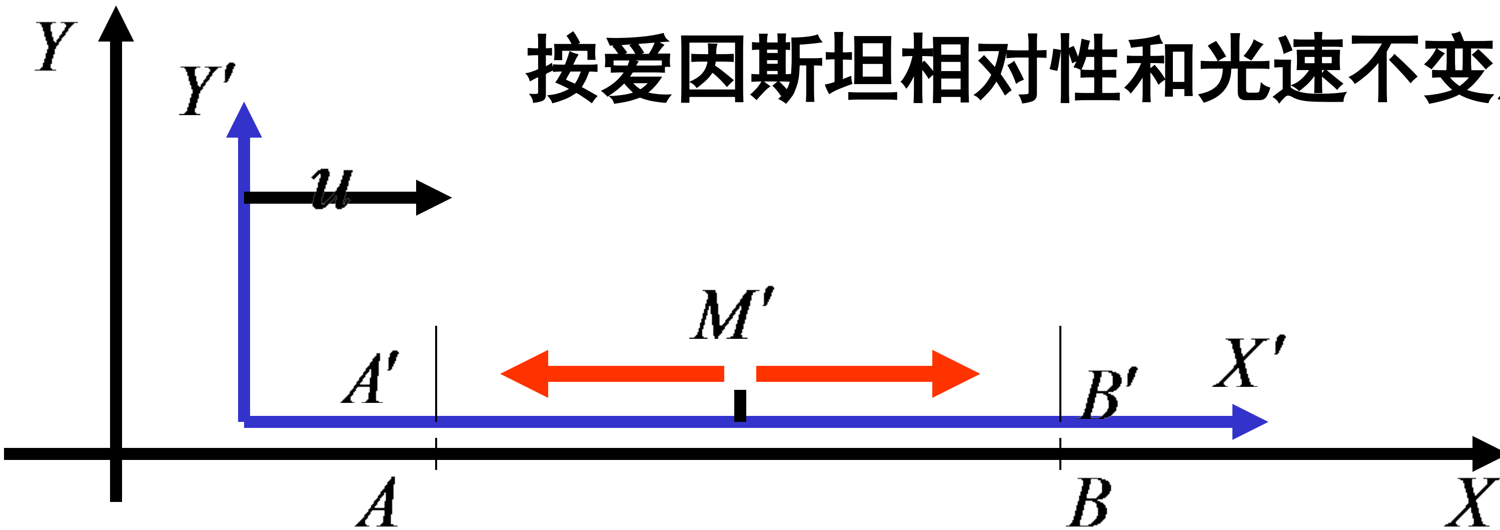


结论：按加利略变换，同时也是绝对的。在一切惯性坐标系中，同时事件与坐标系无关。

这个推理是由于加利略变换的误导得到的，是错误结论。

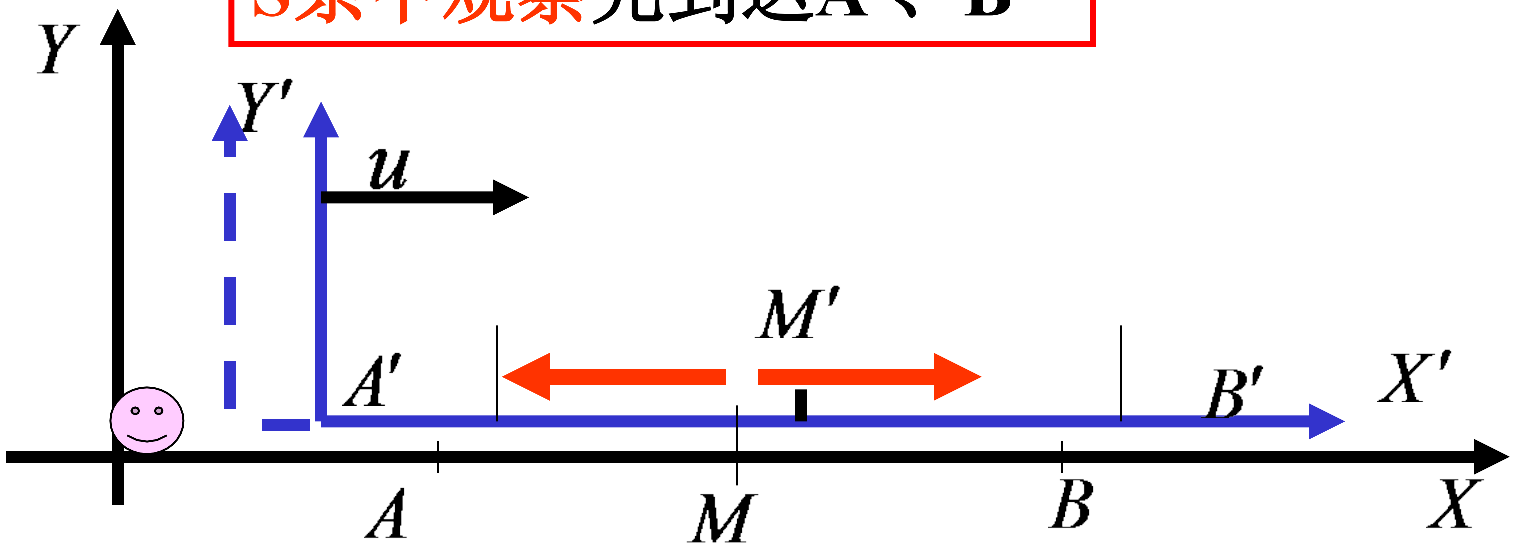
按爱因斯坦相对性原理，时间与空间一样也有相对性，同时事件也有相对性。

按爱因斯坦相对性和光速不变原理



在S'中的同时事件，在S系中看来不一定是同时事件。

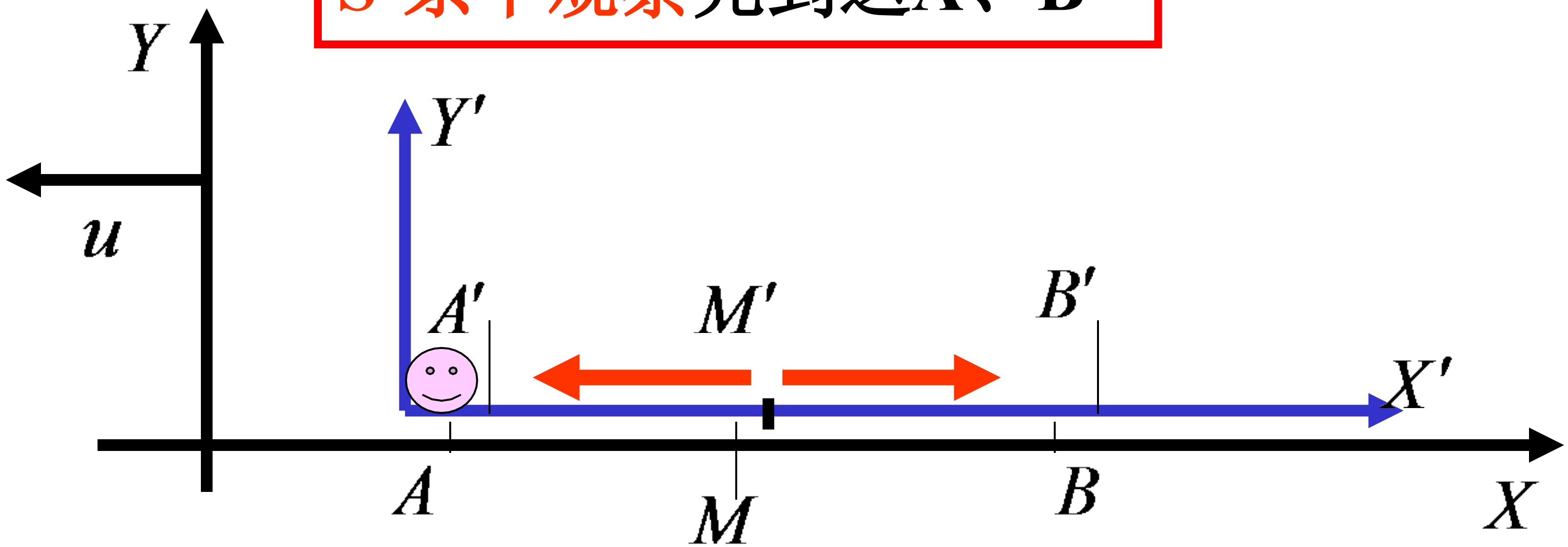
S系中观察光到达A’、B’



***S’*系中观察** $\xrightarrow{M'\text{是中点}}$ 光**同时**到达*A’*、*B’*。

***S*系中观察**
- 光**不同时**到达*A’*、*B’*
- 光**同时**到达*A*、*B*

S’系中观察光到达A、B

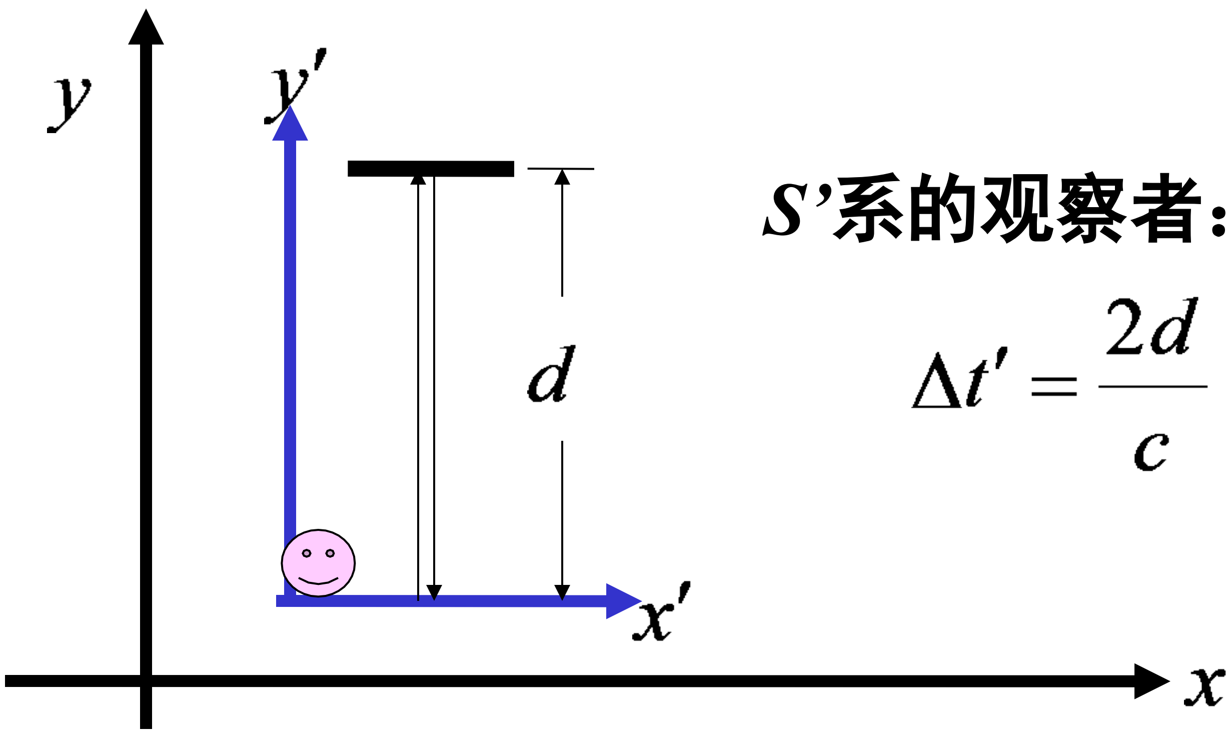


*S*系中观察 $\xrightarrow{M\text{是中点}}$ 光同时到达*A*、*B*

*S’*系中观察
- 光不同时到达*A*、*B*
- 光同时到达*A’*、*B’*

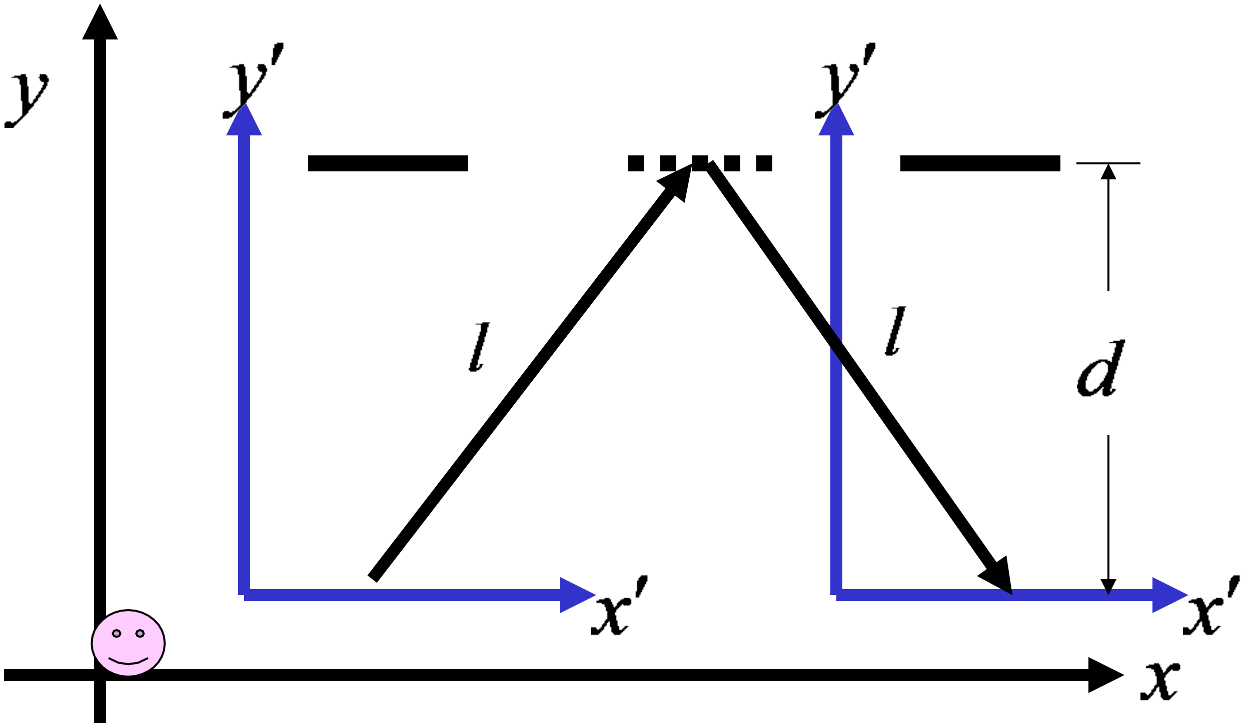
二、时间的膨胀（时间延缓）

有*S*、*S'*惯性系，*S'*的观察者，在*S'*系上同一位置，观察不同时的两个事件。其时间间隔。



*S'*系的观察者：

$$\Delta t' = \frac{2d}{c}$$



S系的观察者：

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$$

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$$

从中解出时间间隔 $\Delta t' = \dfrac{2d}{c}$

$$\Delta t = \frac{\dfrac{2d}{c}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{u}{c}\right)^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(\dfrac{u}{c}\right)^2}}$$

$\Delta t > \Delta t'$ S’系中的时间相对S系变慢！

$\longrightarrow$ **时间膨胀效应**

定义：在某一坐标系中，同一地点先后发生的两个事件的时间间隔称为原时 $\longrightarrow \tau_0$。

$$\Delta t = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \longrightarrow \text{原时最短}$$

在其他坐标系中的观察者测定该事件的时间间隔永远大于“原时”，原时最短。

$$\left(\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}\right)^{-1} \longrightarrow \text{时间膨胀因子}$$

例π介子静止时的平均寿命是 $2.5\times10^{-8}(s)$过后即衰变。实验室测得其速度是 $u=0.99c$ 并测得其在衰变前通过的平均距离为52m。这些测量结果是否一致?

原时

平均距离=实验室测得其速度×实验室中所观测到的π介子的寿命。

实验室中所观测到的π介子的寿命

$$\therefore \Delta t=\frac{\tau_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}=1.8\times10^{-7}(s)$$

$$S=u\Delta t=0.99\times3\times10^{8}\times1.8\times10^{-7}=53(\mathrm{m})$$

正确判别"原时",就能求解任意时间间隔。

当惯性系*S*和*S'*坐标原点*O*和*O'*重合时，有一点光源从坐标原点发出一光脉冲，对*S*系经过一段时间 t 后（对*S'*系经过时间为t'），此光脉冲的球面方程（用直角坐标系）分别为：

S 系 $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$；

S ’系 $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$．

下列几种说法：

（１）所有惯性系对物理基本规律都是等价的.

（２）在真空中，光的速度与光的频率、光源的运动状态无关.

（３）在任何惯性系中，光在真空中沿任何方向的传播速度都相同.

其中哪些说法是正确的？

（Ａ）只有（１）、（２）是正确的.

（Ｂ）只有（１）、（３）是正确的.

（Ｃ）只有（２）、（３）是正确的.

（Ｄ）三种说法都是正确的.

［（D）］

狭义相对论的两条基本原理中，相对性原理说的是
___一切彼此相对作匀速直线运动的惯性系对于物理学定律都是等价的___；
光速不变原理说的是
___一切惯性系中，真空中的光速都是相等的___

三、长度的收缩

“ 同时 ”出现了相对性，使得与同时有关的过程也出现了相对性。测量运动物体的长度就是一个典型例子。

测量运动物体的长度过程：

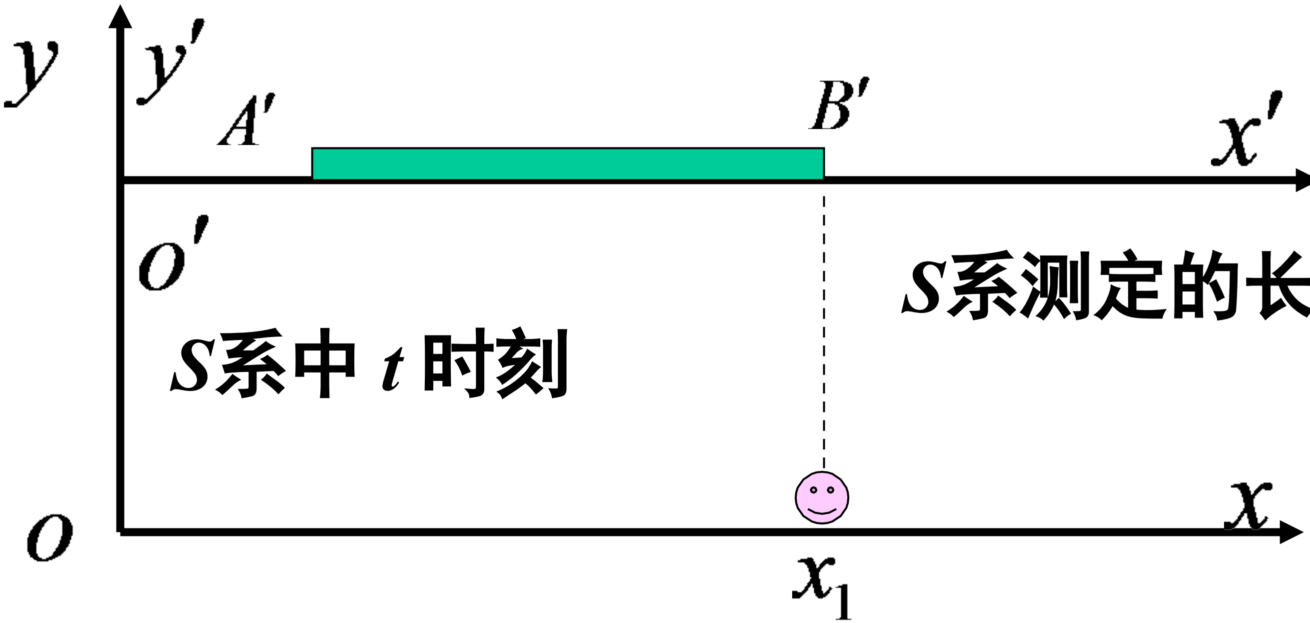
所谓同时在长度首尾读数，要指定坐标系。

1 取长度单位。

2 用度量单位与被测物体比较。

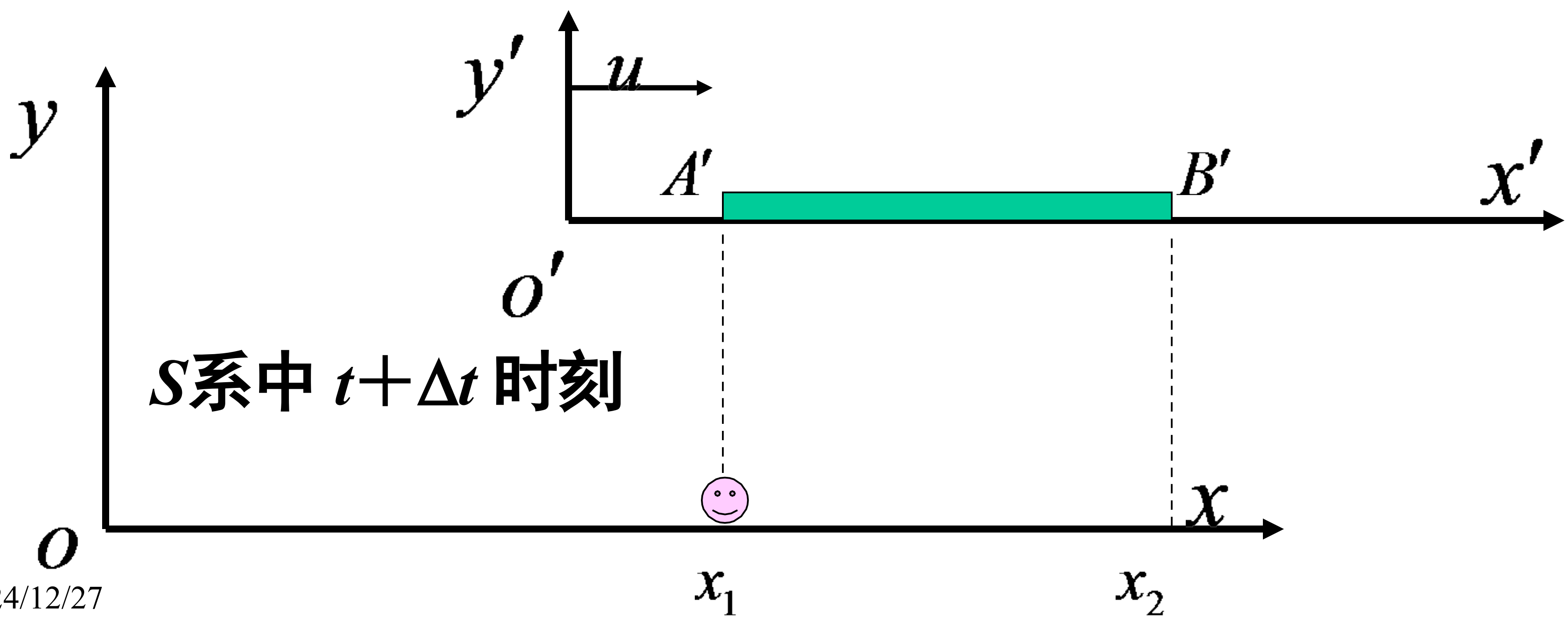
3 同时在长度首尾读数。（x_1、x_2）

4 计算结果。($L= x_2-x_1$)

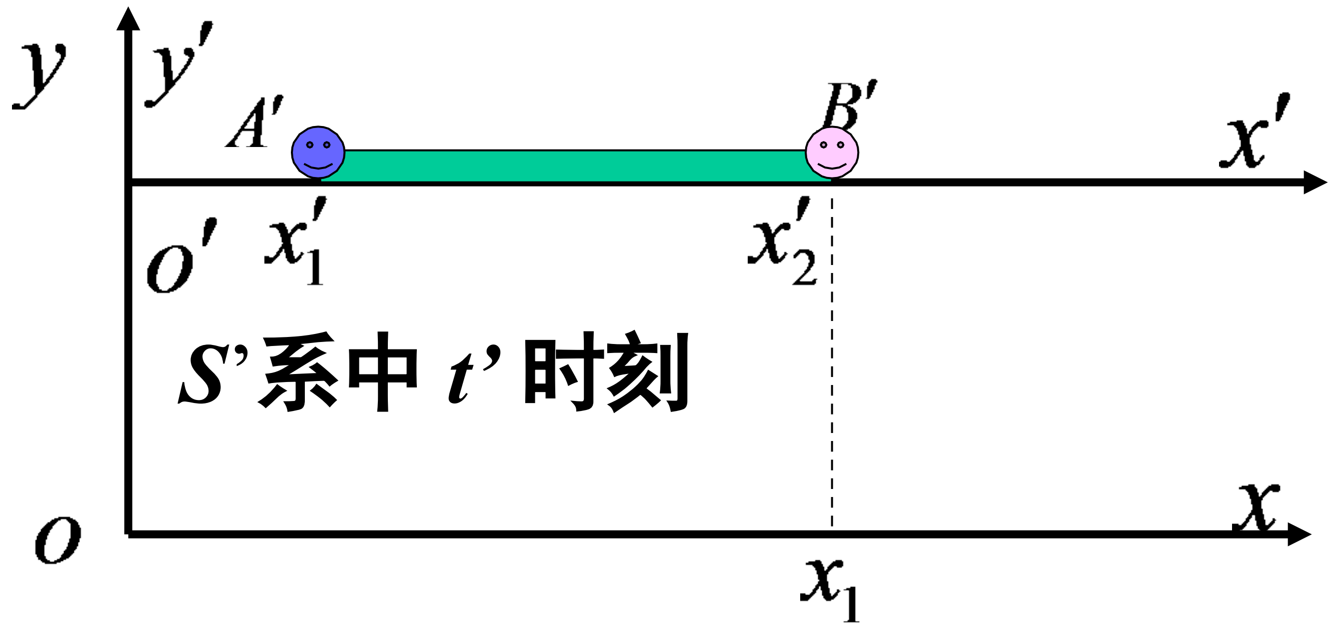


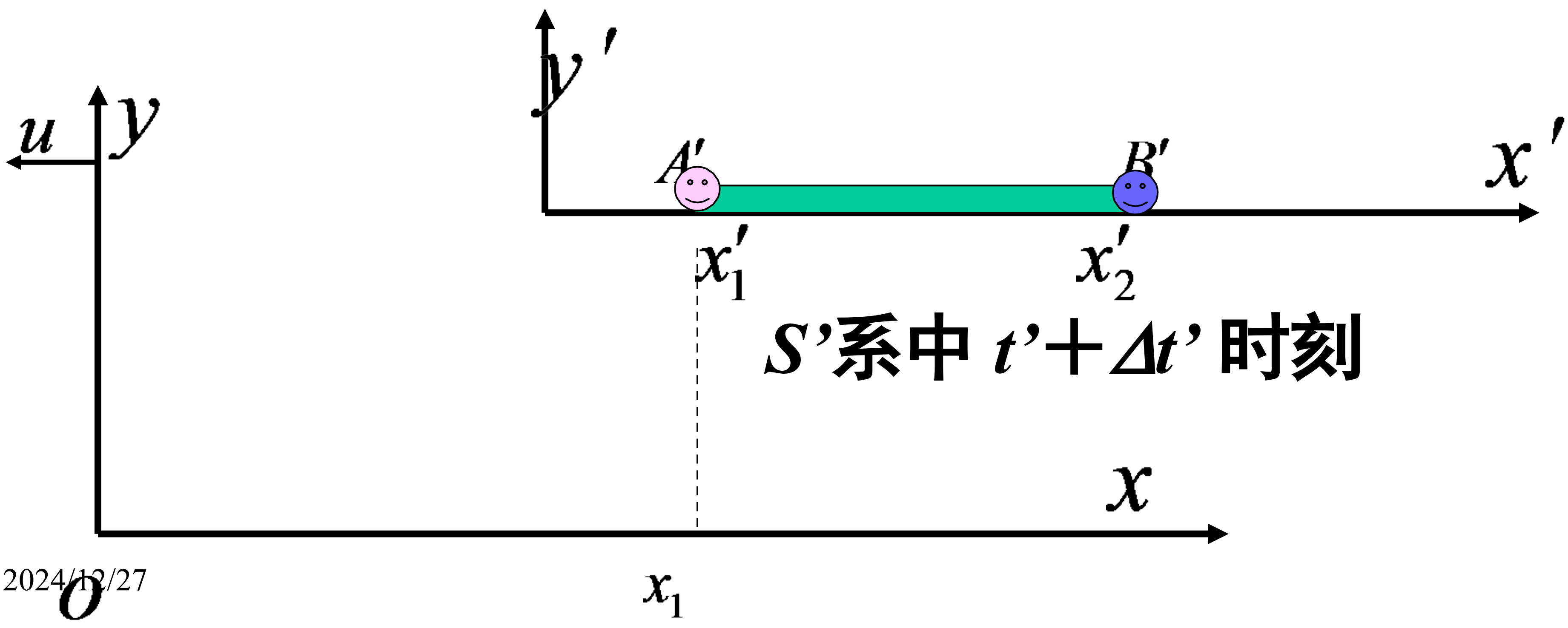
S系测定的长度：

$$L = u \cdot \Delta t$$



$$L' = u\Delta t'$$





S系测定的长度： $L = u \cdot \Delta t$ （原时）

S’系测定的长度： $L' = x_2' - x_1' = u\Delta t'$

$$Q\ \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

（原时）

$$\therefore \frac{L'}{u} = \frac{\frac{L}{u}}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

$$\therefore L' = \frac{L}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

$$L' = \frac{L}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

定义：观察者与被测物体相对静止时的测量结果称为原长 $\longrightarrow$ L_0。

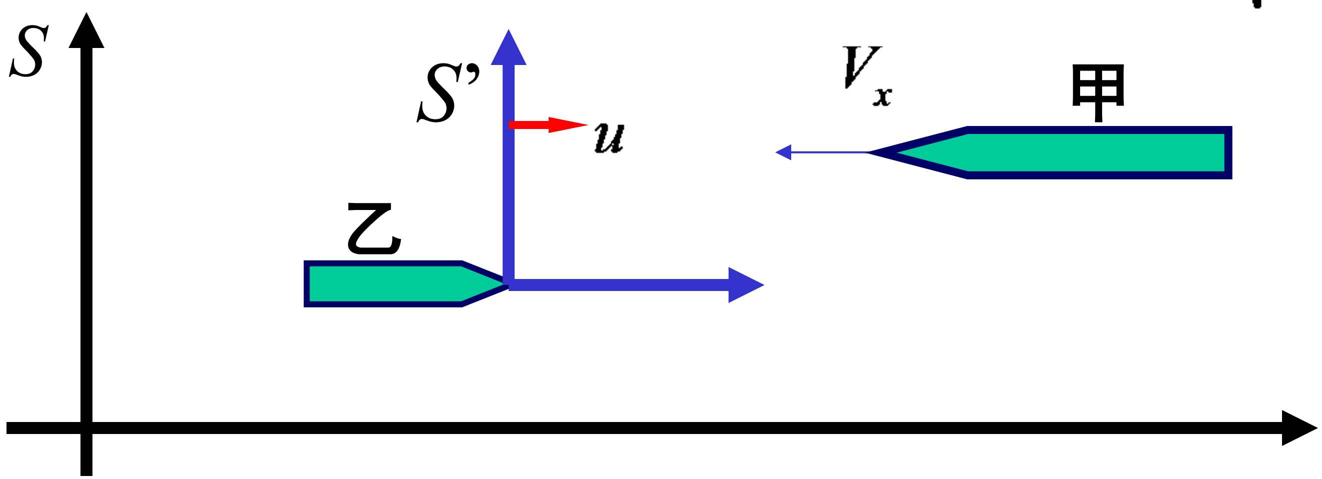
$$L = L_0\boxed{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \longrightarrow$$ **长度收缩因子**

原长最长

$L > L_0$ $\longrightarrow$ **长度收缩效应**

两飞船，在自己的静止参照系中测得各自的长度均为100m，飞船甲上的仪器测得飞船甲的前端驶完船乙的全长需要：$\frac{5}{3}\times10^{-7}s$

求两飞船的相对速度的大小。 ⇨ $L' = L_0\sqrt{1-\left(\frac{V'}{c}\right)^2}$



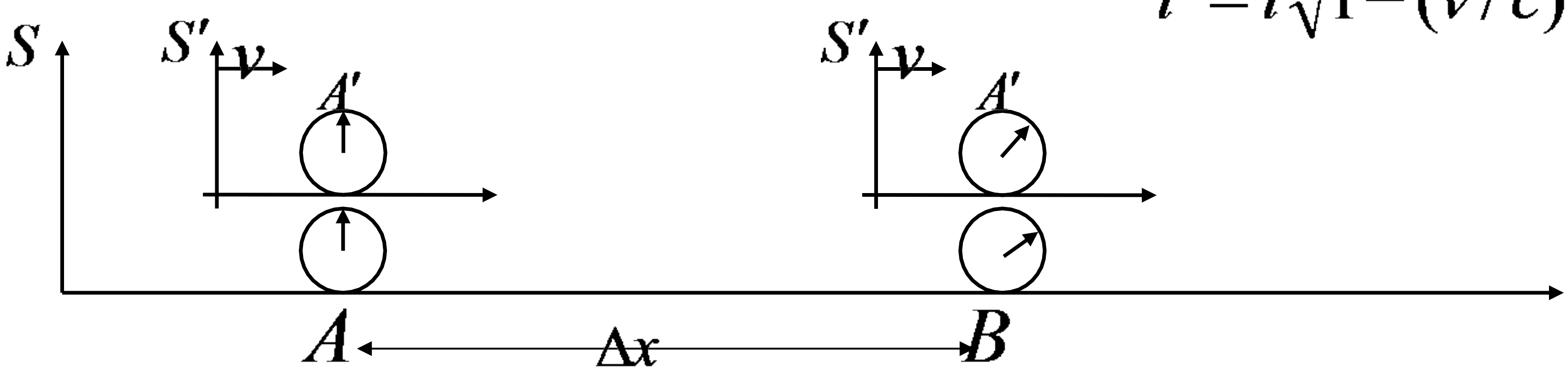
$$V' = \frac{L_0\sqrt{1-\left(\frac{V'}{c}\right)^2}}{\Delta t'} \quad \Rightarrow \quad V' = \frac{cL_0}{\sqrt{c^2\Delta t' + L_0}}$$

例 在S系中的X轴上相隔为 Δx 处有两只同步的钟A和B，读数相同，在S'系的X'轴上也有一只同样的钟A'，若S'系相对于S系的运动速度为v，沿X轴方向, 且当A'与A相遇时，刚好两钟的读数均为零．那么，当A'钟与B钟相遇时，在S系中B钟的读数是 $\underline{\quad \Delta x/v \quad}$；此时在$S'$系中$A'$钟的读数是 $\underline{\quad (\Delta x/v)\sqrt{1-(v/C)^2} \quad}$.

t' ⟵ （原时）

$t = \Delta x/v$ ⟵ （非原时）

$$t' = t\sqrt{1-(v/c)^2}$$



例　一宇航员要到离地球为５光年的星球去旅行. 如果宇航员希望把这路程缩短为３光年，则他所乘的火箭相对于地球的速度应是:

（A） v＝（1 / 2） c　　　（B） v＝（3 / 5） c .

（C） v＝（4 / 5） c .　（D） v＝（ 9 / 10） c .

（ c 表示真空中光速）

C

[　　]

$$\underset{\substack{\downarrow\\ 5}}{L}=\frac{L' \longrightarrow 3}{\sqrt{1-\left(\dfrac{u}{c}\right)^{2}}}$$

例 一列高速火车以速度u驶过车站时，固定在站台上的两只机械手在车厢上同时划出两个痕迹，静止在站台上的观察者同时测出两痕迹之间的距离为 1 m，则车厢上的观察者应测出这两个痕迹之间的距离为

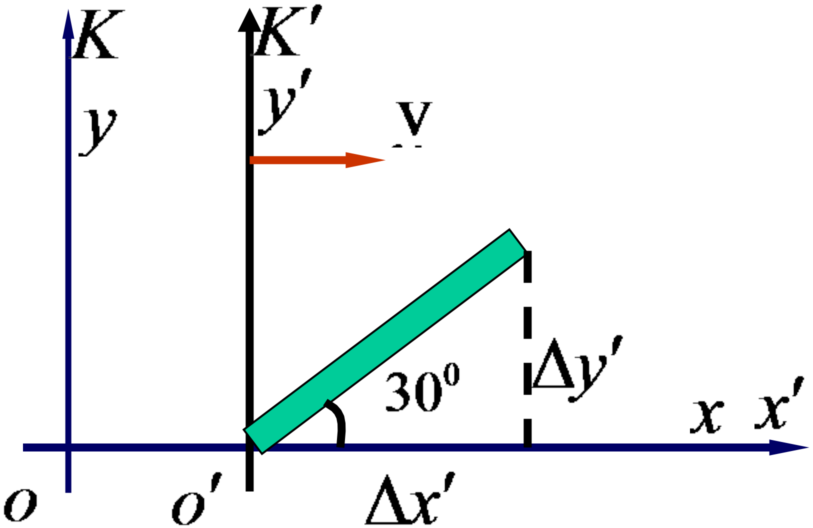
$$1/\sqrt{1-(u/c)^2}$$

___________________________________.

刻痕相对火车是静止的，车厢观察者看到车厢上刻痕间距的是原长。

$$L = L_0\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2} \Rightarrow L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

例：如图两惯性系K和K'，一刚性尺静止K'系中，与x轴成30^0角，在K系中成45^0角。



坐标系的相对速度 V

K'坐标系，尺为原长：

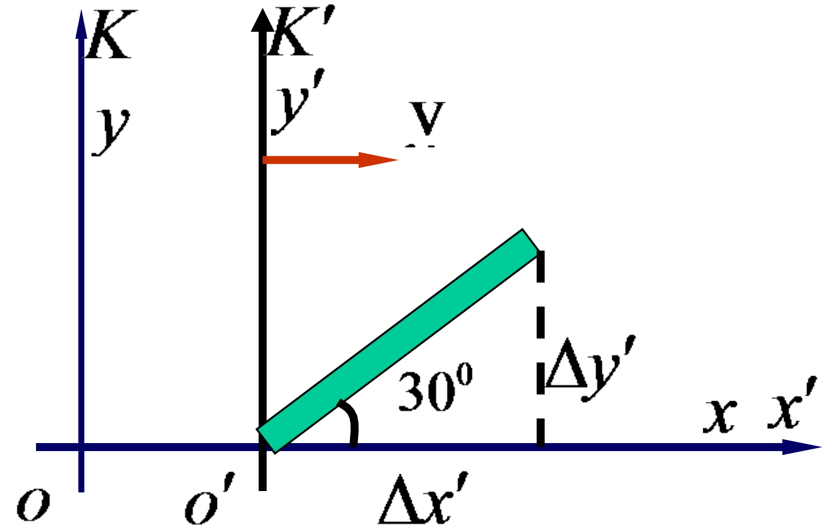
$$\tan 30^0 = \frac{\Delta y'}{\Delta x'}$$

K坐标系，尺为非原长：

$$\tan 45^0 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\begin{cases} \Delta y = \Delta y' \\ \Delta x = \Delta x' \sqrt{1 - \left(\dfrac{u}{c}\right)^2} \end{cases}$$

例：如图两惯性系K和K'，一刚性尺静止K'系中，与x'轴成30^0角，在K系中成45^0角。



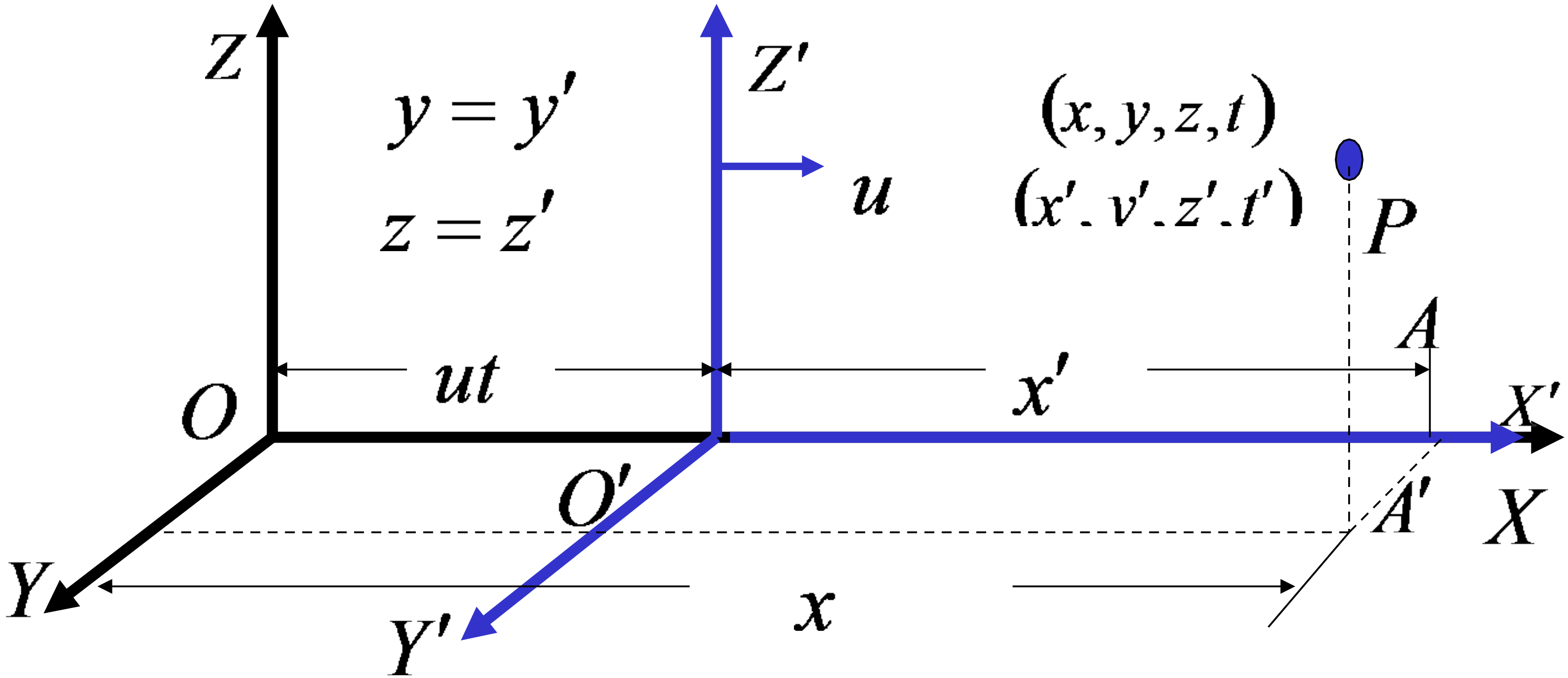
$$\begin{cases} \Delta y = \Delta y' \\ \Delta x = \Delta x' \sqrt{1-\left(\dfrac{u}{c}\right)^2} \end{cases}$$

$$\tan 30^0 = \frac{\Delta y'}{\Delta x'}$$

$$\tan 45^0 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y'}{\Delta x' \sqrt{1-(u/c)^2}} = \frac{\tan 30^0}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

解出： $\Rightarrow$ $u = \sqrt{\dfrac{2}{3}}C$

§6.4 洛仑兹变换

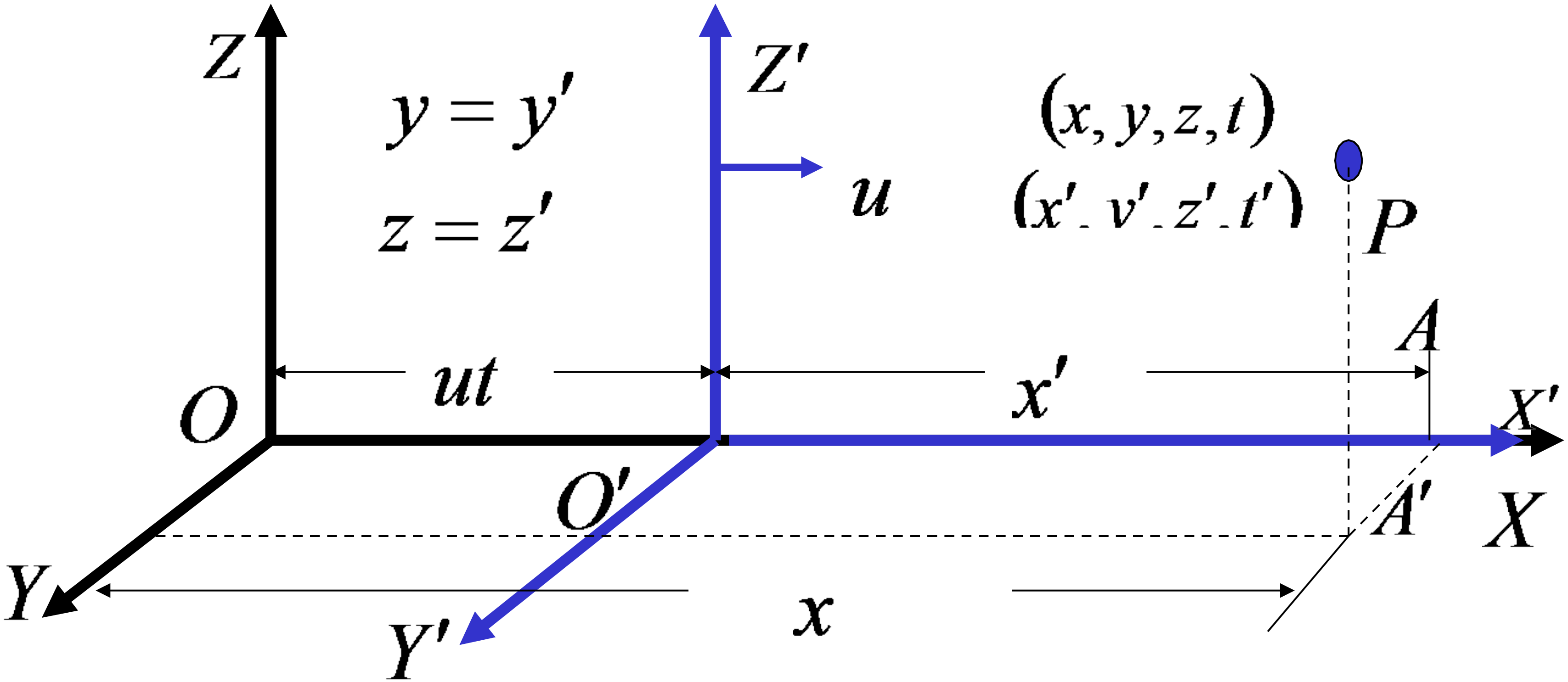


S系观察者:

$$\begin{cases} OA = x \\ O'A' = x'\sqrt{1-\left(u/c\right)^2} \end{cases}$$

S'系观察者:

$$\begin{cases} OA = x\sqrt{1-\left(u/c\right)^2} \\ O'A' = x' \end{cases}$$



S系观察者：$x = O'A' + OO' = x'\sqrt{1-\left(u/c\right)^2} + ut$

S’系观察者：$x' = OA - OO' = x\sqrt{1-\left(u/c\right)^2} - ut'$

S系观察者：$x = O'A' + OO' = x'\sqrt{1-\left(u/c\right)^2} + ut$

S’系观察者：$x' = OA - OO' = x\sqrt{1-\left(u/c\right)^2} - ut'$

$$x = x'\sqrt{1-\left(u/c\right)^2} + ut \qquad x' = x\sqrt{1-\left(u/c\right)^2} - ut'$$

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1-\left(u/c\right)^2}}$$

$$t' = \frac{t - \dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\left(u/c\right)^2}}$$

洛仑兹变换：

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \left(u/c\right)^2}}$$

$$x = \frac{x' + ut}{\sqrt{1 - \left(u/c\right)^2}}$$

$$y' = y$$

$$y = y'$$

$$z' = z$$

$$z = z'$$

$$t' = \frac{t - \left(\frac{u}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \left(u/c\right)^2}}$$

$$t = \frac{t' + \left(\frac{u}{c^2}\right)x'}{\sqrt{1 - \left(u/c\right)^2}}$$

关于同时性有人提出以下一些结论，其中哪个是正确的？
（A）在一惯性系同时发生的两个事件，在另一惯性系一定不同时发生.
（B）在一惯性系不同地点同时发生的两个事件，在另一惯性系一定同时发生.
（C）在一惯性系同一地点同时发生的两个事件，在另一惯性系一定同时发生.
（D）在一惯性系不同地点不同时发生的两个事件，在另一惯性系一定不同时发生.
〖C〗

利用洛仑兹变换可以直接得到长度收缩和时间延缓的结论。

一、原时问题：S系中的原时

$$t_1' = \frac{t_1 - \left(\frac{u}{c^2}\right)x_1}{\sqrt{1-\left(u/C\right)^2}} \qquad t_2' = \frac{t_2 - \left(\frac{u}{c^2}\right)x_2}{\sqrt{1-\left(u/C\right)^2}}$$

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{\Delta t - \left(\frac{u}{c^2}\right)\Delta x}{\sqrt{1-\left(u/C\right)^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\left(u/C\right)^2}}$$

如果S'系中的时间间隔是原时

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \left(\frac{u}{c^2}\right)\Delta x}{\sqrt{1-\left(u/c\right)^2}}$$

$\Delta t' \longleftarrow$ 原时

$$\Delta x = u\Delta t \quad \Delta t \neq 0$$

在S系中的观点看是既不同时也不同地发生两事件。

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \left(\frac{u}{c^2}\right)u\Delta t}{\sqrt{1-\left(u/c\right)^2}}$$

$$\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(u/c\right)^2}} = \Delta t$$

$\Delta t' \longleftarrow$ 原时

也可以直接用洛仑兹反变换:

$$t=\frac{t'+\left(\frac{u}{c^2}\right)x'}{\sqrt{1-\left(u/c\right)^2}} \qquad \Delta t=\frac{\Delta t'+\left(\frac{u}{c^2}\right)\Delta x'}{\sqrt{1-\left(u/c\right)^2}}$$

$$\Delta x'=0$$

$$\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(u/c\right)^2}}$$

$\longleftarrow$ 原时

讨论：

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \left(\frac{u}{c^2}\right)\Delta x}{\sqrt{1-\left(u/c\right)^2}}$$

在S系中：　$\Delta x \neq 0$　　$\Delta x > \frac{c^2}{u}\Delta t$

$\Delta t'$　Δt　反号，表示在两个坐标系中观察两个事件发生的次序颠倒，事件的因果关系如何？