【讲练课堂】2022-2023 学年八年级数学上册尖子生同步培优题典【苏科版】

专题 6.3 一次函数的应用：最大利润问题大题专项提升训练（重难点培优）

一、解答题（共 24 题）

1．（2022·江苏南通·八年级期中）某工厂计划生产甲、乙两种产品共 2500 吨，每生产 1 吨甲产品可获得利润 0.3 万元，每生产 1 吨乙产品可获得利润 0.4 万元．设该工厂生产了甲产品x（吨），生产甲、乙两种产品获得的总利润为y（万元）．

(1)求y与x之间的函数表达式（不需要写出自变量取值范围）；

(2)根据市场调研发现，甲产品需求量吨数范围是$1000 \le x \le 1200$．求出该工厂生产甲、乙两种产品各为多少吨时，能获得最大利润．

【答案】(1)$y=-0.1x+1000$；

(2)该工厂生产甲产品 1000 吨、乙产品 1500 吨时，能获得最大利润．

【分析】（1）根据题意和题目中的数据，可以写出 y 与 x 之间的函数表达式；

（2）根据（1）中的函数解析式和一次函数的性质，结合甲产品需求量吨数范围求解即可．

（1）

设该工厂生产了甲产品 x 吨，则生产了乙产品（$2500-x$）吨，

$y=0.3x+0.4$（$2500-x$）$=-0.1x+1000$，

即 y 与 x 之间的函数表达式是 $y=-0.1x+1000$；

（2）

∵$y=-0.1x+1000$，

∴y 随 x 的增大而减小，

∴当 $x=1000$ 时，y 取得最大值，此时 $2500-x=1500$，

答：该工厂生产甲产品 1000 吨、乙产品 1500 吨时，能获得最大利润．

【点睛】本题考查一次函数的应用和性质，解答本题的关键是明确题意，写出相应的函数解析式，利用一次函数的性质求解．

2．（2022·江苏·八年级单元测试）某校开展爱心义卖活动，同学们决定将销售获得的利润捐献给福利院．初二某班的同学们准备制作 A、B 两款挂件来进行销售．已知制作 3 个 A 款挂件、5 个 B 款挂件所需成本为 46 元，制作 5 个 A 款挂件、10 个 B 款挂件所需成本为 85 元．已知 A、B 两款挂件的售价如下表：

手工制品	A 款挂件	B 款挂件

售价（元/个）	12	8

(1)求制作一个 A 款挂件、一个 B 款挂件所需的成本分别为多少元？

(2)若该班级共有 40 名学生．计划每位同学制作 2 个 A 款挂件或 3 个 B 款挂件，制作的总成本不超过 590 元，且制作 B 款挂件的数量不少于 A 款挂件的 2 倍．设安排 m 人制作 A 款挂件，请说明如何安排，使得总利润最大，最大利润是多少？

【答案】(1)制作一个 A 款挂件、一个 B 款挂件所需的成本分别 7 元、5 元

(2)当安排 17 人制作 A 款挂件，23 人制作 B 款挂件时，总利润最大，最大利润为 377 元

【分析】（1）根据制作 3 个 A 款挂件、5 个 B 款挂件所需成本为 46 元，制作 5 个 A 款挂件、10 个 B 款挂件所需成本为 85 元，可以列出相应的二元一次方程组，然后求解即可；

（2）根据表格的数据和（1）中的结果，可以写出总利润于人数之间的函数表达式，再根据制作的总成本不超过 590 元，且制作 B 款挂件的数量不少于 A 款挂件的 2 倍，可以列出相应的不等式组，从而求解即可．

【详解】（1）由题意可设制作一个 A 款挂件、一个 B 款挂件所需的成本分别为 x、y 元，

则 $\begin{cases}3x+5y=46①\\5x+10y=85②\end{cases}$，

解得将① × 2得 $6x+10y=92$，

再将① − ②得 $x=7$，再将 $x=7$ 回代②得 $y=5$，

解得 $\begin{cases}x=7\\y=5\end{cases}$，

答：制作一个 A 款挂件、一个 B 款挂件所需的成本分别 7 元、5 元；

（2）由题意得设$(40-m)$人制作 B 款挂件，总利润为 w 元，

则 $w=(12-7)\times 2m+(8-5)\times 3(40-m)=m+360$，

∴w 随 m 的增大而增大，

∵制作的总成本不超过 590 元，且制作 B 款挂件的数量不少于 A 款挂件的 2 倍，

∴$\begin{cases}7\times 2m+5\times 3(40-m)\le 590\\3(40-m)\ge 2\times 2m\end{cases}$，

解得 $10\le m\le 17\frac{1}{7}$

∵m 为正整数，

∴当 $m=17$ 时，w 取得最大值，

此时 $w=377$，$(40-m)=23$，

答：当安排 17 人制作 A 款挂件，23 人制作 B 款挂件时，总利润最大，最大利润为 377 元.

【点睛】本题考查了一次函数的应用、二元一次方程组的应用和一元一次不等式组的应用，解决此题的关键是明确题意，找出等量关系，列出相应的方程式.

3.（2022·江苏盐城·八年级期末）某商店销售一台 A 型电脑销售利润为 100 元，销售一台 B 型电脑的销售利润为 150 元．该商店计划一次购进两种型号的电脑共 100 台，其中 B 型电脑的进货量不超过 A 型电脑的 3 倍，设购进 A 型电脑 x 台，这 100 台电脑的销售总利润为 y 元.

(1)求 y 关于 x 的函数解析式；

(2)该商店购进 A 型、B 型电脑各多少台，才能使销售总利润最大？最大利润为多少？

【答案】(1)$y=-50x+15000$

(2)该商店购进 A 型 25 台，B 型 75 台时，利润最大，最大利润为 13750 元

【分析】（1）根据题意列出关系式 $y=100x+150(100-x)$，整理即可；

（2）利用“B 型电脑的进货量不超过 A 型电脑的 3 倍”列不等式求出 x 的范围，再根据一次函数的性质解答即可.

（1）解：据题意得，$y=100x+150(100-x)$，即 $y=-50x+15000$，$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为：$y=-50x+15000$.

（2）解：根据题意得，$100-x\leq 3x$，解得 $x\geq 25$，由（1）可知 $y=-50x+15000$，$\because k=-50<0$，$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，$\therefore$当 $x=25$ 时，y 有最大值，$y_{\max}=-50\times 25+15000=13750$，$100-25=75$（台），$\therefore$该商店购进 A 型电脑 25 台，B 型电脑 75 台时，才能使销售总利润最大，最大利润为 13750 元.

【点睛】本题主要考查了一次函数及一元一次不等式的应用，解题的关键是确定一次函数的增减性.

4.（2022·江苏·八年级专题练习）现在的生活已离不开网上购物，某毛线帽的销售网店准备扩大经营规模，经计算销售 10 顶 A 类毛线帽和 20 顶B类毛线帽的利润为 400 元，销售 20 顶A类毛线帽和 10 顶B类毛线帽的利润为 350 元.

(1)求每一顶 A 类毛线帽和B类毛线帽的销售利润分别是多少元？

(2)若该网店一次购进两类毛线帽共 200 顶，其中用于销售B类毛线帽的进货量不超过 A 类毛线帽的进货量的 2 倍，请你帮该网店设计一种进货方案，使销售总利润最大，并求出总利润的最大值.

【答案】(1)一顶 A 类毛线帽的销售利润为 10 元，一顶B类毛线帽的销售利润为 15 元

(2)进 A 类毛线帽 67 顶，B类毛线帽 133 顶时利润最大，最大利润为 2665 元

【分析】（1）根据销售 10 顶 A 类毛线帽和 20 顶 B 类毛线帽的利润为 400 元，销售 20 顶 A 类毛线帽和 10 顶 B 类毛线帽的利润为 350 元，可以列出相应的二元一次方程组，然后求解即可；

（2）根据题意可以写出利润和购买 A 类毛线帽数量的函数关系式，再根据用于销售 B 类毛线帽的进货量不超过 A 类毛线帽的进货量的 2 倍，可以得到 A 类毛线帽数量的取值范围，再根据一次函数的性质，即可得到利润的最大值．

（1）设一顶A类毛线帽的销售利润为x元，一顶B类毛线帽的销售利润为y元，根据题意，得$\begin{cases}10x+20y=400\\20x+10y=350\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=10\\y=15\end{cases}$，答：一顶 A 类毛线帽的销售利润为 10 元，一顶B类毛线帽的销售利润为 15 元．

（2）设 A 类毛线帽进a顶，销售总利润为W元，可得$W=10a+15(200-a)=-5a+3000$．$\because 200-a\leq 2a$，$\therefore a\geq \frac{200}{3}$．$\because W$随$a$的增大而减小，$\therefore a$取最小值时$W$最大．$\because a$为整数，$\therefore a$取最小值 67 时，$W_{最大值}=2665$元．$\therefore$进 A 类毛线帽 67 顶，B类毛线帽 133 顶时利润最大，最大利润为 2665 元．

【点睛】本题考查二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用、一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，找出等量关系，写出相应的方程组和一次函数解析式，利用一次函数的性质求最值．

5．（2022·江苏扬州·八年级期末）某车间共有 20 名工人，每人每天可加工甲种零件 6 个或乙种零件 4 个，现安排 x 名工人加工甲种零件，其余的人加工乙种零件．已知加工一个甲种零件可获利 15 元，加工一个乙种零件可获利 25 元．

(1)求该车间每天所获总利润 y（元）与 x（名）之间的函数表达式；

(2)如何分工可使车间每天获利 1500 元？

(3)该车间能否实现每天获利 2200 元？

【答案】(1)$y=-10x+2000$

(2)安排 5、15 名工人分别加工甲、乙两种零件可使车间每天获利 1500 元

(3)该车间每天最多获利 2000 元，不可能实现日获利 2200 元

【分析】(1)根据题意可以列出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2)根据(1) 的结论，令 $y=1500$，列方程求出 x 解答即可，

(3)根据(1) 的结论，结合一次函数的性质解答即可．

(1)解： $y=90x+100(20-x)$，

即 $y=-10x+2000$

(2)令 $1500=-10x+2000$

得 $x=5$，

则 $20-x=20-5=15$

故安排 5、15 名工人分别加工甲、乙两种零件可使车间每天获利 1500 元．

(3)由 $y=-10x+2000$，得 y 随 x 增大而减小，

且 x 是 0 到 20 的自然数，所以当 $x=0$ 时，$y_{最大}=2000$，

即该车间每天最多获利 2000 元，不可能实现日获利 2200 元．

【点睛】本题考查一次函数的应用、一元一次方程的应用，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，列出相应的函数关系式或方程．

6．（2022·江苏·八年级开学考试）今年 3 月，德宏瑞丽受疫情影响，采取了“封城措施”封城期间，某公司安排大、小货车共 20 辆，分别从 A、B 两地运送 320 吨物资到德宏瑞丽，支援瑞丽抗击疫情，每辆大货车装 25 吨物资，每辆小货车装 10 吨物资，这 20 辆货车恰好装完这批物资，已知这两种货车的运费如表：

目的地 车型	A 地（元/辆）	B 地（元/辆）
大货车	900	1000
小货车	500	700

要安排上述装好物资的 20 辆货车中的 12 辆从 A 地出发，其余从 B 地出发．

(1)这 20 辆货车中，大货车、小货车各有多少辆？（设未知数避开 x，y）

(2)设从 A 地出发的大货车有 x 辆（大货车不少于 5 辆）这 20 辆货车的总运费为 y 元，求总运费 y 的最小值．

【答案】(1)大货车有 8 辆，小货车有 12 辆

(2)总运费最小值为 14500 元

【分析】（1）设大货车有a辆、小货车有b辆，根据“大、小货车共 20 辆，分别从 A、B 两地运送 320 吨物资”，列出方程组，解方程组即可求出答案；

（2）先确定调往各地的车辆数，根据题意列出函数关系式即可，再根据车辆数不能为负数，且大货车不少于 5 辆，求得 x 的取值范围，最后再利用函数的性质，求得最小运费．

（1）解：设大货车有a辆、小货车有b辆，根据题意列方程组得：

$$\begin{cases}25a+10b=320\\ a+b=20\end{cases}$$

解得：$\begin{cases}a=8\\ b=12\end{cases}$

答：大货车有 8 辆，小货车有 12 辆．

（2）设从 A 地出发的大货车有 x 辆，

则从 A 地出发的小货车有$(12-x)$辆，

从 B 地出发的大货车有$(8-x)$辆，

从 B 地出发的小货车有$[12-(12-x)]=x$辆，

由题意得，

$y=900x+500(12-x)+1000(8-x)+700x$

化简得，$y=100x+14000$，

∵一次函数 $y=100x+14000$ 中，$k=100>0$，

∴y 随 x 的增大而增大，

∵设从 A 地出发的大货车有 x 辆，（大货车不少于 5 辆，大货车一共 8 辆）

∴$5\le x\le 8$；

∴当 $x=5$ 时，y 有最小值，此时最小运费 $y=100\times5+14000=14500$ 元，

答：总运费最小值为 14500 元．

【点睛】本题考查的是二元一次方程组的应用，一次函数的应用，一元一次不等式组的应用，同时还考查了一次函数的性质，掌握相关知识点，找出等量关系列方程组，求出一次函数的关系式，是解题的关键．

7．（2022·江苏·海安市南莫中学八年级期中）小李在某网店选中 A、B 两款玩偶，确定从该网店进货并销售．两款玩偶的进货价和销售价如表：

类别价格	A 款玩偶	B 款玩偶
进货价（元/个）	40	30
销售价（元/个）	56	45

(1)第一次小李用 1100 元购进了 A、B 两款玩偶共 30 个，求两款玩偶各购进多少个？

(2)第二次小李进货时，网店规定 A 款玩偶进货数量不得超过 B 款玩偶进货数量的一半，小李计划购进两款玩偶 60 个．设小李购进 A 款玩偶 m 个，售完两款玩偶共获得利润 W 元，问应如何设计进货方案才能获得最大利润？并求 W 的最大值．

【答案】(1)A 款玩偶购进 20 个，B 款玩偶购进 10 个；

(2)按照 A 款玩偶购进 20 个，B 款玩偶购进 40 个的方案进货才能获得最大利润，最大利润是 920 元．

【分析】（1）根据第一次购进 30 个，设 A 款玩偶购进 x 个，则 B 款玩偶购进（$30-x$）个，再由用 1100 元购进了 A，B 两款玩偶建立方程求出其解即可；

（2）根据第二次购进两款玩偶 60 个，设 A 款玩偶购进 m 个，则 B 款玩偶购进（$60-m$）个，获利 W 元，根

据题意可以得到利润与 A 款玩偶数量的函数关系，然后根据 A 款玩偶进货数量不得超过 B 款玩偶进货数量的一半，可以求得 A 款玩偶数量的取值范围，再根据一次函数的性质，即可求得如何设计进货方案才能获得最大利润.

（1）解：设 A 款玩偶购进 x 个，B 款玩偶购进（30-x）个，

由题意可得，$40x+30(30-x)=1100$

解得，$x=20$

B 款玩偶购进：30-20=10（个）

答：A 款玩偶购进 20 个，B 款玩偶购进 10 个.

（2）解：设 A 款玩偶购进 m 个，B 款玩偶购进（60-m）个，获利 W 元，

由题意可得，$W=(56-40)m+(45-30)(60-m)=m+900$

∵A 款玩偶进货数量不得超过 B 款玩偶进货数量的一半

∴$m\le\frac{1}{2}(60-m)$

∴$m\le 20$

∵$W=m+900$

∴$k=1>0$

∴W 随 m 的增大而增大

∴$m=20$时，$W_{最大}=920$

∴B 款玩偶有 60-20=40（个）

答：按照 A 款玩偶购进 20 个，B 款玩偶购进 40 个的方案进货才能获得最大利润，最大利润是 920 元.

【点睛】本题考查了列一元一次方程解实际问题的运用以及一次函数的运用，解答时由销售问题的数量关系求出一次函数的解析式是关键.

8．（2022·江苏无锡·八年级期末）某超市在冬至这天，购进了大量羊腿和羊排．顾客甲买了 4 斤羊腿，3 斤羊排，一共花了 272 元；顾客乙买了 2 斤羊腿，1 斤羊排，一共花了 116 元.

(1)羊腿和羊排的售价分别是每斤多少元？

(2)第二天进货时，超市老板根据前一天的销售情况，决定购进羊腿和羊排共 180 斤，且羊腿的重量不少于 120 斤，若在售价不变的情况下，每斤羊腿可盈利 6 元，而羊排的利润率为 25%，问超市老板应该如何进货才能使得这批羊肉卖完时获利最大？最大利润是多少？

【答案】(1)羊腿和羊排的售价分别是 38 元，40 元

(2)超市老板应该购进 120 斤羊腿，60 斤羊排，才能使得这批羊肉卖完时获利最大为 1200 元.

【分析】（1）根据题意可以列出二元一次方程组，解方程组即可求出羊腿和羊排的售价；

（2）根据羊排的售价，羊排的利润率为25%，可得每斤羊排的利润；设购进羊腿x斤，这批羊肉卖完时总获利为w元，根据题意得出w与x的函数关系式，再根据一次函数的性质解答即可．

(1)设羊腿的售价每斤为a元，羊排的售价每斤为b元，

根据题意，得$\begin{cases}4a+3b=272\\2a+b=116\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=38\\b=40\end{cases}$，

答：羊腿和羊排的售价分别是38元，40元；

(2)每斤羊排的进价为：$40\div(1+25\%)=32$（元），每斤羊排的利润为：$32\times25\%=8$（元），

设购进羊腿x斤，这批羊肉卖完时总获利为w元，

∵羊腿的重量不少于120斤，

∴$x\geq120$，

$w=6x+8(180-x)=-2x+1440$，

∵$-2<0$，∴w随x的增大而减小，

∴当$x=120$时，w取得最大值，且$w_{最大}=-2\times120+1440=1200$，

此时$180-120=60$（斤）．

答：超市老板应该购进120斤羊腿，60斤羊排，才能使得这批羊肉卖完时获利最大为1200元．

【点睛】本题考查一次函数的应用、二元一次方程组的应用，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质解答．

9．（2022·江苏无锡·八年级期末）某厂计划生产A，B两种产品若干件，已知两种产品的成本价和销售价如下表：

价格＼类别	A种产品	B种产品
成本价(元/件)	400	300
销售价(元/件)	560	450

(1)第一次工厂用220000元资金生产了A，B两种产品共600件，求两种产品各生产多少件？

(2)第二次工厂生产时，工厂规定A种产品生产数量不得超过B种产品生产数量的一半．工厂计划生产两种产品共3000件，应如何设计生产方案才能获得最大利润，最大利润是多少？

【答案】(1)A种产品生产400件，B种产品生产200件

(2)A 种产品生产 1000 件时，利润最大为 460000 元

【分析】（1）设 A 种产品生产 x 件，则 B 种产品生产（600-x）件，根据 600 件产品用 220000 元资金，即可列方程求解；

（2）设 A 种产品生产 x 件，总利润为 w 元，得出利润 w 与 A 产品数量 x 的函数关系式，根据增减性可得，A 产品生产越多，获利越大，因而 x 取最大值时，获利最大，据此即可求解．

（1）解：设 A 种产品生产 x 件，则 B 种产品生产（600-x）件，

由题意得：$400x+(600-x)\times 300=220000$，

解得：$x=400$，

$600-x=200$，

答：A 种产品生产 400 件，B 种产品生产 200 件．

（2）解：设 A 种产品生产 x 件，总利润为 w 元，由题意得：

$$w=(560-400)x+(450-300)(3000-x)=10x+450000$$

由$x\leq\frac{3000-x}{2}$，

得：$x\leq 1000$，

因为 10>0，w 随 x 的增大而增大 ，所以当 $x=1000$ 时，w 最大$=460000$ 元．

【点睛】本题考查一元一次方程、一元一次不等式以及一次函数的实际应用．解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质和不等式的性质解答．

10．（2022·江苏省锡山高级中学实验学校八年级期末）抗击疫情，我们在行动．某药店销售 A 型和 B 型两种型号的口罩，销售一箱 A 型口罩可获利 120 元，销售一箱 B 型口罩可获利 140 元．该药店计划一次购进两种型号的口罩共 100 箱，其中 B 型口罩的进货量不超过 A 型口罩的 3 倍．设购进 A 型口罩 x 箱，这 100 箱口罩的销售总利润为 y 元．

(1)求 y 与 x 的函数关系式；

(2)该商店购进 A 型、B 型口罩各多少箱，才能使销售利润最大？最大利润是多少？

(3)若限定该药店最多购进 A 型口罩 70 箱，则这 100 箱口罩的销售总利润能否为 12500 元？请说明理由．

【答案】(1)$y=-20x+14000$

(2)A 型口罩 25 箱，B 型口罩 75 箱时，利润最大为 13500 元

(3)不能，利润最少为 12600 元

【分析】（1）根据题意即可得出 y 关于 x 的函数关系式；

（2）根据题意列不等式得出 x 的取值范围，再根据一次函数的性质解答即可；

（3）由题意得出 x 的取值范围为 $25\le x\le 70$，根据一次函数的性质可得 $x=70$ 时，总利润 y 最小，求出 y 的最小值，即可得出答案.

（1）解：（1）根据题意得，

$y=120x+140（100-x）=-20x+14000$，

答：y 与 x 的函数关系式为：$y=-20x+14000$；

（2）根据题意得，$100-x\le 3x$，解得 $x\ge 25$，

$\because y=-20x+14000$，$k=-20<0$；

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

$\because x$ 为正整数，

$\therefore$当 $x=25$ 时，y 取最大值为 $-20\times 25+14000=13500$，则 $100-x=75$，

即商店购进 A 型口罩 25 箱、B 型口罩 75 箱，才能使销售总利润最大，最大利润为 13500 元；

（3）根据题意得 $25\le x\le 70$，

$\because y=-20x+14000$，$k=-20<0$；

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

$\because x$ 为正整数，

$\therefore$当 $x=70$ 时，y 取最小值为 $-20\times 70+14000=12600$，

$\because 12600>12500$，

$\therefore$这 100 箱口罩的销售总利润不能为 12600 元.

【点睛】本题主要考查了一次函数的应用，一元一次不等式的应用，解题的关键是根据一次函数 x 值的增大而确定 y 值的增减情况.

11．（2021·江苏·宜兴市和桥镇第二中学八年级阶段练习）某装修市场出售 A 和 B 两种款式的瓷砖，两种瓷砖的进价和售价如下表：

	A 款	B 款
进货价（元/块）	80	60
销售价（元/块）	130	90

市场计划恰好用 49000 元进货两种瓷砖，且 B 款瓷砖的数量不少于 A 款，如何进货可以使利润最大？最大利润为多少元？

【答案】当 A 款进货 350 块，B 款进 350 块时利润最大，最大利润为 28000 元.

【分析】设 A 款瓷砖进货 x 块，B 款瓷砖进货 y 块，根据所用资金 49000 元，购进两款瓷砖$80x+60y=49000$，根据 B 款瓷砖的数量不少于 A 款，得出$y\geq x$，列不等式$7x\leq 2450$，可求 A 款购进范围为$x\leq 350$，设瓷砖利润用 w 表示，根据两款利润列函数关系式为$w=10x+24500$，根据函数性质 $k=10>0$，w 随 x 的增大而增大，当 $x=350$ 块时$w_{最大}=10\times 350+24500=28000$元即可．

【详解】解：设 A 款瓷砖进货 x 块，B 款瓷砖进货 y 块，

根据题意得$80x+60y=49000$，

整理得$4x+3y=2450$，

∵B 款瓷砖的数量不少于 A 款，

∴$y\geq x$，

∴$7x\leq 2450$，

解得$x\leq 350$，

设瓷砖利润用 w 表示，

$w=50x+30y=50x+10(2450-4x)=10x+24500$，

∵$k=10>0$，w 随 x 的增大而增大，

当 $x=350$ 块时$w_{最大}=10\times 350+24500=28000$元，

此时 $x=350$ 块，$y=\frac{2450-4x}{3}=\frac{1050}{3}=350$块，

∴当 A 款进货 350 块，B 款进 350 块时利润最大，最大利润为 28000 元．

【点睛】本题考查二元一次方程应用，不等式应用，一次函数的应用，掌握二元一次方程，不等式，一次函数的性质是解题关键．

12．（2021·江苏·无锡市太湖格致中学八年级阶段练习）某商场根据市场需求，计划购进甲、乙两种型号的洗衣机，其部分信息如下：购进甲、乙两种型号的洗衣机共 80 台，准备购买洗衣机的资金不少于 44 万元，但不超过 45 万元，且准备的资金全部用于购买洗衣机，现已知甲、乙两种洗衣机的成本和售价如表：

型号	成本（元/台）	售价（元/台）
甲	5000	5500
乙	6000	6600

根据以上信息，解答下列问题：

（1）该商场有几种购机方案？哪种方案获得最大利润？

（2）据市场调查，每台甲型号洗衣机的售价将会提高 m 元（$m>0$），每台乙型洗衣机售价不会改变，该公

司应如何购机才可以获得最大利润？

【答案】（1）11 种方案，购买甲型号 30 台，乙型号 50 台时，利润最大；（2）m<100 时，购买甲型号 30 台，乙型号 50 台时，利润最大，m>100 时，购买甲型号 40 台，乙型号 40 台时，利润最大， m=100 时，第（1）题中的 11 种方案均可，利润为定值 48000 元

【分析】（1）设购买甲型号洗衣机x台，则购买乙型号洗衣机$(80-x)$台，根据题意列出一元一次不等式组求解即可得出x的范围，从而确定方案数量，然后设总利润为P，根据题意，求出P关于x的一次函数解析式，根据一次函数的性质以及自变量x的取值范围判断最大利润即可；

（2）设提升价格后的总利润为W，根据题意，求出W关于x的一次函数解析式，然后根据 m 的不同情况，并结合一次函数的性质进行分类与讨论求解即可

【详解】解：（1）设购买甲型号洗衣机x台，则购买乙型号洗衣机$(80-x)$台，

由题意：$440000 \le 5000x + 6000(80-x) \le 450000$，

解得：$30 \le x \le 40$，

∵x为正整数，

∴x可取的数为：30，31，32，33，34，35，36，37，38，39，40，

∴共有 11 种购机方案，分别为：

甲型号：30，31，32，33，34，35，36，37，38，39，40，

对应乙型号：50，49，48，47，46，45，44，43，42，41，40，

设总的利润为P，则$P = x(5500-5000)+(80-x)(6600-6000)$，

整理得：$P=-100x+48000$，

∵$-100<0$，

∴P随x的增大而减小，

∴当$x=30$时，P最大，

此时，乙型号数量为：80-30=50（台），

∴购买甲型号 30 台，乙型号 50 台时，利润最大；

（2）设提升价格后的总利润为W，则$W = x(5500+m-5000)+(80-x)(6600-6000)$，

整理得：$W=(m-100)x+48000$，

①当$0<m<100$时，$m-100<0$，

∴W随x的增大而减小，

∵$30 \le x \le 40$，

∴当$x=30$时，W最大，

此时，乙型号数量为：80-30=50（台），

∴购买甲型号 30 台，乙型号 50 台时，利润最大；

②当$m>100$时，$m-100>0$，

∴W随x的增大而增大，

∵$30\le x\le 40$，

∴当$x=40$时，W最大，

此时，乙型号数量为：80-40=40（台），

∴购买甲型号 40 台，乙型号 40 台时，利润最大；

③当$m=100$时，$W=48000$，

即：选择（1）中的 11 种方案获得的利润均相等，均为 48000 元；

综上分析，$0<m<100$时，购买甲型号 30 台，乙型号 50 台时，利润最大，$m>100$时，购买甲型号 40 台，乙型号 40 台时，利润最大，$m=100$时，第（1）题中的 11 种方案均可，利润为定值 48000 元.

【点睛】本题考查一元一次不等式组和一次函数的实际应用，能够根据题意利用不等式组的方法求出自变量的取值范围，并准确建立一次函数解析式，结合一次函数的性质分类讨论是解题关键.

13．（2020·江苏·苏州草桥中学八年级阶段练习）某天，一蔬菜经营户从蔬菜批发市场批发了黄瓜和茄子共 60 千克，到菜市场去卖，黄瓜和茄子当天的批发价和零售价如表表示：

品名	黄瓜	茄子
批发价/（元/千克）	2.4	2.2
零售价/（元/千克）	3.6	3

（1）若他当天批发两种蔬菜共花去 140 元，则卖完这些黄瓜和茄子可赚多少元？

（2）设全部售出 60 千克蔬菜的总利润为 y（元），黄瓜的批发量 a（千克），请写出 y 与 a 的函数关系式，并求最大利润为多少？

【答案】（1）卖完这些黄瓜和茄子可赚 64 元；（2）$y=0.4a+48$，最大利润为 72 元.

【分析】（1）根据题意和表格可以求得购买的黄瓜和茄子的质量，从而可以解答本题；

（2）根据题意可以求得 y 与 a 的关系式，进而可以求得 y 的最大值.

【详解】解：（1）设一蔬菜经营户从蔬菜批发市场批发了黄瓜 x 千克，

$$2.4x+2.2(60-x)=140$$