北京市清华大学附属中学2024-2025学年高三上学期数学统练9

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、单选题

1．已知集合$U=\{-1,0,1,2,3\}$，$A=\{-1,0,1\}$，$B=\{0,1,2\}$，则$\complement_U(A\cap B)=$（　）

A．$\{2,3\}$　　B．$\{-1,2,3\}$　　C．$\{-1,3\}$　　D．$\{3\}$

2．已知复数$z=\dfrac{3-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}-|4-3\mathrm{i}|$，则复数$z$在复平面内对应的点位于（　）

A．第一象限　　B．第二象限

C．第三象限　　D．第四象限

3．已知$a>b>0$且$ab=10$，则下列结论中不正确的是（　）

A．$\lg a+\lg b>0$　　B．$\lg a-\lg b>0$

C．$\lg a\cdot\lg b<\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{\lg a}{\lg b}>1$

4．在$(x-2)^5$的展开式中，x^4的系数为

A．5　　B．-5　　C．10　　D．-10

5．设等比数列$\{an\}$的前n项和为Sn，若$8a_2+a_5=0$，则下列式子中数值不能确定的是（　　）

A．$\dfrac{a_5}{a_3}$　　B．$\dfrac{S_5}{S_3}$

C．$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$　　D．$\dfrac{S_{n+1}}{S_n}$

6．已知α，β是两个不同的平面，“$\alpha//\beta$”的一个充分条件是

A．α内有无数直线平行于β

B．存在平面γ，$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$

C．存在平面γ，$\alpha\cap\gamma=m$，$\beta\cap\gamma=n$且$m//n$

D．存在直线l，$l\perp\alpha$，$l\perp\beta$

7．已知定点$M(1,3)$和抛物线$C:x^2=8y$，F是抛物线C的焦点，N是抛物线C上的点，则$|NF|+|NM|$的最小值为（　）

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

8．直线 $ax+y-1=0$ 与圆 $C:x^2+y^2+2y-3=0$ 相交于 A，B 两点，当 $\triangle ABC$

面积最大时，$a=$（　）

A．0　　B．±1　　C．±2　　D．±3

9．已知$a>0,a\neq1$，函数$f(x)=\begin{cases}ax^2-x,x\leq1\\a^{x-1}-1,x>1\end{cases}$有最小值，则$a$的取值范围是（　）

A．$(1,+\infty)$　　B．$(0,1)$

C．$\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,+\infty)$　　D．$\left(\frac{1}{2},1\right)$

10．设无穷等差数列$\{a_n\}$的公差为d，集合$T=\{t|\ t=\sin a_n,n\in\mathrm{N}^*\}$.则（　）

A．T不可能有无数个元素

B．当且仅当$d=0$时，T只有1个元素

C．当T只有2个元素时，这2个元素的乘积有可能为$\frac{1}{2}$

D．当$d=\frac{2\pi}{k},k\geq2,k\in\mathrm{N}^*$时，$T$最多有$k$个元素，且这$k$个元素的和为0

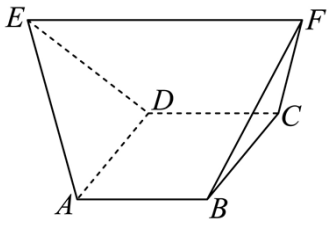
二、填空题

11．在$\triangle ABC$中，若$a^2-b^2=bc,\sin C=2\sin B$，则角A等于____.

12．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1,\vec{b}=(-2,1)$，且$|\vec{a}-\vec{b}|=2$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$____.

13．已知双曲线$x^2-\frac{y^2}{2}=1$的左右焦点分别为F_1，F_2，点$M(-3,4)$，则双曲线的渐近线方程为_____；$|MF_1|-|MF_2|=$_____.

14．木楔在传统木工中运用广泛. 如图，某木楔可视为一个五面体，其中四边形$ABCD$是边长为2的正方形，且$\triangle ADE,\triangle BCF$均为等边三角形，$EF//CD$，$EF=4$，则该木楔的体积为____.



15．已知函数$f(x)=\sqrt{x^3-x}$，给出下列四个结论：

①函数$f(x)$是奇函数；

②$\forall k\in\mathrm{R}$，且$k\neq0$，关于x的方程$f(x)-kx=0$恰有两个不相等的实数根；

③已知P是曲线$y=f(x)$上任意一点，$A\left(-\frac{1}{2},0\right)$，则$|AP|\geq\frac{1}{2}$；

④设$M(x_1,y_1)$为曲线$y=f(x)$上一点，$N(x_2,y_2)$为曲线$y=-f(x)$上一点.若$|x_1+x_2|=1$，则$|MN|\geq 1$.

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题

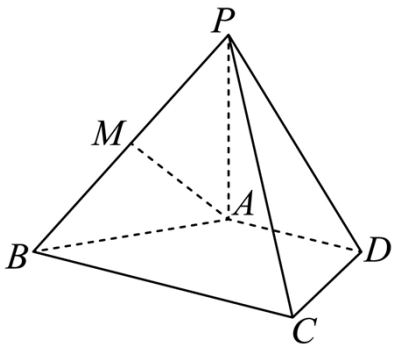
16.（

已知函数$f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x-1(x\in R)$.

（I）求函数$f(x)$的最小正周期及在区间$[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大值和最小值；

（II）若$f(x_0)=\frac{6}{5},x_0\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$,求$\cos 2x_0$的值.

17．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AD//BC$，M 为 BP的中点，$AM//$ 平面CDP .



(1)求证: $BC=2AD$ ；

(2)若 $PA\perp AB$，$AB=AP=AD=CD=1$，再从条件①、 条件②这两个条件中选择一个作为已知，

（i）求证: $PA\perp$ 平面$ABCD$ ；

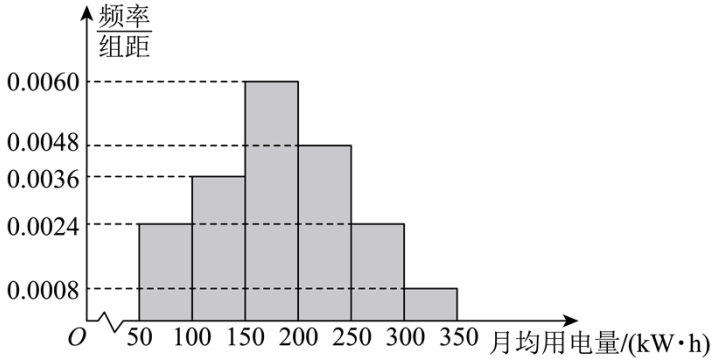
（ii）设平面$CDP\cap$ 平面$BAP=l$，求二面角 $C-l-B$的余弦值.

条件①: $BP=DP$ ；

条件 ②: $\angle CBM=\angle CPM$.

注:如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.

18．为了解某地区居民每户月均用电情况，采用随机抽样的方式随机调查了 100 户居民，获得了他们每户月均用电量的数据，发现每户月均用电量都在50～350kW·h之间，进行适当分组后（每组为左闭右开区间），得到如下频率分布直方图：



(1)记频率分布直方图中从左到右的分组依次为第 1 组，第 2 组，...，第 6 组，从第 5 组和第 6 组中任取 2 户居民，求他们月均用电量都不低于300kW·h 的概率；

(2)从该地区居民中随机抽取 3 户，设月均用电量在50～150kW·h 之间的用户数为X，以频率估计概率，求X的分布列和数学期望$E(X)$；

(3)该地区为提倡节约用电，拟以每户月均用电量为依据，给该地区月均用电量不少于wkW·h 的居民用户每户发出一份节约用电倡议书，且发放倡议书的数量为该地区居民用户数的 2%. 请根据此次调查的数据，估计w应定为多少合适?（只需写出结论）.

19. 已知椭圆$W:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点为A，下顶点为$B$，离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，点$C\left(\dfrac{8}{5},\dfrac{3}{5}\right)$在$W$上.

(1)求椭圆W的标准方程；

(2)设D,E,F是椭圆W上三个不同的点，它们都不与A,B,C重合，且$AB//DE,BC//EF$，求证：$AF//CD$.

20．已知函数$f(x)=\ln(ax)+\dfrac{a}{2(x-a)}$，其中$a\neq 0$.

(1)当$a=\dfrac{1}{2}$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处切线方程；

(2)求$f(x)$的单调区间；

(3)若区间$(1,+\infty)\subseteq\left\{x\middle|f(x)\geq\dfrac{1}{2}\right\}$，求实数$a$的取值范围.

21．已知集合$S_n=\{1,2,3,\cdots,2n\}(n\in\mathbf{N}^*,n\geq 4)$，对于集合$S_n$的非空子集A．若$S_n$中存在三个互不相同的元素$a$，$b$，$c$，使得$a+b$，$b+c$，$c+a$均属于A，则称集合A是集合$S_n$的“期待子集”.

(1)试判断集合$A_1=\{3,4,5\}$，$A_2=\{3,5,7\}$是否为集合S_4

的“期待子集”；（直接写出答案，不必说明理由）

(2)如果一个集合中含有三个元素 x，y，z，同时满足①$x<y<z$，②$x+y>z$，③$x+y+z$ 为偶数．那么称该集合具有性质 P．对于集合 S_n 的非空子集 A，证明：集合 A 是集合 S_n 的“期待子集”的充要条件是集合 A 具有性质 P；

(3)若 $S_n(n\geq 4)$ 的任意含有 m 个元素的子集都是集合 S_n 的“期待子集”，求 m 的最小值．

《北京市清华大学附属中学 2024-2025 学年高三上学期数学统练 9》参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	D	D	D	C	B	A	D

1．B

【分析】根据题意和交集的定义与运算求出 $A\cap B$，结合补集的定义与运算即可求解.

【详解】因为 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{0,1,2\}$

所以 $A\cap B=\{0,1\}$，又 $U=\{-1,0,1,2,3\}$，

所以 $\complement_U(A\cap B)=\{-1,2,3\}$.

故选：B.

2．C

【分析】先根据复数的除法运算和复数的模求出复数 z，再根据复数的几何意义即可得解.

【详解】$z=\dfrac{3-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}-|4-3\mathrm{i}|=\dfrac{(3-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}-\sqrt{16+9}=\dfrac{2-4\mathrm{i}}{2}-5=-4-2\mathrm{i}$，

所以复数 z 在复平面内对应的点为 $(-4,-2)$，位于第三象限.

故选：C.

3．D

【分析】对 A：由对数性质运算即可得；对 B：由对数性质运算即可得；对 C：借助基本不等式运算即可得；对 D：找出反例即可得.

【详解】对 A：$\lg a+\lg b=\lg ab=1>0$，故 A 正确；

对 B：由 $a>b>0$，则 $\lg a>\lg b$，故 $\lg a-\lg b>0$，故 B 正确；

对 C：由 $\lg a+\lg b=\lg ab=1$，故 $\lg a\cdot\lg b\le\left(\dfrac{\lg a+\lg b}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$，

当且仅当 $a=b=\sqrt{10}$ 时等号成立，由 $a>b>0$，故等号不成立，

即 $\lg a\cdot\lg b<\dfrac{1}{4}$，故 C 正确；

对 D：当 $a=100$、$b=0.1$ 时，符合题意，

但此时 $\dfrac{\lg a}{\lg b}=\dfrac{2}{-1}=-2<1$，故 D 错误.

故选：D.

4．D

【解析】根据二项式定理计算即可.

【详解】解：在$(x-2)^5$的展开式中x^4的项为$C_5^1\cdot x^4\times(-2)^1=-10x^4$，$x^4$的系数为-10，

故选：D.

5．D

【详解】等比数列$\{a_n\}$中$8a_2+a_5=0\therefore a_5=-8a_2\therefore q=-2$，$\therefore\frac{a_5}{a_3}=4,\frac{a_{n+1}}{a_n}=q=-2$，

$\frac{S_5}{S_3}=\frac{\frac{a_1\left(1-(-2)^5\right)}{1+2}}{\frac{a_1\left(1-(-2)^3\right)}{1+2}}=\frac{11}{3}$，$\frac{S_{n+1}}{S_n}$不能确定

故选：D

6．D

【解析】根据线面平行判定、线面垂直性质定理等判定即可.

【详解】解：对于A.根据面面平行判定定理可得A错误；

对于B. 当$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$时，可能三个平面两两相交，不能得出平行，B错误；

对于C.当$\alpha\cap\gamma=m$，$\beta\cap\gamma=n$且$m//n$时，可能三个平面两两相交，不能得出$\alpha//\beta$，C错误；

对于D.根据线面垂直推得：当$l\perp\alpha$，$l\perp\beta$时，$\alpha//\beta$成立，故D正确；

故选：D.

【点睛】

平行关系之间的转化：

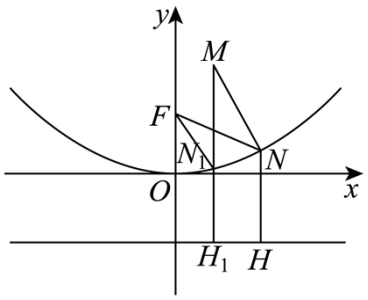
线线平行 $\overset{\text{判定}}{\underset{\text{性质}}{\rightleftarrows}}$ 线面平行 $\overset{\text{判定}}{\underset{\text{性质}}{\rightleftarrows}}$ 面面平行.

在证明线面、面面平行时，一般遵循从“低维”到“高维”的转化，即从“线线平行”到“线面平行”，再到“面面平行”；而在应用性质定理时，其顺序恰好相反，但也要注意，转化的方向是由题目的具体条件而定的，不可过于“模式化”.

7．C

【分析】根据抛物线定义，数形结合即可求出$|NF|+|NM|$的最小值.

【详解】



由题抛物线$C:x^2=8y,F$是抛物线C的焦点，

则$F(0,2)$，准线方程为$y=-2$，

N是抛物线C上的点，过N作NH垂直准线于H，

过M作NH_1垂直准线于H_1交抛物线于N_1，

则由抛物线定义知$|NH|=|NF|$，

由图像可知$|NF|+|NM|=|NH|+|NM|\geq|MN_1|+|N_1H_1|=|MH_1|$,

即$|NF|+|NM|$的最小值的最小值为$|NH_1|$，

由$M(1,3)$，准线方程为$y=-2$，

所以$|NH_1|=5$.

故选：C

8．B

【分析】求出圆心和半径，直接利用三角形面积公式求出最值，从而得到圆心到直线的距离，代入计算即可.

【详解】$C:x^2+y^2+2y-3=0$，即$x^2+(y+1)^2=4$，

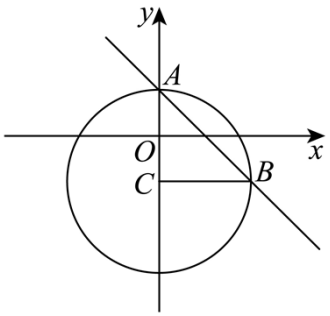
则其圆心为$(0,-1)$，半径为2，而$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}r^2\sin\angle ACB=2\sin\angle ACB\leq 2$，

当且仅当$\sin\angle ACB=\frac{\pi}{2}$时等号成立，此时$\triangle ABC$为顶点为$C$的等腰直角三角形，

此时圆心C到直线AB的距离$d=\sqrt{2}$，

则$\frac{|-2|}{\sqrt{a^2+1}}=\sqrt{2}$，解得$a=\pm1$.

故选：B.



9．A

【分析】分$0<a\le\frac{1}{2}$、$\frac{1}{2}<a<1$、$a>1$三种情况讨论，分析函数$f(x)$在区间$(-\infty,1]$和$(1,+\infty)$上的单调性，结合题可得出关于实数a的不等式组，进而可求得实数a的取值范围.

【详解】①当$0<a\le\frac{1}{2}$时，二次函数$f(x)=ax^2-x$的对称轴为直线$x=\frac{1}{2a}\ge1$，

此时函数$f(x)$在区间$(-\infty,1]$上单调递减，此时$f(x)\ge f(1)=a-1$，

函数$f(x)=a^{x-1}-1$在区间$(1,+\infty)$上单调递减，此时$-1<f(x)<0$，

若使得函数$f(x)=\begin{cases}ax^2-x,x\le1\\a^{x-1}-1,x>1\end{cases}$有最小值，则$a-1\le-1$，解得$a\le0$，不合乎题意；

②当$\frac{1}{2}<a<1$时，二次函数$f(x)=ax^2-x$的对称轴为直线$x=\frac{1}{2a}<1$，

此时函数$f(x)$在区间$(-\infty,1]$上的最小值为$f\left(\frac{1}{2a}\right)=-\frac{1}{4a}$，

函数$f(x)=a^{x-1}-1$在区间$(1,+\infty)$上单调递减，此时$-1<f(x)<0$，

若使得函数$f(x)=\begin{cases}ax^2-x,x\le1\\a^{x-1}-1,x>1\end{cases}$有最小值，

则$-\frac{1}{4a}\le-1$，解得$0<a\le\frac{1}{4}$，不合乎题意；

③当$a>1$时，二次函数$f(x)=ax^2-x$的对称轴为直线$x=\frac{1}{2a}<1$，

此时函数$f(x)$在区间$(-\infty,1]$上的最小值为$f\left(\frac{1}{2a}\right)=-\frac{1}{4a}$，

函数$f(x)=a^{x-1}-1$在区间$(1,+\infty)$上单调递增，此时$f(x)>0$，

若使得函数$f(x)=\begin{cases}ax^2-x,x\le1\\a^{x-1}-1,x>1\end{cases}$有最小值，则$-\frac{1}{4a}\le0$，解得$a>0$，此时$a>1$.

综上所述，实数a的取值范围是$(1,+\infty)$.

故选：A.

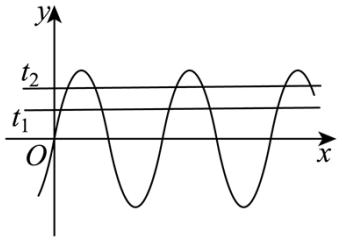
10．D

【分析】对于A，B选项，可取特殊数列验证即可；对于C可假设成立，结合图象推出与已知矛盾；对于D，结合正弦函数的周期，即可判断.

【详解】选项A，取$a_n=n$，则$d=1$，由$t=\sin a_n$，因为$\{a_n\}$是无穷等差数列，正弦函数是周期为2π的函数，所以$t=\sin a_n$在每个周期上的值不相同，故A错误；

选项B，取$a_n=\pi n$，即$d=\pi$，则$t=\sin a_n=\sin n\pi=0$，只有一个元素，故B错误；

选项C，假设T只有2个元素t_1，t_2，这2个元素的乘积为$\frac{1}{2}$，如图可知当t等于t_1或t_2时，显然$\{a_n\}$不是等差数列，与已知矛盾，故C错误；



选项D，当$d=\frac{2\pi}{k}$时,

$t_1=\sin a_1$，

$t_2=\sin\left(a_1+\frac{2\pi}{k}\right)$，

$t_3=\sin\left(a_1+2\times\frac{2\pi}{k}\right)$，

L，

$t_k=\sin\left[a_1+(k-1)\frac{2\pi}{k}\right]$，

$t_{k+1}=\sin\left(a_1+k\cdot\frac{2\pi}{k}\right)=\sin a_1$，L，所以$T$最多有$k$个元素，

又因为正弦函数的周期为2π，数列$\{a_n\}$的公差为$d=\frac{2\pi}{k}$，

所以$a_k\left(k\geq 2,k\in\mathrm{N}^*\right)$把周期$2\pi$平均分成$k$份，所以$k$个元素的和为0，故D正确.

故选:D.

【点睛】方法点睛: 本题考查等差数列与正弦函数性质相结合，采用特例法，数形结合的方法判断.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/747152045103010032