长沙市周南中学2025届高三第一阶段考

数学试卷

一、选择题 (本大题共 8 个小题， 每小题 5 分， 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 在下列区间函数 $f(x)=|\sin x|$ 单调递减的是（　　）

A. $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$　　C. $\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2}\right)$

【答案】B

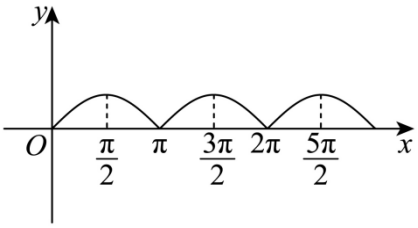
【解析】

【分析】作出函数 $f(x)=|\sin x|$ 的图象，结合图象，即可求解.

【详解】根据正弦函数 $y=\sin x$ 的图象，作出函数 $f(x)=|\sin x|$ 的图象，如图所示，

可得函数 $f(x)=|\sin x|$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 上单调递减.

故选：C.



2. 已知随机变量 X 服从 $N\left(2,\sigma^2\right)$，若 $P(X>3)=0.4$，则 $P(X<1)=$（　　）

A. 0.2　　B. 0.3　　C. 0.4　　D. 0.5

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意，结合正态分布曲线的对称性，即可求解.

【详解】由随机变量 X 服从 $N\left(2,\sigma^2\right)$，可得 $\mu=2$，即正态分布区间的图象关于 $x=2$ 对称，

因为 $P(X>3)=0.4$，根据正态分布曲线的对称性，可得 $P(X<1)=P(X>3)=0.4$.

故选：C.

3. 在平面直角坐标系 xOy 中， 以点 $(2,0)$ 为圆心且与直线 $y=x+2$ 相切的圆的标准方程为（　　）

A. $(x-2)^2+y^2=2\sqrt{2}$　　B. $(x-2)^2+y^2=8$

C. $(x+2)^2+y^2=8$　　D. $(x-2)^2+y^2=16$

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，利用点到直线的距离公式求得圆的半径，结合圆的标准方程，即可求解.

【详解】由圆心(2,0)到直线 $x-y+2=0$ 的距离 $d=\dfrac{|2-0+2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$，

即所求圆的半径为 $r=2\sqrt{2}$，所以所求圆的标准方程为 $(x-2)^2+y^2=8$.

故选：B.

4. 若双曲线 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的离心率为 3，则双曲线 $C_2:\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{x^2}{a^2}=1$ 的离心率为（　　）

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$　　B. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 3

【答案】A

【解析】

【分析】根据已知双曲线的离心率得出 a,b 的关系,再求双曲线 C_2 的离心率.

【详解】因为双曲线 C_1 的离心率 $e_1=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{a^2}}=3$,所以 $b^2=8a^2$，

所以双曲线 C_2 的离心率 $e_2=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{b^2}}=\sqrt{\dfrac{9}{8}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$.

故选：A.

5. 已知数列$\{a_n\}$，则“$a_{n-2}+a_{n+2}=2a_n\left(n\geq 3,\ n\in \mathbf{N}^*\right)$”是“数列$\{a_n\}$是等差数列”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】先判断充分性：由已知可得 $a_{n+2}-a_n=a_n-a_{n-2}$，数列$\{a_n\}$的偶数项成等差数列，奇数项成等差数列，举例可知数列$\{a_n\}$不一定是等差数列，再判断必要性：数列$\{a_n\}$是等差数列，可得

$2a_n = a_{n-2} + a_{n+2}$，可得结论.

【详解】先判断充分性：$\because a_{n-2} + a_{n+2} = 2a_n, \therefore a_{n+2} - a_n = a_n - a_{n-2}$，

令$n = 2k\left(k \in \mathbf{N}^*\right)$，则$a_{2k+2} - a_{2k} = a_{2k} - a_{2k-2} = \cdots = a_4 - a_2, \therefore$数列$\{a_n\}$的偶数项成等差数列，

令$n = 2k-1\left(k \in \mathbf{N}^*\right)$，则$a_{2k+1} - a_{2k-1} = a_{2k-1} - a_{2k-3} = \cdots = a_3 - a_1, \therefore$数列$\{a_n\}$的奇数项成等差数列，

但数列$\{a_n\}$不一定是等差数列，如：1，1，2，2，3，3，

$\therefore$“$a_{n-2} + a_{n+2} = 2a_n\left(n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*\right)$”不是“数列$\{a_n\}$是等差数列”的充分条件；

再判断必要性：若数列$\{a_n\}$是等差数列，则$2a_n = a_{n-1} + a_{n+1} = \frac{a_{n-2} + a_n}{2} + \frac{a_n + a_{n+2}}{2} = a_n + \frac{a_{n-2}}{2} + \frac{a_{n+2}}{2}$，

$\therefore 2a_n = a_{n-2} + a_{n+2}$，$\therefore$“$a_{n-2} + a_{n+2} = 2a_n\left(n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*\right)$”是“数列$\{a_n\}$是等差数列”的必要条件；

综上，“$a_{n-2} + a_{n+2} = 2a_n\left(n \geq 3, n \in N^*\right)$”是“数列$\{a_n\}$是等差数列”的必要不充分条件.

故选：B.

6. 已知$\sin\left(\alpha + \beta\right) = m$，$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = 2$，则$\sin\left(\alpha - \beta\right) =$（　）

A. $\frac{m}{3}$　　B. $-\frac{m}{3}$　　C. $3m$　　D. $-3m$

【答案】A

【解析】

【分析】把$\sin\left(\alpha + \beta\right) = m$展开，$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = 2$切化弦，两式联立解方程组解出$\sin\alpha\cos\beta = \frac{2}{3}m$，$\sin\beta\cos\alpha = \frac{1}{3}m$，再求$\sin\left(\alpha - \beta\right)$。

【详解】由$\sin\left(\alpha + \beta\right) = m$得$\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha = m$，

由$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = 2$得$\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\sin\beta} = 2$，联立两个方程得：$\sin\alpha\cos\beta = \frac{2}{3}m$，$\sin\beta\cos\alpha = \frac{1}{3}m$，

所以$\sin\left(\alpha - \beta\right) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha = \frac{m}{3}$。

故选：A

7. 已知$\triangle ABC$是边长为$4\sqrt{3}$的正三角形，点P是$\triangle ABC$所在平面内的一点，且满足$\left|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP}\right| = 3$，则$\left|\overrightarrow{AP}\right|$的最小值是（　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. $\frac{8}{3}$

【答案】C

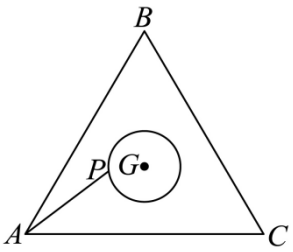
【解析】

【分析】可由重心的性质结合向量运算得到点 P 的轨迹，再结合圆上的点到圆外定点的距离最小值为圆心到定点减半径得到；亦可建立适当平面直角坐标系，借助向量的坐标运算结合圆的性质得解.

【详解】法一：设 $\triangle ABC$ 的重心为 G，则 $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}+3\overrightarrow{GP}=3\overrightarrow{GP}$，

$\because\left|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP}\right|=3,\therefore\left|\overrightarrow{GP}\right|=1,\therefore$ 点 P 的轨迹是以 G 为圆心，1 为半径的圆，

又 $\left|\overrightarrow{AG}\right|=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=4$，$\therefore\left|\overrightarrow{AP}\right|$ 的最小值是 $\left|\overrightarrow{AG}\right|-1=3$.



法二：以 AC 所在直线为 x 轴，以 AC 中垂线为 y 轴建立直角坐标系，

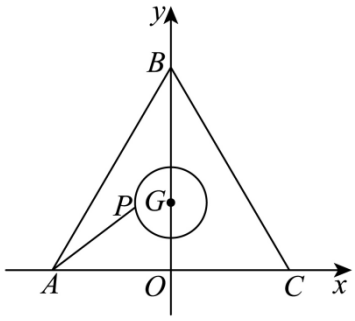
则 $A\left(-2\sqrt{3},0\right),B\left(0,6\right),C\left(2\sqrt{3},0\right)$，

设 $P\left(x,y\right),\left|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP}\right|=3$，即 $\sqrt{\left(3x+2\sqrt{3}-0-2\sqrt{3}\right)^2+\left(3y-6\right)^2}=3$，

化简得 $x^2+(y-2)^2=1$，$\therefore$ 点 P 的轨迹方程为 $x^2+(y-2)^2=1$，

设圆心为 G，$G\left(0,2\right)$，由圆的性质可知当 AP 过圆心时 $\left|\overrightarrow{AP}\right|$ 最小，

又 $\left|AG\right|=\sqrt{2^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=4$，故 $\left|\overrightarrow{AP}\right|$ 得最小值为 $\left|AG\right|-1=4-1=3$.



故选：C.

8. 已知等比数列 $\left\{a_n\right\}$ 的公比为 q，前 n 项积为 T_n，若 $a_1=256$，且 $\forall n\in\mathrm{N}^*$，$n\neq8$，均有 $T_n<T_8$，则 q 的取值范围是（　　）

A. $\left(2^{-\frac{4}{3}},2^{-\frac{8}{7}}\right)$　　B. $\left(-\frac{1}{2},-2^{-\frac{8}{7}}\right)\cup\left(2^{-\frac{8}{7}},\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(2^{-\frac{4}{3}},\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},-2^{-\frac{4}{3}}\right)\cup\left(2^{-\frac{8}{7}},\frac{1}{2}\right)$

【答案】D

【解析】

【分析】应用等比数列通项公式及项的性质计算解不等式即可.

【详解】当 $q<0$ 时， 注意到 T_6， $T_7\langle 0,T_5,T_8,T_9\rangle 0$，

因此 $\begin{cases}T_8>T_5,\\T_8>T_9\end{cases}$， 即 $\begin{cases}a_6a_7a_8>1,\\a_9<1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1q^6>1,\\a_1q^8<1,\end{cases}$ 解得 $q\in\left(-\frac{1}{2},-2^{-\frac{4}{3}}\right)$;

当 $q>0$ 时， 则 $\begin{cases}T_8>T_7,\\T_8>T_9,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a_8>1,\\a_9<1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1q^7>1,\\a_1q^8<1,\end{cases}$ 解得 $q\in\left(2^{-\frac{8}{7}},\frac{1}{2}\right)$,

则 q 的取值范围为 $\left(-\frac{1}{2},-2^{-\frac{4}{3}}\right)\cup\left(2^{-\frac{8}{7}},\frac{1}{2}\right)$.

故选 ：D.

二、选择题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，至少有两项是符合题目要求，若全部选对得 6 分，部分选对得部分分，选错或不选得 0 分）

9. 已知 z_1，z_2 ,为复数，则下列说法正确的是（　　）

A. $\overline{z_1}\cdot z_1=|z_1|^2$

B. 若 $\overline{z_1+z_2}$ 表示 z_1+z_2 的共轭复数，则 $\overline{z_1+z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2}$

C. 若 $z_1z_2=0$，则 $z_1=0$ 或 $z_2=0$

D. 若 $z_1^2+z_2^2=0$，则 $z_1=z_2=0$

【答案】ABC

【解析】

【分析】设 $z_1=a+b\mathrm{i},z_2=c+d\mathrm{i}\left(a,b,c,d\in\mathrm{R}\right)$，根据复数的运算法则，准确运算，即可求解.

【详解】设 $z_1=a+b\mathrm{i},z_2=c+d\mathrm{i}\left(a,b,c,d\in\mathrm{R}\right)$，

对于 A 中，由 $\overline{z_1}\cdot z_1=\left(a+b\mathrm{i}\right)\left(a-b\mathrm{i}\right)=a^2+b^2=|z_1|^2$，所以 A 正确；

对于 B 中，因为 $\overline{z_1+z_2}=(a+c)-(b+d)\mathrm{i}, \overline{z_1}+\overline{z_2}=(a+c)-(b+d)\mathrm{i}$，所以 $\overline{z_1+z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2}$，所以 B 正确；

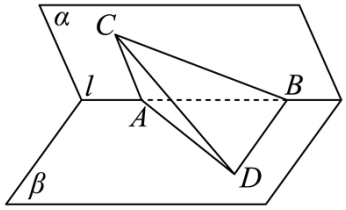
对于 C 中，由 $z_1z_2=(a+b\mathrm{i})(c+d\mathrm{i})=(ac-bd)+(ad+bc)\mathrm{i}$，

若 $z_1z_2=0$，可得 $\begin{cases}ac-bd=0\\ad+bc=0\end{cases}$，可得 $a=b=0$ 或 $c=d=0$，所以 C 正确；

对于 D 中，取 $z_1=1, z_2=\mathrm{i}$，可得 $z_1^2+z_2^2=1-1=0$，所以 D 错误.

故选：ABC.

10. 如图，已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 的棱 l 上有 A，B 两点，$C\in\alpha$，$AC\perp l$，$D\in\beta$，$BD\perp l$，若 $AC=AB=BD=2$，$CD=2\sqrt{2}$，则（　　）



A. 直线 AB 与 CD 所成角的余弦值为 $45°$

B. 二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 $60°$

C. 三棱锥 $A-BCD$ 的体积为 $2\sqrt{3}$

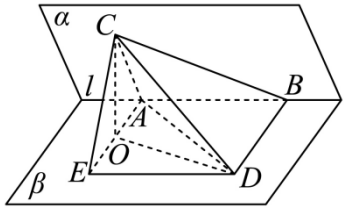
D. 直线 CD 与平面 β 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据异面直线所成角、二面角、线面角定义，在图形中作出直线 AB 与 CD 所成角、二面角的平面角、直线 CD 与平面所成角，结合已知条件计算判断各项正误.

【详解】过点 A 作 $AE//BD$，且 $AE=BD$，连接 CE，DE，如图，



则四边形 $ABDE$ 是平行四边形，即 $DE//AB$ 且 $DE=AB$，

$\angle CDE$ 是直线 AB 与 CD 所成角或其补角，

因为 $AC\perp l$，$BD\perp l$，则 $DE\perp AE, DE\perp AC$，

而 $AE\cap AC=A, AE, AC\subset$ 平面 AEC，

所以 $DE\perp$ 平面 AEC，$CE\subset$ 平面 AEC，所以 $DE\perp CE$，

则 $\cos\angle CDE=\dfrac{DE}{CD}=\dfrac{AB}{CD}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\angle CDE=45°$，故 A 正确；

因为 $BD\perp l$，即 $AE\perp l$，又 $AC\perp l$，则 $\angle CAE$ 是二面角 $\alpha-l-\beta$ 的平面角，

又 $CE=DE=2$，结合 $AE=AC=2$，即 $\triangle ACE$ 是等边三角形，

所以 $\angle CAE=60°$，故 B 正确；

因为 $DE\perp$ 平面 $AEC, DE\subset\beta$，则平面 $\beta\perp$ 平面 AEC，

在平面 AEC 内过点 C 作 $CO\perp AE$ 于点 O，于是得 $CO\perp$ 平面 $\beta, CO=\dfrac{\sqrt{3}}{2}AC=\sqrt{3}$，

而 $S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AB\cdot BD=2$，$V_{A-BCD}=V_{C-ABD}=\dfrac{1}{3}CO\cdot S_{\triangle ABD}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，故 C 不正确；

连接 DO，因为 $CO\perp$ 平面 β，则 $\angle CDO$ 是直线 CD 与平面 β 所成角，

$\sin\angle CDO=\dfrac{CO}{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$，故 D 正确.

故选：ABD

11. 已知 $f(x)$ 是定义在 $[0,+\infty)$ 上的单调递增且图象连续不断的函数，若 $\forall x, y\in[0,+\infty)$，恒有 $f(x+y)=\dfrac{f(x)+f(y)}{1+f(x)f(y)}$ 成立，设 $x_1>x_2>0$，则（　　）

A. $f(0)=0$

B. $\exists x_0\in[0,+\infty), f(x_0)=1$

C. $\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}>f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)$

D. $\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}<f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)$

【答案】AD

【解析】

【分析】对于 A：令 $y=0$，结合单调性分析即可判断；对于 B：假设存在 x_0 使得 $f(x_0)=1$，分析可知 $f(x)$ 恒等于 1，结合单调性分析判断；对于 CD：利用反证法证明 $\forall x\in[0,+\infty), f(x)<1$

，结合基本不等式分析可得 $f\left(x_1+x_2\right)>\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{1+\left[\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}\right]^2}$，构建函数 $g\left(x\right)=\dfrac{2x}{1+x^2}$，结合 $g\left(x\right)$ 的单调性可知 $g\left(f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)\right)>g\left(\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}\right)$，即可得结果.

【详解】令 $y=0$，得 $f\left(x+0\right)=\dfrac{f\left(x\right)+f\left(0\right)}{1+f\left(x\right)f\left(0\right)}$，即 $f\left(0\right)\left[f^2\left(x\right)-1\right]=0$，

因为 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,+\infty\right)$ 上单调递增，所以 $f\left(x\right)$ 不恒等于 ±1，故 $f\left(0\right)=0$，故 A 正确;

若存在 x_0 使得 $f\left(x_0\right)=1$，则 $f\left(x+x_0\right)=\dfrac{f\left(x\right)+1}{1+f\left(x\right)}=1$，则 $f\left(x\right)$ 恒等于 1，

与 $f\left(x\right)$ 单调递增矛盾，故 $\forall x\in\left[0,+\infty\right),f\left(x\right)\neq1$，故 B 错误；

若存在 x_1，使得 $f\left(x_1\right)>1$，因为 $f\left(x\right)$ 的图象连续不断，所以 $f\left(x_1\right)>1,f\left(0\right)=0<1$，

故存在 x_2，使得 $f\left(x_2\right)=1$，与上述 $f\left(x\right)\neq1$ 矛盾，综上 $\forall x\in\left[0,+\infty\right),f\left(x\right)<1$，

所以 $f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)<1$，而 $f\left(x_1+x_2\right)=\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{1+f\left(x_1\right)f\left(x_2\right)}\geq\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{1+\left[\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}\right]^2}$，当且仅当 $f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)$ 时取等号，

又 $x_1\neq x_2$，$f\left(x\right)$ 单调递增，故不取等号，即 $f\left(x_1+x_2\right)>\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{1+\left[\dfrac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}\right]^2}$，

当 $y=x\geq0$ 时，有 $f\left(2x\right)=\dfrac{2f\left(x\right)}{1+f^2\left(x\right)}$，即 $f\left(x_1+x_2\right)=\dfrac{2f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)}{1+\left[f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)\right]^2}$，

当 $x\in\left[0,1\right)$ 时，令 $g\left(x\right)=\dfrac{2x}{1+x^2}$，则 $g\left(x\right)=\dfrac{2}{\dfrac{1}{x}+x},x\in\left(0,1\right)$，

因为 $y=\dfrac{1}{x}+x,x\in\left(0,1\right)$ 单调递减且 $y>0$，

所以 $g\left(x\right)=\dfrac{2}{\dfrac{1}{x}+x},x\in\left(0,1\right)$ 单调递增，所以 $g\left(x\right)<1$，又 $g\left(0\right)=0$，

所以 $\forall x\in\left[0,1\right),g\left(x\right)=\dfrac{2x}{1+x^2}\in\left[0,1\right)$，且在区间 $\left[0,1\right)$ 上单调递增，

因为 $g\left(f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\right)=\frac{2f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)}{1+\left[f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\right]^2}=f\left(x_1+x_2\right)$，$g\left(\frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}\right)=\frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{1+\left[\frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}\right]^2}$，

所以 $g\left(f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\right)>g\left(\frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}\right)$，所以 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>\frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}$，故 C 错误，D 正确.

故选：AD

【点睛】方法点睛：

1.对于抽象函数的性质主要是函数的奇偶性、单调性和周期性以及函数图象的对称性，在解题中根据问题的条件推证函数的性质，根据函数的性质解决问题；

2.比较数式大小问题，往往利用函数图象或者函数的单调性.

三、填空题 (本大题共 3 个小题， 每小题 5 分， 共 15 分)

12. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_3+a_9=26$，则 $a_3+3a_7=$_____.

【答案】52

【解析】

【分析】根据等差数列的通项公式计算即可.

【详解】根据题意，设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d,

若 $a_3+a_9=26$，则有 $a_3+a_9=a_3+a_3+6d=26$，

则 $a_3+3a_7=a_3+3\left(a_3+4d\right)=4a_3+12d=52$.

故答案为：52.

13. 已知 F_1、F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的左、右焦点，P 是椭圆上的一点，且 $\left|PF_1\right|=3\left|PF_2\right|$，$\left|OP\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}\left|F_1F_2\right|$，则椭圆的离心率 e 等于_____.

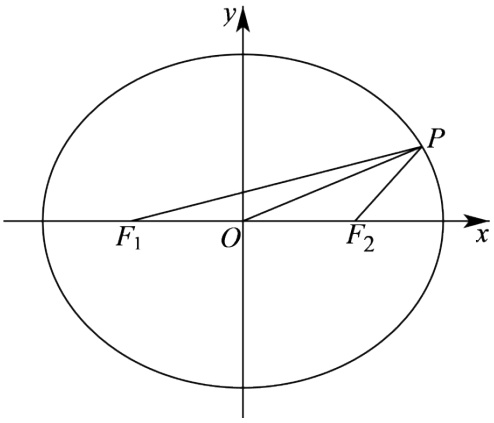
【答案】$\frac{\sqrt{5}}{4}$ ## $\frac{1}{4}\sqrt{5}$

【解析】

【分析】利用已知条件和椭圆的定义求出 $\left|PF_1\right|$、$\left|PF_2\right|$，由平面向量的线性运算可得出 $\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}=2\overrightarrow{PO}$，$\overrightarrow{F_2F_1}=\overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PF_2}$，利用平面向量数量积的运算性质可得出 a、c

的齐次等式，即可解得该椭圆的离心率的值.

【详解】如下图所示：



由已知条件和椭圆的定义可得$\begin{cases}|PF_1|=3|PF_2| \\ |PF_1|+|PF_2|=2a\end{cases}$，可得$|PF_1|=\dfrac{3a}{2}$，$|PF_2|=\dfrac{a}{2}$，

因为O为F_1F_2的中点，则$\overrightarrow{OF_1}+\overrightarrow{OF_2}=\overrightarrow{0}$，

因为$\overrightarrow{PF_1}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OF_1}$，$\overrightarrow{PF_2}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OF_2}$，所以，$\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}=2\overrightarrow{PO}$，

又因为$\overrightarrow{F_2F_1}=\overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PF_2}$，

所以，$4\left|\overrightarrow{PO}\right|^2+\left|\overrightarrow{F_2F_1}\right|^2=\left(\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}\right)^2+\left(\overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PF_2}\right)^2=2\left(\left|\overrightarrow{PF_1}\right|^2+\left|\overrightarrow{PF_2}\right|^2\right)$，

即$4\times\left(\sqrt{3}c\right)^2+4c^2=2\left(\dfrac{9a^2}{4}+\dfrac{a^2}{4}\right)$，即$4c=\sqrt{5}a$，解得$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$.

故答案为：$\dfrac{\sqrt{5}}{4}$.

【点睛】方法点睛：求解椭圆或双曲线的离心率的方法如下：

（1）定义法：通过已知条件列出方程组，求得a、c的值，根据离心率的定义求解离心率e的值；

（2）齐次式法：由已知条件得出关于a、c的齐次方程，然后转化为关于e的方程求解；

（3）特殊值法：通过取特殊位置或特殊值，求得离心率.

14. 已知集合 B，C 是集合 A 的真子集且 $B\cap C=\varnothing$， 如果$\forall a\in A,\exists b\in B,\ c\in C$， 使得 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$， 其中 $\lambda,\mu\in\{0,1\}$， 则称 B，C 是集合 A 的一组有序基底集，记为 (B,C) .已知 $A=\{1,2,3,4\}$ ，且 (B,C) 为 A 的一组有序基底集，则集合 B 中的元素之和小于 4 的概率为 _____ .

【答案】$\dfrac{9}{22}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/748006056135006127