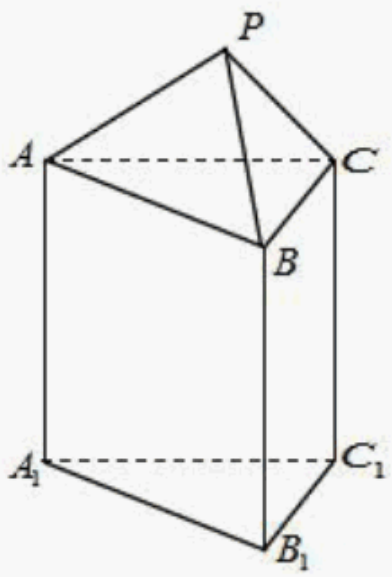
考试备考资料

（习题试卷、考点）

2023 届新高考数学题型全归纳之排列组合专题 6 染色问题

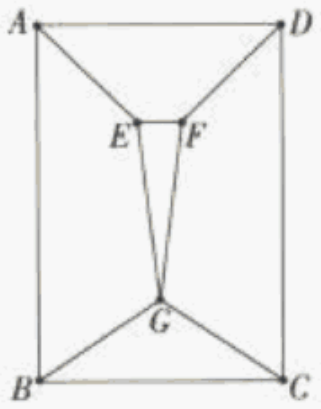
例 1．如图所示的几何体由三棱锥 $P-ABC$ 与三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 组合而成，现用 3 种不同颜色对这个几何体的表面涂色(底面 $A_1B_1C_1$ 不涂色)，要求相邻的面均不同色，则不同的涂色方案共有（　　）



A．6 种　　B．9 种

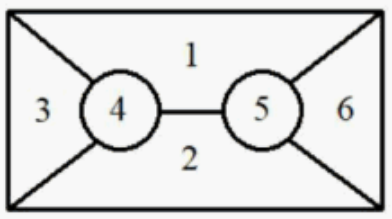
C．12 种　　D．36 种

例 2．如图，用四种不同的颜色给图中的 A，B，C，D，E，F，G 七个点涂色，要求每个点涂一种颜色，且图中每条线段的两个端点涂不同颜色，则不同的涂色方法有（　　）



A．192 种　　B．336 种　　C．600 种　　D．624 种

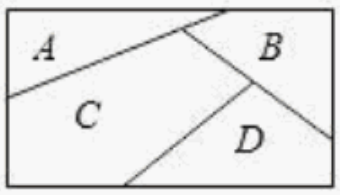
例 3．现有 6 种不同的颜色，给图中的 6 个区域涂色，要求相邻区域不同色，则不同的涂色方法共有（　　）



A．720 种　　B．1440 种　　C．2880 种　　D．4320 种

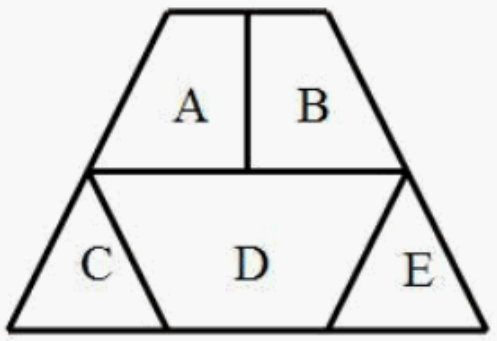
例 4．将 5 种不同的花卉种植在如图所示的四个区域中，每个区域种植一种花卉，且相邻区域花卉不同，则不同的种植方法种数是（　　）.

1



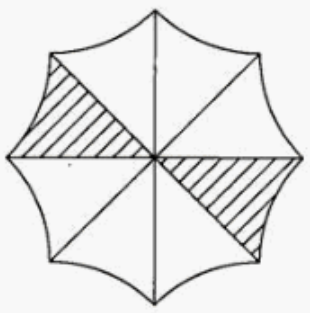
A．420　　B．180　　C．64　　D．25

例 5．用红、黄、蓝、绿、橙五种不同颜色给如图所示的 5 块区域 A、B、C、D、E 涂色，要求同一区域用同一种颜色，有共公边的区域使用不同颜色，则共有涂色方法（　　）



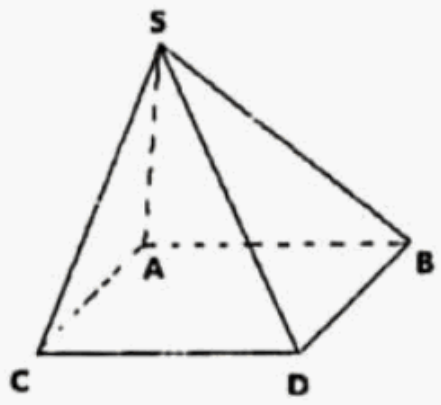
A．120 种　　B．720 种　　C．840 种　　D．960 种

例 6．如图，某伞厂生产的太阳伞的伞篷是由太阳光的七种颜色组成，七种颜色分别涂在伞篷的八个区域内，且恰有一种颜色涂在相对区域内，则不同颜色图案的此类太阳伞最多有（　　）．



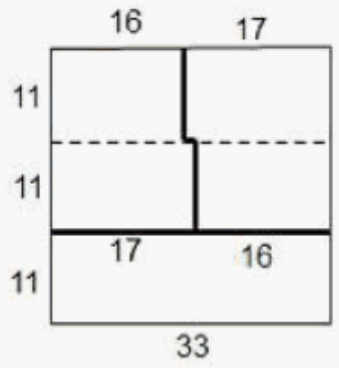
A．40320 种　　B．5040 种　　C．20160 种　　D．2520 种

例 7．如图所示，将四棱锥 S-$ABCD$ 的每一个顶点染上一种颜色，并使同一条棱上的两端异色，如果只有 5 种色可供使用，则不同的染色方法种数为（　　）



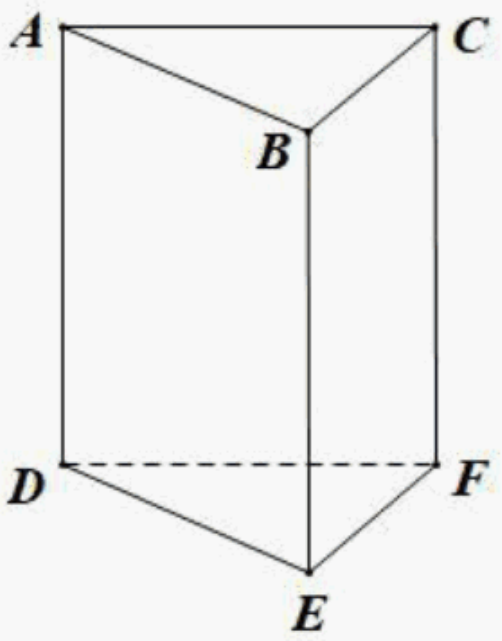
A．240　　B．360　　C．420　　D．960

例 8．如图所示，将 33×33 方格纸中每个小方格染三种颜色之一，使得每种颜色的小方格的个数相等.若相邻两个小方格的颜色不同，称他们的公共边为“分割边”，则分割边条数的最小值为(　　)



A．33　　B．56　　C．64　　D．78

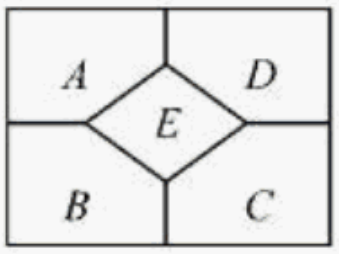
例 9．如图给三棱柱 $ABC-DEF$ 的顶点染色，定义由同一条棱连接的两个顶点叫相邻顶点，规定相邻顶点不得使用同一种颜色，现有 4 种颜色可供选择，则不同的染色方法有_____.



例 10．现用五种不同的颜色，要对如图中的四个部分进行着色，要求公共边的两块不能用同一种颜色，共有_____种不同着色方法



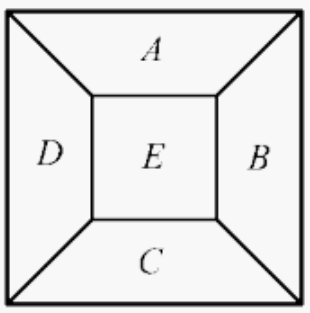
例 11．如图所示的五个区域中，中心区 E 域是一幅图画，现要求在其余四个区域中涂色，有四种颜色可供选择．要求每个区域只涂一种颜色且相邻区域所涂颜色不同，则不同的涂色方法种数为_____.



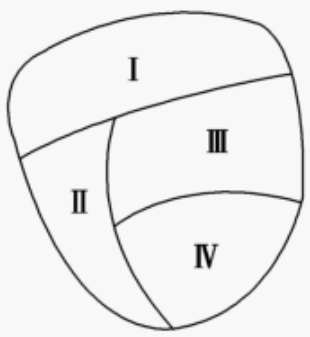
例 12．从红、黄、蓝、黑四种颜色中选出 3 种颜色，给如图所示的六个相连的圆涂色，若每种颜色只能涂两个圆，且相邻两个圆所涂颜色不能相同，则不同的涂色方案的种数是_____.



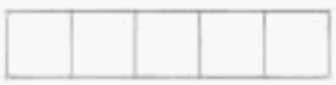
例 13．如图一个正方形花圃被分成 5 份．若给这 5 个部分种植花，要求相邻两部分种植不同颜色的花，已知现有红、黄、蓝、绿 4 种颜色不同的花，则不同的种植方法有_____种



例 14．现有五种不同的颜色，要对图形中的四个部分进行着色，要求有公共边的两块不能用同一种颜色，不同的涂色方法有_____种．



例 15．现将如图所示的 5 个小正方形涂上红、黄两种颜色，其中 3 个涂红色， 2 个涂黄色，若恰有两个相邻的小正方形涂红色，则不同的涂法共有_____种(用数字作答).

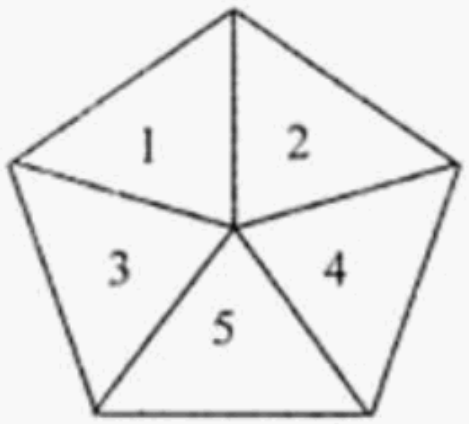


例 16．四色猜想是近代数学难题之一，四色猜想的内容是：“任何一张地图最多用四种颜色就能使具有共同边界的国家着上不同的颜色”，如图，一张地图被分成了五个区域，每个区域只使用一种颜色，现有 4 种颜色可供选择（四种颜色不一定用完），则满足四色猜想的不同涂色种数为_____

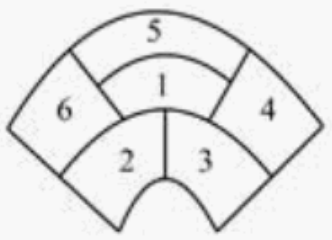


例 17．如图，将标号为 1，2，3，4，5 的五块区域染上红、黄、绿三种颜色中的一种，使得相邻区域(有公共边)的颜色不同，则不同的染色方法有_____种·

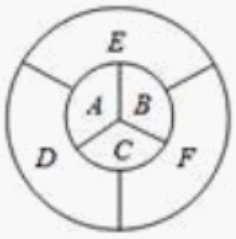
4



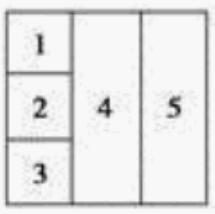
例 18．某城市在中心广场建造一个花圃，花圃分为 6 个部分.现要栽种 4 种不同颜色的花，每部分栽种一种且相邻部分不能栽种同样颜色的花，则不同的栽种方法有_____种.（用数字作答）



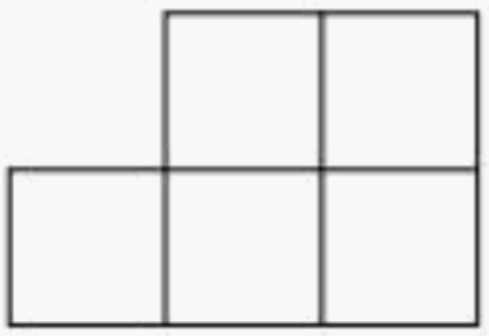
例 19．给图中 A，B，C，D，E，F六个区域进行染色，每个区域只染一种颜色，且相邻的区域不同色.若有 4 种颜色可供选择，则共有___种不同的染色方案.



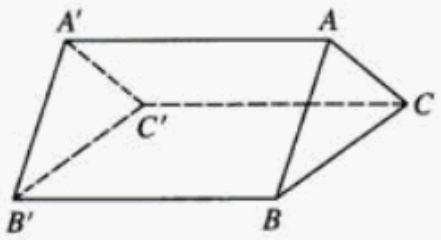
例 20．如图，用 4 种不同的颜色对图中 5 个区域涂色（ 4 种颜色全部使用 ），要求每个区域涂一种颜色，相邻的区域不能涂相同的颜色，则不同的涂色方法有_____种.（用数字作答）



例 21．给如图染色，满足条件每个小方格染一种颜色，有公共边的小方格颜色不能相同，则用 4 种颜色染色的方案有__种，用 5 种颜色染色的方案共有__种.

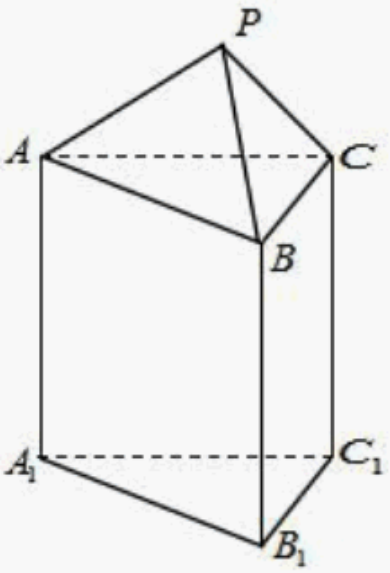


例 22．如图，用四种不同的颜色给三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 的六个顶点涂色，要求每个点涂一种颜色．若每个底面的顶点涂色所使用的颜色不相同，则不同的涂色方法共有_____种；若每条棱的两个端点涂不同的颜色，则不同的涂色方法共有_____种．



专题 6 染色问题

例 1．如图所示的几何体由三棱锥 $P-ABC$ 与三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 组合而成，现用 3 种不同颜色对这个几何体的表面涂色(底面 $A_1B_1C_1$ 不涂色)，要求相邻的面均不同色，则不同的涂色方案共有（　　）



A．6 种　　B．9 种

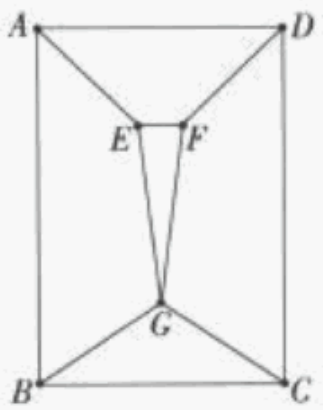
C．12 种　　D．36 种

【解析】

先涂三棱锥 $P-ABC$ 的三个侧面，有 $C_3^1C_2^1C_1^1=6$ 种情况，然后涂三棱柱的三个侧面，有 $C_2^1C_1^1C_1^1=2$ 种情况，共有 $6\times2=12$ 种不同的涂法．

故选：C．

例 2．如图，用四种不同的颜色给图中的 A，B，C，D，E，F，G 七个点涂色，要求每个点涂一种颜色，且图中每条线段的两个端点涂不同颜色，则不同的涂色方法有（　　）



A．192 种　　B．336 种　　C．600 种　　D．624 种

【解析】

由题意，点 E，F，G 分别有 4，3，2 种涂法，

（1）当 A 与 F 相同时，A 有 1 种涂色方法，此时 B 有 2 种涂色方法，

①若 C 与 F 相同，则 C 有 1 种涂色方法，此时 D 有 3 种涂色方法；

②若 C 与 F 不同，则 D 有 2 种涂色方法.

故此时共有 $4\times3\times2\times1\times2\times\left(1\times3+1\times2\right)=240$ 种涂色方法.

（2）当 A 与 G 相同时，A 有 1 种涂色方法，

①若 C 与 F 相同，则 C 有 1 种涂色方法，此时 B 有 2 种涂色方法，D 有 2 种涂色方法；

②若 C 与 F 不同，则 C 有 2 种涂色方法，此时 B 有 2 种涂色方法，D 有 1 种涂色方法.

故此时共有 $4\times3\times2\times1\times\left(1\times2\times2+2\times2\times1\right)=192$ 种涂色方法.

（3）当 A 既不同于 F 又不同于 G 时，A 有 1 种涂色方法.

①若 B 与 F 相同，则 C 与 A 相同时，D 有 2 种涂色方法，C 与 A 不同时，C 和 D 均只有 1 种涂色方法；

②若 B 与 F 不同，则 B 有 1 种涂色方法，

（i）若 C 与 F 相同，则 C 有 1 种涂色方法，此时 D 有 2 种涂色方法；

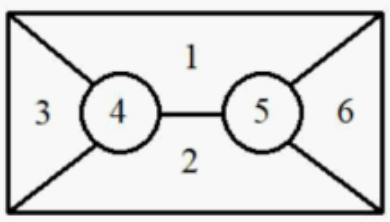
（ii）若 C 与 F 不同，则必与 A 相同，C 有 1 种涂色方法，此时 D 有 2 种涂色方法.

故此时共有 $4\times3\times2\times1\times1\times\left[\left(1\times2+1\times1\right)+1\times\left(1\times2+1\times2\right)\right]=168$ 种涂色方法.

综上，共有 $240+192+168=600$ 种涂色方法.

故选：C.

例 3．现有 6 种不同的颜色，给图中的 6 个区域涂色，要求相邻区域不同色，则不同的涂色方法共有（　　）



A．720 种　　B．1440 种　　C．2880 种　　D．4320 种

【解析】

根据题意分步完成任务：

第一步：完成 3 号区域：从 6 种颜色中选 1 种涂色，有 6 种不同方法；

第二步：完成 1 号区域：从除去 3 号区域的 1 种颜色后剩下的 5 种颜色中选 1 种涂色，有 5 种不同方法；

第三步：完成 4 号区域：从除去 3、1 号区域的 2 种颜色后剩下的 4 种颜色中选 1 种涂色，有 4 种不同方法；

第四步：完成 2 号区域：从除去 3、1、4 号区域的 3 种颜色后剩下的 3 种颜色中选 1 种涂色，有 3 种不同方法；

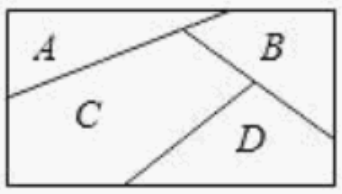
第五步：完成 5 号区域：从除去 1、2 号区域的 2 种颜色后剩下的 4 种颜色中选 1 种涂色，有 4 种不同方法；

第六步：完成 6 号区域：从除去 1、2、5 号区域的 3 种颜色后剩下的 3 种颜色中选 1 种涂色，有 3 种不同方法；

所以不同的涂色方法：$6\times5\times4\times3\times4\times3=4320$ 种.

故选：D.

例 4．将 5 种不同的花卉种植在如图所示的四个区域中，每个区域种植一种花卉，且相邻区域花卉不同，则不同的种植方法种数是（　　）.



A．420　　B．180　　C．64　　D．25

【解析】

由题意，由于规定一个区域只涂一种颜色，相邻的区域颜色不同，可分步进行

区域 A 有 5 种涂法，B 有 4 种涂法，

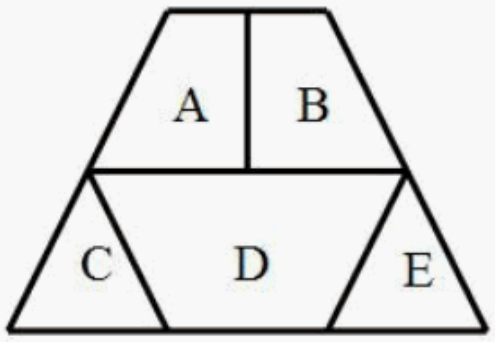
A，D 不同色，D 有 3 种，C 有 2 种涂法，有 $5\times4\times3\times2=120$ 种，

A，D 同色，D 有 1 种涂法，C 有 3 种涂法，有 $5\times4\times3=60$ 种，

共有 180 种不同的涂色方案.

故选：B.

例 5．用红、黄、蓝、绿、橙五种不同颜色给如图所示的 5 块区域 A、B、C、D、E 涂色，要求同一区域用同一种颜色，有共公边的区域使用不同颜色，则共有涂色方法（　　）



A．120 种　　B．720 种　　C．840 种　　D．960 种

【解析】

法一：A 有 5 种颜色可选，B 有 4 种颜色可选，D 有 3 种颜色可选，

若 CA 同色，E 有 4 种颜色可选；

若 CB 同色，E 有 4 种颜色可选；

若 C 与 A、B 都不同色，则 C 有 2 种颜色可选，此时 E 有 4 种颜色可选，故共有

$5\times4\times3\times\left(4+4+2\times4\right)=960$ 种.

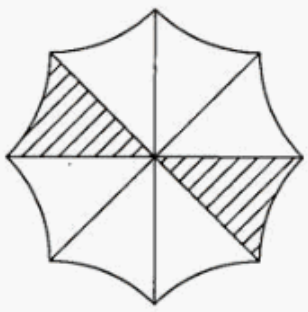
法二：当使用 5 种颜色时，有 $A_5^5=120$ 种涂色方法；

当使用 4 种颜色时，必有两块区域同色，可以是 AC，BC，AE，BE，CE，共有 $5A_5^4=600$ 种涂色方法；当使用 3 种颜色时，只能是 AC 同色且 BE 同色，AE 同色且 BC 同色，ACE 同色，BCE 同色，共有 $4A_5^3=240$ 种涂色方法，

$\therefore$共有 $120+600+240=960$ 种涂色方法.

故选：D.

例 6. 如图，某伞厂生产的太阳伞的伞篷是由太阳光的七种颜色组成，七种颜色分别涂在伞篷的八个区域内，且恰有一种颜色涂在相对区域内，则不同颜色图案的此类太阳伞最多有（　　）.



A．40320 种　　B．5040 种　　C．20160 种　　D．2520 种

【解析】

先从 7 种颜色中任意选择一种，涂在相对的区域内，有 $C_7^1=7$ 种方法，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/748034012133007003