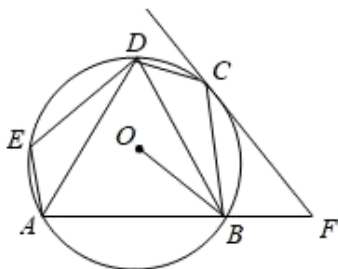


第二十四章 圆 解答题—2019 年中考真题汇编（二）

1. (2019•河池) 如图, 五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$, CF 与 $\odot O$ 相切于点 C , 交 AB 延长线于点 F .

(1) 若 $AE=DC$, $\angle E=\angle BCD$, 求证: $DE=BC$;

(2) 若 $OB=2$, $AB=BD=DA$, $\angle F=45^\circ$, 求 CF 的长.

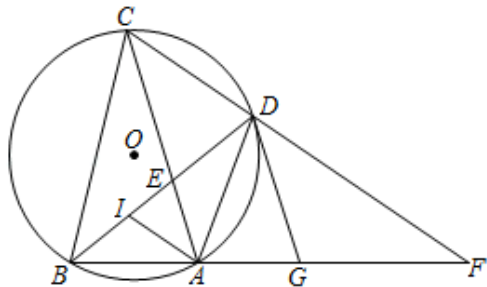


2. (2019•孝感) 如图, 点 I 是 $\triangle ABC$ 的内心, BI 的延长线与 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 交于点 D , 与 AC 交于点 E , 延长 CD 、 BA 相交于点 F , $\angle ADF$ 的平分线交 AF 于点 G .

(1) 求证: $DG \parallel CA$;

(2) 求证: $AD=ID$;

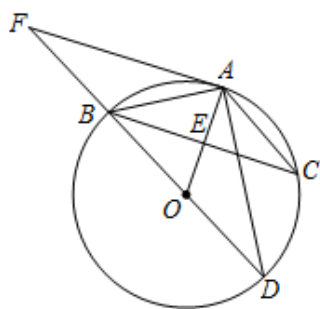
(3) 若 $DE=4$, $BE=5$, 求 BI 的长.



3. (2019•贺州) 如图, BD 是 $\odot O$ 的直径, 弦 BC 与 OA 相交于点 E , AF 与 $\odot O$ 相切于点 A , 交 DB 的延长线于点 F , $\angle F=30^\circ$, $\angle BAC=120^\circ$, $BC=8$.

(1) 求 $\angle ADB$ 的度数;

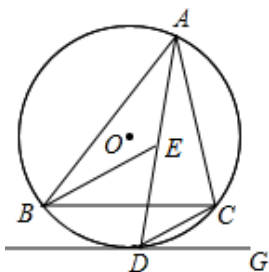
(2) 求 AC 的长度.



4. (2019•襄阳) 如图, 点 E 是 $\triangle ABC$ 的内心, AE 的延长线和 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 相交于点 D , 过 D 作直线 $DG \parallel BC$.

(1) 求证: DG 是 $\odot O$ 的切线;

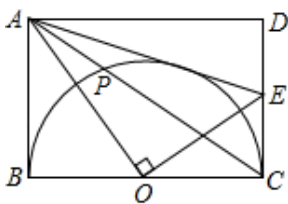
(2) 若 $DE=6$, $BC=6\sqrt{3}$, 求优弧 $\widehat{BAC}$ 的长.



5. (2019•贵港) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 以 BC 边为直径作半圆 O , $OE \perp OA$ 交 CD 边于点 E , 对角线 AC 与半圆 O 的另一个交点为 P , 连接 AE .

(1) 求证: AE 是半圆 O 的切线;

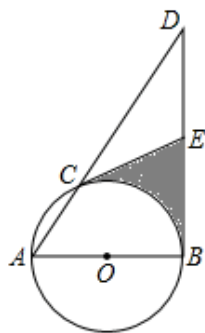
(2) 若 $PA=2$, $PC=4$, 求 AE 的长.



6. (2019•张家界) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 且 $AB=4\sqrt{3}$, 点 C 是 $\widehat{AB}$ 上的一动点 (不与 A, B 重合), 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交 AC 的延长线于点 D , 点 E 是 BD 的中点, 连接 EC .

(1) 求证: EC 是 $\odot O$ 的切线;

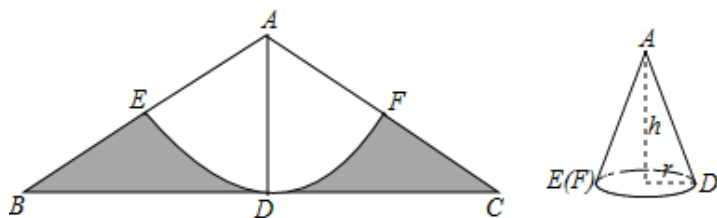
(2) 当 $\angle D=30^\circ$ 时, 求阴影部分面积.



7. (2019•邵阳) 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=120^\circ$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线，且 $AD=6$ ，以点 A 为圆心， AD 长为半径画弧 EF ，交 AB 于点 E ，交 AC 于点 F 。

(1) 求由弧 EF 及线段 FC 、 CB 、 BE 围成图形（图中阴影部分）的面积；

(2) 将阴影部分剪掉，余下扇形 AEF ，将扇形 AEF 围成一个圆锥的侧面， AE 与 AF 正好重合，圆锥侧面无重叠，求这个圆锥的高 h 。

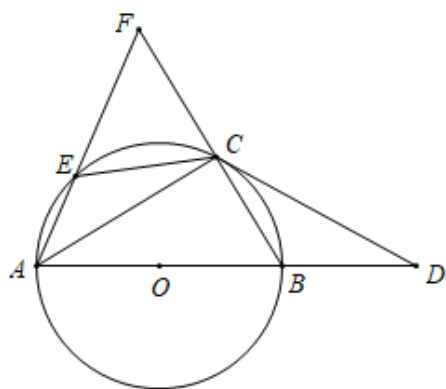


8. (2019•黄石) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 D 在 AB 的延长线上， C 、 E 是 $\odot O$ 上的两点， $CE=CB$ ， $\angle BCD=\angle CAE$ ，延长 AE 交 BC 的延长线于点 F 。

(1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 求证： $CE=CF$ ；

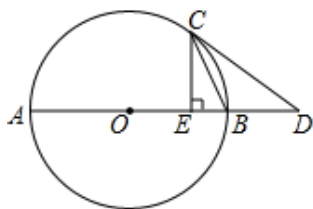
(3) 若 $BD=1$ ， $CD=\sqrt{2}$ ，求弦 AC 的长。



9. (2019•新疆) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 与 $\odot O$ 相切于点 C , 与 AB 的延长线交于点 D , $CE \perp AB$ 于点 E .

(1) 求证: $\angle BCE = \angle BCD$;

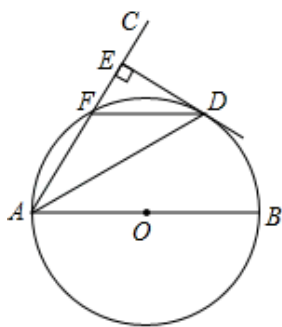
(2) 若 $AD = 10$, $CE = 2BE$, 求 $\odot O$ 的半径.



10. (2019•淮安) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 与 $\odot O$ 交于点 F , 弦 AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AC$, 垂足为 E .

(1) 试判断直线 DE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

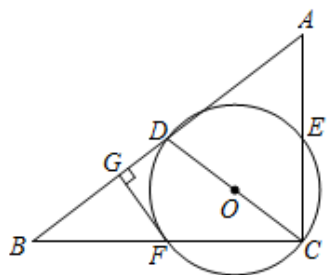
(2) 若 $\odot O$ 的半径为 2, $\angle BAC = 60^\circ$, 求线段 EF 的长.



11. (2019•咸宁) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为 AB 的中点, 以 CD 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC , BC 于点 E , F 两点, 过点 F 作 $FG \perp AB$ 于点 G .

(1) 试判断 FG 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由.

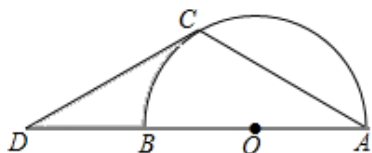
(2) 若 $AC=3$, $CD=2.5$, 求 FG 的长.



12. (2019•东营) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 是 AB 延长线上的一点, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $AC=CD$, $\angle ACD=120^\circ$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

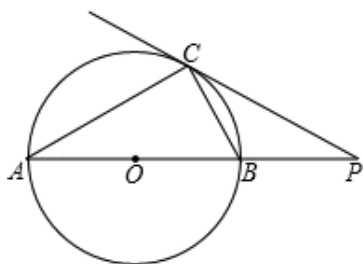
(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, 求图中阴影部分的面积.



13. (2019•毕节市) 如图, 点 P 在 $\odot O$ 外, PC 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点, 直线 PO 与 $\odot O$ 相交于点 A 、 B .

(1) 若 $\angle A=30^\circ$, 求证: $PA=3PB$;

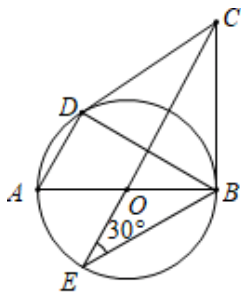
(2) 小明发现, $\angle A$ 在一定范围内变化时, 始终有 $\angle BCP = \frac{1}{2}(90^\circ - \angle P)$ 成立. 请你写出推理过程.



14. (2019•郴州) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 与 $\odot O$ 相切于点 D , 且 $AD \parallel OC$.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

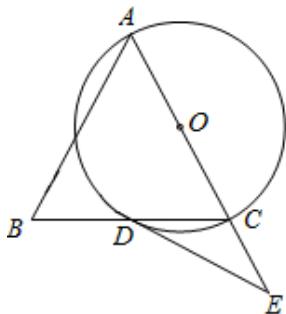
(2) 延长 CO 交 $\odot O$ 于点 E . 若 $\angle CEB=30^\circ$, $\odot O$ 的半径为 2, 求 $\widehat{BD}$ 的长. (结果保留 π)



15. (2019•十堰) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 点 E 为 AC 延长线上一点, 且 $\angle CDE = \frac{1}{2} \angle BAC$.

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

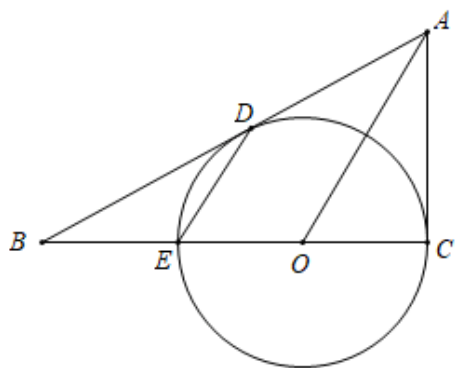
(2) 若 $AB=3BD$, $CE=2$, 求 $\odot O$ 的半径.



16. (2019•常德) 如图, $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的 AC 边相切于点 C , 与 AB 、 BC 边分别交于点 D 、 E , $DE \parallel OA$, CE 是 $\odot O$ 的直径.

(1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;

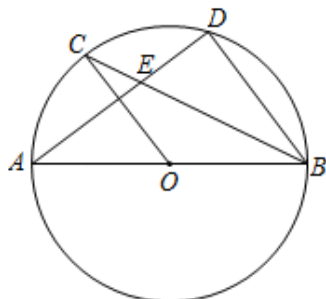
(2) 若 $BD=4$, $EC=6$, 求 AC 的长.



17. (2019•成都) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 、 D 为圆上的两点, $OC \parallel BD$, 弦 AD , BC 相交于点 E .

(1) 求证: $\widehat{AC} = \widehat{CD}$;

(3) 在 (2) 的条件下, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 交 BA 的延长线于点 P , 过点 P 作 $PQ \parallel CB$ 交 $\odot O$ 于 F, Q 两点 (点 F 在线段 PQ 上), 求 PQ 的长.



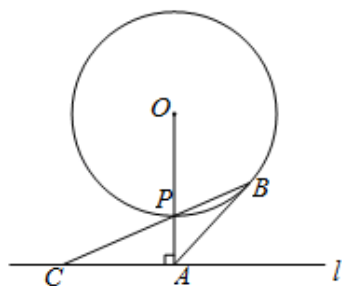
(1) 求 $\angle BAC$ 的度数;

(1) 求证: $\triangle BFG \cong \triangle CDG$;

20. (2019•乐山) 如图, 直线 l 与 $\odot O$ 相离, $OA \perp l$ 于点 A , 与 $\odot O$ 相交于点 P , $OA=5$. C 是直线 l 上一点, 连结 CP 并延长交 $\odot O$ 于另一点 B , 且 $AB=AC$.

(1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, 求线段 BP 的长.



第二十四章 圆 解答题—2019 年中考真题汇编 (二)

参考答案与试题解析

1. 【分析】(1) 由圆心角、弧、弦之间的关系得出 $\widehat{AE} = \widehat{DC}$, 由圆周角定理得出 $\angle ADE = \angle DBC$, 证明 $\triangle ADE \cong \triangle DBC$, 即可得出结论;

(2) 连接 CO 并延长交 AB 于 G , 作 $OH \perp AB$ 于 H , 则 $\angle OHG = \angle OHB = 90^\circ$, 由切线的性质得出 $\angle FCG = 90^\circ$, 得出 $\triangle CFG$ 、 $\triangle OGH$ 是等腰直角三角形, 得出 $CF = CG$, $OG = \sqrt{2}OH$, 由等边三角形的性质得出 $\angle OBH = 30^\circ$, 由直角三角形的性质得出 $OH = \frac{1}{2}OB = 1$, $OG = \sqrt{2}$, 即可得出答案.

【解答】(1) 证明: $\because AE = DC$,

$$\therefore \widehat{AE} = \widehat{DC},$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DBC,$$

$$\text{在 } \triangle ADE \text{ 和 } \triangle DBC \text{ 中, } \begin{cases} \angle ADE = \angle DBC \\ \angle E = \angle BCD \\ AE = DC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle DBC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore DE = BC;$$

(2) 解: 连接 CO 并延长交 AB 于 G , 作 $OH \perp AB$ 于 H , 如图所示:

$$\text{则 } \angle OHG = \angle OHB = 90^\circ,$$

$\because CF$ 与 $\odot O$ 相切于点 C ,

$$\therefore \angle FCG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle CFG$ 、 $\triangle OGH$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC = 4,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\because \angle AOB = 60^\circ, \quad OA = OB,$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore AB = OB,$$

$$\because \angle OBE = 30^\circ,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}OB, \quad BE = \sqrt{3}OE = 4,$$

$$\therefore OE = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AC = AB = OB = 2OE = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

【点评】本题考查了切线的性质、圆周角定理、等边三角形的判定与性质、垂径定理、直角三角形的性质等知识；熟练掌握切线的性质和圆周角定理，证出 $OA \perp BC$ 是解题的关键。

4. 【分析】(1) 连接 OD 交 BC 于 H ，如图，利用三角形内心的性质得到 $\angle BAD = \angle CAD$ ，则 $\widehat{BD} = \widehat{CD}$ ，

利用垂径定理得到 $OD \perp BC$ ， $BH = CH$ ，从而得到 $OD \perp DG$ ，然后根据切线的判定定理得到结论；

(2) 连接 BD 、 OB ，如图，先证明 $\angle DEB = \angle DBE$ 得到 $DB = DE = 6$ ，再利用正弦定义求出 $\angle BDH = 60^\circ$ ，则可判断 $\triangle OBD$ 为等边三角形，所以 $\angle BOD = 60^\circ$ ， $OB = BD = 6$ ，则 $\angle BOC = 120^\circ$ ，然后根据弧长公式计算优弧 $\widehat{BAC}$ 的长。

【解答】(1) 证明：连接 OD 交 BC 于 H ，如图，

$$\because \text{点 } E \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的内心,}$$

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\text{即 } \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD},$$

$$\therefore OD \perp BC, \quad BH = CH,$$

$$\because DG \parallel BC,$$

$$\therefore OD \perp DG,$$

$$\therefore DG \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线;}$$

(2) 解：连接 BD 、 OB ，如图，

$$\because \text{点 } E \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的内心,}$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

$$\because \angle DBC = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle BAD + \angle ABE = \angle DBC + \angle CBE = \angle DBE,$$

$$\therefore DB = DE = 6,$$

$$\because BH = \frac{1}{2}BC = 3\sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BDH \text{ 中, } \sin \angle BDH = \frac{BH}{BD} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle BDH = 60^\circ,$$

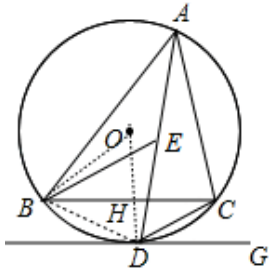
$$\text{而 } OB = OD,$$

$$\therefore \triangle OBD \text{ 为等边三角形,}$$

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ, \quad OB = BD = 6,$$

$$\therefore \angle BOC = 120^\circ,$$

$$\therefore \text{优弧 } \widehat{BAC} \text{ 的长} = \frac{(360-120) \cdot \pi \cdot 6}{180} = 8\pi.$$



【点评】 本题考查了三角形的内切圆与内心：三角形的内心到三角形三边的距离相等；三角形的内心与三角形顶点的连线平分这个内角。也考查了切线的判定和弧长公式。

5. **【分析】** (1) 根据已知条件推出 $\triangle ABO \sim \triangle OCE$ ，根据相似三角形的性质得到 $\angle BAO = \angle OAE$ ，过 O 作 $OF \perp AE$ 于 F ，根据全等三角形的性质得到 $OF = OB$ ，于是得到 AE 是半圆 O 的切线；

(2) 连接 PB ，根据圆周角定理得到 $BP \perp AC$ ，根据射影定理得到 $AB = 2\sqrt{3}$ ，由勾股定理得到 $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{6}$ ，求得 $BO = OC = \sqrt{6}$ ，根据勾股定理得到 $AO = \sqrt{AB^2 + OB^2} = 3\sqrt{2}$ ，根据相似三角形的性质得到 $OE = 3$ ，根据勾股定理即可得到 $AE = \sqrt{AO^2 + EO^2} = 3\sqrt{3}$ 。

【解答】 (1) 证明： $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中， $\angle ABO = \angle OCE = 90^\circ$ ，

$$\because OE \perp OA,$$

$$\therefore \angle AOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO + \angle AOB = \angle AOB + \angle COE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle COE,$$

$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle OCE,$$

$$\therefore \frac{AB}{OC} = \frac{AO}{OE},$$

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore \frac{AB}{OB} = \frac{AO}{OE},$$

$$\because \angle ABO = \angle AOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle AOE,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle OAE,$$

过 O 作 $OF \perp AE$ 于 F ,

$$\therefore \angle ABO = \angle AFO = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle ABO \text{ 与 } \triangle AFO \text{ 中, } \begin{cases} \angle BAO = \angle FAO \\ \angle ABO = \angle AFO, \\ AO = AO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle AFO \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OF = OB,$$

$\therefore AE$ 是半圆 O 的切线;

(2) 解: 连接 PB , $\because$ 以 BC 边为直径作半圆 O ,

$$\therefore BP \perp AC,$$

$$\therefore AB^2 = AP \cdot AC = 2 \times 6 = 12,$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{6},$$

$$\therefore BO = OC = \sqrt{6},$$

$$\therefore AO = \sqrt{AB^2 + OB^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\because \angle AOE = \angle ABO = \angle ECO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO + \angle AOB = \angle AOB + \angle COE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle COE,$$

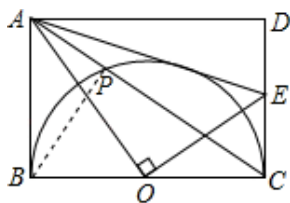
$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle OEC,$$

$$\therefore \frac{AO}{OE} = \frac{AB}{OC},$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{2}}{OE} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}},$$

$$\therefore OE = 3,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AO^2 + EO^2} = 3\sqrt{3}.$$



【点评】本题考查了切线的判定和性质，矩形的性质，相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

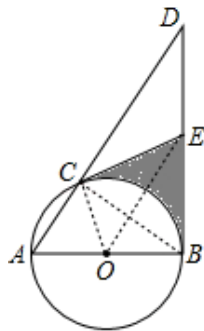
6. 【分析】(1) 连接 BC , OC , OE , 由 E 是 BD 的中点, 可得 $CE=BE$, 证明 $\triangle OCE \cong \triangle OBE$, 得 $\angle OCE = \angle OBE = 90^\circ$, 则结论得证;

(2) 阴影部分的面积即为四边形 $OBED$ 的面积减去扇形 COB 的面积.

【解答】解: (1) 如图, 连接 BC , OC , OE ,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,



在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, $\because BE=ED$,

$\therefore DE=EC=BE$,

$\because OC=OB$, $OE=OE$,

$\therefore \triangle OCE \cong \triangle OBE$ (SSS),

$\therefore \angle OCE = \angle OBE$,

$\because BD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle ABD = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCE = \angle ABD = 90^\circ$,

$\because OC$ 为半径,

$\therefore EC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) $\because OA=OB$, $BE=DE$,

$\therefore AD \parallel OE$,

$\therefore \angle D = \angle OEB$,

$\because \angle D = 30^\circ$,

$$\therefore \angle OEB = 30^\circ, \angle EOB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 120^\circ,$$

$$\because AB = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore OB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BE = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6.$$

$$\therefore \text{四边形 } OBEC \text{ 的面积为 } 2S_{\triangle OBE} = 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{阴影部分面积为 } S_{\text{四边形 } OBEC} - S_{\text{扇形 } BOC} = 12\sqrt{3} - \frac{120 \cdot \pi \times (2\sqrt{3})^2}{360} = 12\sqrt{3} - 4\pi.$$

【点评】此题综合考查了直角三角形的性质、等腰三角形的性质、切线的判定方法、扇形的面积计算方法.

7. 【分析】(1) 利用等腰三角形的性质得到 $AD \perp BC$, $BD = CD$, 则可计算出 $BD = 6\sqrt{3}$, 然后利用扇形的面积公式, 利用由弧 EF 及线段 FC 、 CB 、 BE 围成图形 (图中阴影部分) 的面积 $= S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形 } EAF}$ 进行计算;

(2) 设圆锥的底面圆的半径为 r , 利用圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长和弧长公式得到 $2\pi r = \frac{120 \cdot \pi \cdot 6}{180}$, 解得 $r = 2$, 然后利用勾股定理计算这个圆锥的高 h .

【解答】解: $\because$ 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ$,

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线,

$$\therefore AD \perp BC, BD = CD,$$

$$\therefore BD = \sqrt{3}AD = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore BC = 2BD = 12\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{由弧 } EF \text{ 及线段 } FC、CB、BE \text{ 围成图形 (图中阴影部分) 的面积} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形 } EAF} = \frac{1}{2} \times 6 \times 12\sqrt{3} - \frac{120 \cdot \pi \cdot 6^2}{360} = 36\sqrt{3} - 12\pi;$$

(2) 设圆锥的底面圆的半径为 r ,

$$\text{根据题意得 } 2\pi r = \frac{120 \cdot \pi \cdot 6}{180}, \text{ 解得 } r = 2,$$

$$\text{这个圆锥的高 } h = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}.$$

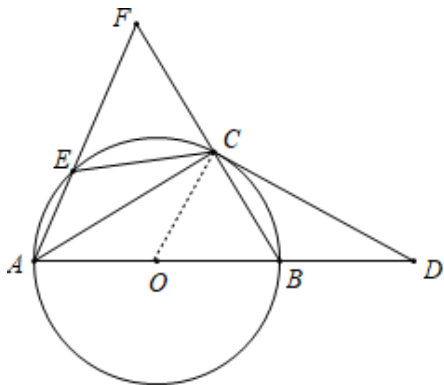
【点评】本题考查了圆锥的计算: 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长. 也考查了等腰三角形的性质和扇形的面积公式.

8. 【分析】(1) 连接 OC ，可证得 $\angle CAD = \angle BCD$ ，由 $\angle CAD + \angle ABC = 90^\circ$ ，可得出 $\angle OCD = 90^\circ$ ，即结论得证；

(2) 证明 $\triangle ABC \cong \triangle AFC$ 可得 $CB = CF$ ，又 $CB = CE$ ，则 $CE = CF$ ；

(3) 证明 $\triangle DCB \sim \triangle DAC$ ，可求出 DA 的长，求出 AB 长，设 $BC = a$ ， $AC = \sqrt{2}a$ ，则由勾股定理可得 AC 的长。

【解答】解：(1) 连接 OC ，



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CAD + \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\because CE = CB$ ，

$\therefore \angle CAE = \angle CAB$ ，

$\because \angle BCD = \angle CAE$ ，

$\therefore \angle CAB = \angle BCD$ ，

$\because OB = OC$ ，

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$ ，

$\therefore \angle OCB + \angle BCD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle OCD = 90^\circ$ ，

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) $\because \angle BAC = \angle CAE$ ， $\angle ACB = \angle ACF = 90^\circ$ ， $AC = AC$ ，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AFC$ (ASA)，

$\therefore CB = CF$ ，

又 $\because CB = CE$ ，

$\therefore CE = CF$ ；

(3) $\because \angle BCD = \angle CAD$ ， $\angle ADC = \angle CDB$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/748122071105006052>