

## 2025 届天津市第一中学高三最后适应性模拟考试试卷数学试题试卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $M = \{x | -1 \leq x < 5\}$ ,  $N = \{x | |x| < 2\}$ , 则  $M \cap N = ( \quad )$

- A.  $\{x | -1 \leq x < 2\}$     B.  $\{x | -2 < x < 5\}$     C.  $\{x | -1 \leq x < 5\}$     D.  $\{x | 0 < x < 2\}$

2. 不等式组  $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ y \geq \frac{1}{2}x \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$  表示的平面区域为  $\Omega$ , 则  $( \quad )$

- A.  $\forall (x, y) \in \Omega, x + 2y > 3$                       B.  $\exists (x, y) \in \Omega, x + 2y > 5$   
 C.  $\forall (x, y) \in \Omega, \frac{y+2}{x-1} > 3$                       D.  $\exists (x, y) \in \Omega, \frac{y+2}{x-1} > 5$

3. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x > 0 \\ g(x), & x < 0 \end{cases}$  是奇函数, 则  $g(f(-1))$  的值为  $( \quad )$

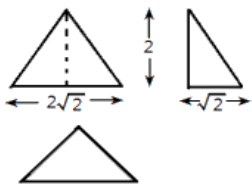
- A. -10                      B. -9                      C. -7                      D. 1

4. 已知点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  是函数  $f(x) = a\sqrt{x} + bx^2$  的函数图像上的任意两点, 且  $y = f(x)$  在点

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\right)$  处的切线与直线  $AB$  平行, 则  $( \quad )$

- A.  $a = 0$ ,  $b$  为任意非零实数                      B.  $b = 0$ ,  $a$  为任意非零实数  
 C.  $a$ 、 $b$  均为任意实数                      D. 不存在满足条件的实数  $a$ ,  $b$

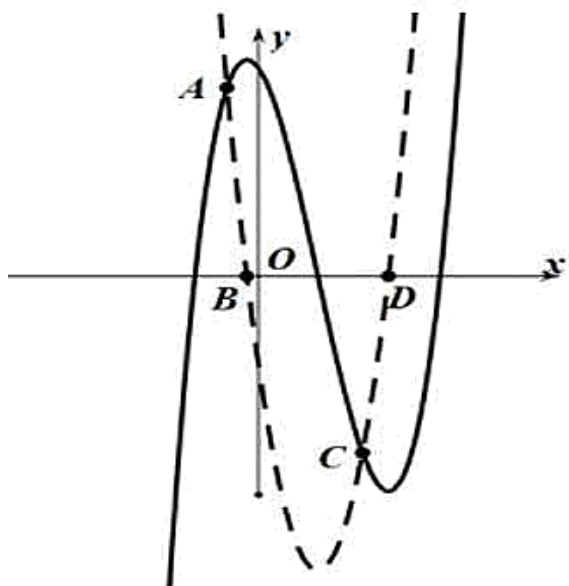
5. 已知棱锥的三视图如图所示, 其中俯视图是等腰直角三角形, 则该三棱锥的四个面中, 最大面积为  $( \quad )$



- A.  $2\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C. 4                      D.  $2\sqrt{6}$

6. 定义在  $[-2, 2]$  上的函数  $f(x)$  与其导函数  $f'(x)$  的图象如图所示, 设  $O$  为坐标原点,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$

四点的横坐标依次为  $-\frac{1}{2}$ 、 $-\frac{1}{6}$ 、 $1$ 、 $\frac{4}{3}$ ，则函数  $y = \frac{f(x)}{e^x}$  的单调递减区间是 ( )



- A.  $\left(-\frac{1}{6}, \frac{4}{3}\right)$       B.  $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$       C.  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right)$       D.  $(1, 2)$

7. 已知直线  $l_1: x = my$  ( $m \neq 0$ ) 与抛物线  $C: y^2 = 4x$  交于  $O$  (坐标原点),  $A$  两点, 直线  $l_2: x = my + m$  与抛物线  $C$  交于  $B, D$  两点. 若  $|BD| = 3|OA|$ , 则实数  $m$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{8}$

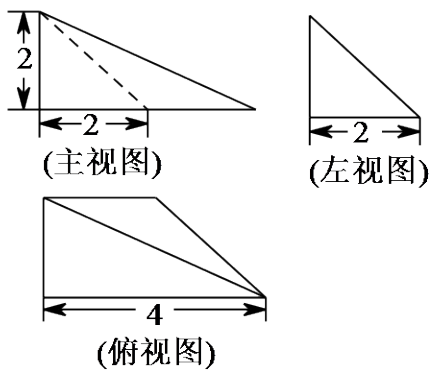
8. 已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3, & a_n \text{ 为奇数} \\ 2a_n + 1, & a_n \text{ 为偶数} \end{cases}$ , 则  $a_6 =$  ( )

- A. 16      B. 25      C. 28      D. 33

9. “ $a = 2$ ”是“直线  $ax + 2y - 1 = 0$  与  $x + (a - 1)y + 2 = 0$  互相平行”的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

10. 一个四棱锥的三视图如图所示 (其中主视图也叫正视图, 左视图也叫侧视图), 则这个四棱锥中最最长棱的长度是 ( ).



- A.  $2\sqrt{6}$       B. 4      C.  $2\sqrt{3}$       D.  $2\sqrt{2}$

11. 集合  $\left\{x \in \mathbb{N}^* \mid \frac{12}{x} \in \mathbb{Z}\right\}$  中含有的元素个数为 ( )

- A. 4      B. 6      C. 8      D. 12

12. 过双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左焦点作倾斜角为  $30^\circ$  的直线  $l$ , 若  $l$  与  $y$  轴的交点坐标为  $(0, b)$ , 则该双曲线的标准方程可能为 ( )

- A.  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$       B.  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$       C.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$       D.  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知  $f(x) = x|x|$ , 则满足  $f(2x-1) + f(x) \geq 0$  的  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

14. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $\sin A + \sin B = \sqrt{3} \sin C$ , 且  $c = 1$ , 则  $\triangle ABC$  面积的最大值为\_\_\_\_\_.

15. 设  $\alpha, \beta$  为互不重合的平面,  $m, n$  是互不重合的直线, 给出下列四个命题:

- ①若  $m \parallel n$ , 则  $m \parallel \alpha$ ;
- ②若  $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ ;
- ③若  $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$ , 则  $m \parallel n$ ;
- ④若  $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = m, n \subset \alpha, m \perp n$ , 则  $n \perp \beta$ ;

其中正确命题的序号为\_\_\_\_\_.

16. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l: y = \frac{1}{2}$  与函数  $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$  的图象在  $y$  轴右侧的公共点从

左到右依次为  $A_1, A_2, \dots$ , 若点  $A_1$  的横坐标为 1, 则点  $A_2$  的横坐标为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - ax - \ln x$  ( $a \in \mathbb{R}$ ).

(1) 若  $a=2$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 设  $g(x) = f(x) + \frac{3}{2}x^2 + 1$ , 若函数  $g(x)$  在  $\left[\frac{1}{e}, e\right]$  上有两个零点, 求实数  $a$  的取值范围.

18. (12分) 在直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $P(1,0)$ , 若以线段  $PQ$  为直径的圆与  $y$  轴相切.

(1) 求点  $Q$  的轨迹  $C$  的方程;

(2) 若  $C$  上存在两动点  $A, B$  ( $A, B$  在  $x$  轴异侧) 满足  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 32$ , 且  $\triangle PAB$  的周长为  $2|AB| + 2$ , 求  $|AB|$  的值.

19. (12分) 已知函数  $f(x) = \ln \frac{4-x}{x} + (2-a)(x-1)$ .

(1) 当  $a=1$  时.

① 求函数  $f(x)$  在  $(2, f(2))$  处的切线方程;

② 定义  $S_n = f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{4n-1}{n}\right)$  其中  $n \in \mathbb{N}^*$ , 求  $S_{2020}$ ;

(2) 当  $a \neq 2$  时, 设  $t(x) = f(x) - \ln(4x - x^2)$ ,  $g(x) = xe^{1-x}$  ( $e$  为自然对数的底数), 若对任意给定的  $x_0 \in (0, e]$ , 在  $(0, e]$  上总存在两个不同的  $x_i (i=1, 2)$ , 使得  $t(x_i) = g(x_0)$  成立, 求  $a$  的取值范围.

20. (12分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $2^1 \cdot a_1 + 2^2 \cdot a_2 + 2^3 \cdot a_3 + \dots + 2^n \cdot a_n = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2$  对一切  $n \in \mathbb{N}^*$  成立.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求数列  $\left\{\frac{1}{a_n \cdot a_{n+2}}\right\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

21. (12分) 若数列  $\{a_n\}$  前  $n$  项和为  $\{S_n\}$ , 且满足  $S_n = \frac{t}{t-1}(a_n - 2)$  ( $t$  为常数, 且  $t \neq 0, t \neq 1$ )

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = 1 - S_n$ , 且数列  $\{b_n\}$  为等比数列, 令  $c_n = a_n |\log_3 b_n|$ , 求证:  $c_1 + c_2 + \dots + c_n < \frac{3}{2}$ .

22. (10分) 2018年9月, 台风“山竹”在我国多个省市登陆, 造成直接经济损失达52亿元. 某青年志愿者组织调查了某地区的50个农户在该次台风中造成的直接经济损失, 将收集的数据分成五组:  $[0, 2000]$ ,  $(2000, 4000]$ ,  $(4000, 6000]$ ,  $(6000, 8000]$ ,  $(8000, 10000]$  (单位: 元), 得到如图所示的频率分布直方图.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/755331140043011313>