

山东省东平县第一中学 2024 届普通高中毕业班 5 月质量检查数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1, O 是该正四面体外接球球心, 且 $\vec{AO} = x\vec{AB} + y\vec{AC} + z\vec{AD}$, $x, y, z \in \mathbf{R}$, 则

$x + y + z = (\quad)$

- | | |
|------------------|------------------|
| A. $\frac{3}{4}$ | B. $\frac{1}{3}$ |
| C. $\frac{1}{2}$ | D. $\frac{1}{4}$ |

2. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前项和为 S_n , 若 $8a_{2019} + a_{2016} = 0$, 则 $\frac{S_6}{S_3}$ 的值为 ()

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| A. $\frac{3}{2}$ | B. $\frac{1}{2}$ | C. $\frac{7}{8}$ | D. $\frac{9}{8}$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|

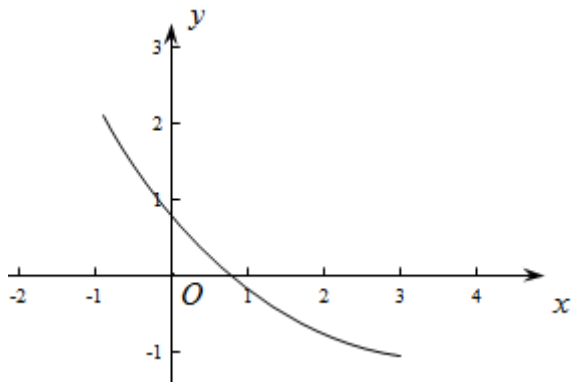
3. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid y = \sqrt{4-x}\}$, $B = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- | | | | |
|-------------|------------------|---------------|-------------|
| A. $[0, 4]$ | B. $\{0, 2, 4\}$ | C. $\{2, 4\}$ | D. $[2, 4]$ |
|-------------|------------------|---------------|-------------|

4. 若复数 z 满足 $(2+3i)z = 13i$, 则 $z = (\quad)$

- | | | | |
|------------|-----------|------------|-----------|
| A. $-3+2i$ | B. $3+2i$ | C. $-3-2i$ | D. $3-2i$ |
|------------|-----------|------------|-----------|

5. 已知函数 $y = \log_a(x+c)$ (a, c 是常数, 其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的大致图象如图所示, 下列关于 a, c 的表述正确的是 ()



11. 已知双曲线 C 的一个焦点为 $(0, 5)$, 且与双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的渐近线相同, 则双曲线 C 的标准方程为()

- A. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{20} = 1$ C. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ D. $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

12. $(x - \frac{1}{x} + 1)^5$ 展开项中的常数项为

- A. 1 B. 11 C. -19 D. 51

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知点 P 在直线 AB_1 上运动, 则下列四个命题中: ①三棱锥 $D - C_1BP$ 的体积不变; ② $DP \perp D_1C$; ③当 P 为 AB_1 中点时, 二面角 $P - A_1C_1 - C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$; ④若正方体的棱长为 2, 则

$|DP| + |BP|$ 的最小值为 $\sqrt{8 + 4\sqrt{2}}$; 其中说法正确的是_____ (写出所有说法正确的编号)

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{ex}{e^x}, & x \leq 2 \\ \frac{4x-8}{5x}, & x > 2 \end{cases}$, (其中 e 为自然对数的底数), 若关于 x 的方程 $f^2(x) - 3a|f(x)| + 2a^2 = 0$ 恰

有 5 个相异的实根, 则实数 a 的取值范围为_____.

15. 在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, 且 $2a_1, a_3, 3a_2$ 成等差数列, 则 $a_n =$ _____.

16. 戊戌年结束, 己亥年伊始, 小康, 小梁, 小谭, 小杨, 小刘, 小林六人分成四组, 其中两个组各 2 人, 另两个组各 1 人, 分别奔赴四所不同的学校参加演讲, 则不同的分配方案有_____种 (用数字作答),

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 设数列 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, 其前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, 若 a_1, a_2, a_5 成等比数列.

(1) 求 a_n 及 S_n ;

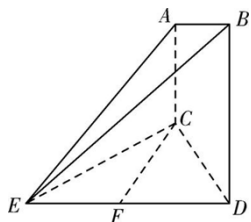
(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_{n+1}^2 - 1} (n \in N^*)$, 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n , 证明: $T_n < \frac{1}{4}$.

18. (12 分) “绿水青山就是金山银山”, 为推广生态环境保护意识, 高二一班组织了环境保护兴趣小组, 分为两组, 讨论学习. 甲组一共有 4 人, 其中男生 3 人, 女生 1 人, 乙组一共有 5 人, 其中男生 2 人, 女生 3 人, 现要从这 9 人的两个兴趣小组中抽出 4 人参加学校的环保知识竞赛.

(1) 设事件 A 为 “选出的这 4 个人中要求两个男生两个女生, 而且这两个男生必须来自不同的组”, 求事件 A 发生的概率;

(2) 用 X 表示抽取的 4 人中乙组女生的人数, 求随机变量 X 的分布列和期望

19. (12分) 如图所示, 已知 $AC \perp$ 平面 CDE , $BD \parallel AC$, $\triangle CDE$ 为等边三角形, F 为边 ED 上的中点, 且 $CD = BD = 2AC = 2$.



- (I) 求证: $CF \parallel$ 平面 ABE ;
 (II) 求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 BDE ;
 (III) 求该几何体 $E-ABDC$ 的体积.

20. (12分) 已知函数 $f(x) = |2x+1|$.

- (1) 解不等式: $f(x) + f(x-2) \leq 6$;
 (2) 求证: $f(x+a^2) - f(x-1) \leq |x+2a^2+3| + |x+2a-a^2|$.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = |x+a| + |2x-5|$ ($a > 0$).

- (1) 当 $a=2$ 时, 解不等式 $f(x) \geq 5$;
 (2) 当 $x \in [a, 2a-2]$ 时, 不等式 $f(x) \leq |x+4|$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

22. (10分) 已知椭圆 C 的中心在坐标原点 O , 其短半轴长为 1, 一个焦点坐标为 $(1, 0)$, 点 A 在椭圆 C 上, 点 B 在直线 $y = \sqrt{2}$ 上, 且 $OA \perp OB$.

- (1) 证明: 直线 AB 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切;
 (2) 设 AB 与椭圆 C 的另一个交点为 D , 当 $\triangle AOB$ 的面积最小时, 求 OD 的长.

参考答案

- 一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.
 1、A

【解析】

如图设 $AF \perp$ 平面 BCD ，球心 O 在 AF 上，根据正四面体的性质可得 $AO = \frac{3}{4}AF$ ，根据平面向量的加法的几何意义，重心的性质，结合已知求出 $x + y + z$ 的值。

【详解】

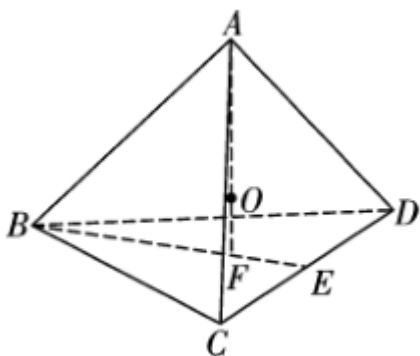
如图设 $AF \perp$ 平面 BCD ，球心 O 在 AF 上，由正四面体的性质可得：三角形 BCD 是正三角形，

$$BF = \frac{2}{3} \times \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad AF = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}, \quad \text{在直角三角形 } FOB \text{ 中,}$$

$$OB^2 = OF^2 + BF^2 \Rightarrow OA^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{3} - AO\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow AO = \frac{\sqrt{6}}{4},$$

$AO = \frac{3}{4}AF$ ， $\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BF}$ ， $\vec{AF} = \vec{AD} + \vec{DF}$ ， $\vec{AF} = \vec{AC} + \vec{CF}$ ，因为 F 为重心，因此 $\vec{FB} + \vec{FC} + \vec{FD} = \vec{0}$ ，则

$3\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ ，因此 $AO = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ ，因此 $x = y = z = \frac{1}{4}$ ，则 $x + y + z = \frac{3}{4}$ ，故选 A.



【点睛】

本题考查了正四面体的性质，考查了平面向量加法的几何意义，考查了重心的性质，属于中档题。

2、C

【解析】

求得等比数列 $\{a_n\}$ 的公比，然后利用等比数列的求和公式可求得 $\frac{S_6}{S_3}$ 的值。

【详解】

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ， $8a_{2019} + a_{2016} = 0$ ， $\therefore q^3 = \frac{a_{2019}}{a_{2016}} = -\frac{1}{8}$ ， $\therefore q = -\frac{1}{2}$ ，

$$\text{因此, } \frac{S_6}{S_3} = \frac{1 - q^6}{1 - q^3} = 1 + q^3 = \frac{7}{8}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查等比数列求和公式的应用，解答的关键就是求出等比数列的公比，考查计算能力，属于基础题。

3、B

【解析】

计算 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，再计算交集得到答案

【详解】

$A = \{x \in N \mid y = \sqrt{4-x}\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{x \mid x = 2n, n \in Z\}$ 表示偶数，

故 $A \cap B = \{0, 2, 4\}$ 。

故选：B。

【点睛】

本题考查了集合的交集，意在考查学生的计算能力。

4、B

【解析】

由题意得， $z = \frac{13i}{2+3i}$ ，求解即可。

【详解】

因为 $(2+3i)z = 13i$ ，所以 $z = \frac{13i}{2+3i} = \frac{13i(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{26i+39}{4+9} = 3+2i$ 。

故选：B。

【点睛】

本题考查复数的四则运算，考查运算求解能力，属于基础题。

5、D

【解析】

根据指数函数的图象和特征以及图象的平移可得正确的选项。

【详解】

从题设中提供的图像可以看出 $0 < a < 1, \log_a c > 0, \log_a(1+c) > 0$ ，

故得 $0 < c < 1, 0 < a < 1$ ，

故选：D。

【点睛】

本题考查图象的平移以及指数函数的图象和特征，本题属于基础题。

6、D

【解析】

利用 $f(a)$ 与 $f(-a)$ 的关系, 求得 $f(-a)$ 的值.

【详解】

依题意 $f(a) = e^a - e^{-a} - 1 = 1, e^a - e^{-a} = 2,$

所以 $f(-a) = e^{-a} - e^a - 1 = -(e^a - e^{-a}) - 1 = -2 - 1 = -3$

故选: D

【点睛】

本小题主要考查函数值的计算, 属于基础题.

7、D

【解析】

根据图形中的信息, 可得频率、平均值的估计、众数、中位数, 从而得到答案.

【详解】

对 A, 从图中数据变化看, PMI 值不低于 50% 的月份有 4 个, 所以 12 个月的 PMI 值不低于 50% 的频率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3},$

故 A 正确;

对 B, 由图可以看出, PMI 值的平均值低于 50%, 故 B 正确;

对 C, 12 个月的 PMI 值的众数为 49.4%, 故 C 正确,;

对 D, 12 个月的 PMI 值的中位数为 49.6%, 故 D 错误

故选: D.

【点睛】

本题考查频率、平均值的估计、众数、中位数计算, 考查数据处理能力, 属于基础题.

8、B

【解析】

分三种情况, 任务 A 排在第一位时, E 排在第二位; 任务 A 排在第二位时, E 排在第三位; 任务 A 排在第三位时, E 排在第四位, 结合任务 B 和 C 不能相邻, 分别求出三种情况的排列方法, 即可得到答案.

【详解】

六项不同的任务分别为 A、B、C、D、E、F,

如果任务 A 排在第一位时, E 排在第二位, 剩下四个位置, 先排好 D、F, 再在 D、F 之间的 3 个空位中插入 B、C,

此时共有排列方法: $A_2^2 A_3^2 = 12;$

如果任务 A 排在第二位时, E 排在第三位, 则 B、C 可能分别在 A、E 的两侧, 排列方法有 $C_3^1 A_2^2 A_2^2 = 12,$ 可能都在

A 、 E 的右侧，排列方法有 $A_2^2 A_2^2 = 4$ ；

如果任务 A 排在第三位时， E 排在第四位，则 B 、 C 分别在 A 、 E 的两侧 $C_2^1 C_2^1 A_2^2 A_2^2 = 16$ ；

所以不同的执行方案共有 $12 + 12 + 4 + 16 = 44$ 种。

【点睛】

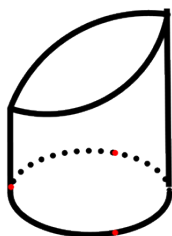
本题考查了排列组合问题，考查了学生的逻辑推理能力，属于中档题。

9、B

【解析】

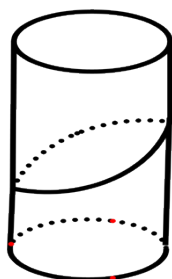
三视图对应的几何体为如图所示的几何体，利用割补法可求其体积。

【详解】



根据三视图可得原几何体如图所示，它是一个圆柱截去上面一块几何体，

把该几何体补成如下图所示的圆柱，



其体积为 $\pi \times 1^2 \times 3$ ，故原几何体的体积为 $\frac{3}{2}\pi$ 。

故选：B.

【点睛】

本题考查三视图以及不规则几何体的体积，复原几何体时注意三视图中的点线关系与几何体中的点、线、面的对应关系，另外，不规则几何体的体积可用割补法来求其体积，本题属于基础题。

10、B

【解析】

利用复数的四则运算以及几何意义即可求解。

【详解】

$$\text{解: } z = \frac{i}{2-i} = \frac{i(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{-1+2i}{5} = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i,$$

则复数 $z = \frac{i}{2-i}$ (i 是虚数单位) 在复平面内对应的点的坐标为: $\left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$,

位于第二象限.

故选: **B**.

【点睛】

本题考查了复数的四则运算以及复数的几何意义, 属于基础题.

11、**B**

【解析】

根据焦点所在坐标轴和渐近线方程设出双曲线的标准方程, 结合焦点坐标求解.

【详解】

\therefore 双曲线 C 与 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的渐近线相同, 且焦点在 y 轴上,

\therefore 可设双曲线 C 的方程为 $\frac{y^2}{k} - \frac{x^2}{4k} = 1$, 一个焦点为 $(0, 5)$,

$\therefore k + 4k = 25$, $\therefore k = 5$, 故 C 的标准方程为 $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{20} = 1$.

故选: **B**

【点睛】

此题考查根据双曲线的渐近线和焦点求解双曲线的标准方程, 易错点在于漏掉考虑焦点所在坐标轴导致方程形式出错.

12、**B**

【解析】

展开式中的每一项是由每个括号中各出一项组成的, 所以可分成三种情况.

【详解】

展开式中的项为常数项, 有 3 种情况:

(1) 5 个括号都出 1, 即 $T = 1$;

(2) 两个括号出 x , 两个括号出 $\left(-\frac{1}{x}\right)$, 一个括号出 1, 即 $T = C_5^2 \cdot x^2 \cdot C_3^2 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^2 \cdot 1 = 30$;

(3) 一个括号出 x , 一个括号出 $\left(-\frac{1}{x}\right)$, 三个括号出 1, 即 $T = C_5^1 \cdot x \cdot C_4^1 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) \cdot 1 = -20$;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/756200235140011001>