

2023-2024 学年北京市广渠门中学高二（上）月考数学试卷（10 月份）

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. 在空间直角坐标系中，点 B 是点 $A(1,2,3)$ 在坐标平面 xOy 上的射影， O 为坐标原点，则 OB 的长为（ ）

- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据射影的定义，求出点 A 在 xOy 坐标平面内的射影 B ，计算线段 $|OB|$ 即可．

【详解】在空间直角坐标系中，点 B 是 $A(1,2,3)$ 在 xOy 坐标平面内的射影，

所以 B 点的坐标是 $(1,2,0)$ ，故 $|OB| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{5}$ ．

故选：D

2. 设 A, B 是一个随机试验中的两个事件，则（ ）

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ B. $P(A) + P(B) \leq 1$
C. $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ D. 若 $A \subseteq B$ ，则 $P(A) \leq P(B)$

【答案】D

【解析】

【分析】根据概率的性质，逐一分析选项，即可得答案．

【详解】对于 A：若 A, B 是一个随机试验中的两个事件，则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ ，故 A 错误；

对于 B：若 $P(A) > \frac{1}{2}, P(B) > \frac{1}{2}$ ，则 $P(A) + P(B) > 1$ ，故 B 错误；

对于 C：当 A, B 独立时， $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ，

当 A, B 不独立时，则不成立，故 C 错误；

对于 D：若 $A \subseteq B$ ，则 $P(A) \leq P(B)$ ，故 D 正确．

故选：D

3. 抛掷 3 枚质地均匀的硬币，记事件 $A = \{\text{至少 1 枚正面朝上}\}$ ， $B = \{\text{至多 2 枚正面朝上}\}$ ，事件 $C = \{$

2023-2024 学年北京市广渠门中学高二（上）月考数学试卷（10 月份）

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. 在空间直角坐标系中，点 B 是点 $A(1,2,3)$ 在坐标平面 xOy 上的射影， O 为坐标原点，则 OB 的长为（ ）

- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据射影的定义，求出点 A 在 xOy 坐标平面内的射影 B ，计算线段 $|OB|$ 即可．

【详解】在空间直角坐标系中，点 B 是 $A(1,2,3)$ 在 xOy 坐标平面内的射影，

所以 B 点的坐标是 $(1,2,0)$ ，故 $|OB| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{5}$ ．

故选：D

2. 设 A, B 是一个随机试验中的两个事件，则（ ）

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ B. $P(A) + P(B) \leq 1$
C. $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ D. 若 $A \subseteq B$ ，则 $P(A) \leq P(B)$

【答案】D

【解析】

【分析】根据概率的性质，逐一分析选项，即可得答案．

【详解】对于 A：若 A, B 是一个随机试验中的两个事件，则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ ，故 A 错误；

对于 B：若 $P(A) > \frac{1}{2}, P(B) > \frac{1}{2}$ ，则 $P(A) + P(B) > 1$ ，故 B 错误；

对于 C：当 A, B 独立时， $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ，

当 A, B 不独立时，则不成立，故 C 错误；

对于 D：若 $A \subseteq B$ ，则 $P(A) \leq P(B)$ ，故 D 正确．

故选：D

3. 抛掷 3 枚质地均匀的硬币，记事件 $A = \{\text{至少 1 枚正面朝上}\}$ ， $B = \{\text{至多 2 枚正面朝上}\}$ ，事件 $C = \{$

没有硬币正面朝上}，则下列正确的是（ ）

A. $C = A \cap B$

B. $C = A \cup B$

C. $C \subseteq A$

D. $C \subseteq B$

【答案】D

【解析】

【分析】合理设出事件，从而得到事件 A, B, C 三者的关系.

【详解】记事件 $D = \{1 \text{ 枚硬币正面朝上}\}$, $E = \{2 \text{ 枚硬币正面朝上}\}$, $F = \{3 \text{ 枚硬币正面朝上}\}$, 则

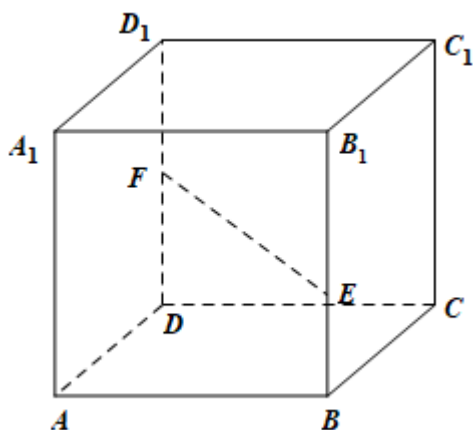
$$A = D \cup E \cup F, \quad B = C \cup D \cup E,$$

显然 $C \neq A \cap B$, $C \neq A \cup B$, $C \subseteq B$, C 不含于 A .

故选: D

4. 如图, 在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别在棱 BB_1 和 DD_1 上, 且 $BE = \frac{1}{3}BB_1$,

$DF = \frac{1}{2}DD_1$. 若 $\vec{EF} = x\vec{AB} + y\vec{AD} + z\vec{AA_1}$, 则 $x + y + z =$ ()



A. -1

B. 0

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意, 结合向量加法与数乘运算, 即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【详解】因为 } \vec{EF} &= \vec{EB} + \vec{BA} + \vec{AD} + \vec{DF} = -\frac{1}{3}\vec{BB_1} - \vec{AB} + \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{DD_1} \\ &= -\frac{1}{3}\vec{AA_1} - \vec{AB} + \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AA_1} = -\vec{AB} + \vec{AD} + \frac{1}{6}\vec{AA_1}. \end{aligned}$$

所以 $x = -1$, $y = 1$, $z = \frac{1}{6}$, 故 $x + y + z = \frac{1}{6}$.

故选: D.

5. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=1$, $AA_1=\sqrt{3}$, 则异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】C

【解析】

【详解】分析: 先建立空间直角坐标系, 设立各点坐标, 利用向量数量积求向量夹角, 再根据向量夹角与线线角相等或互补关系求结果.

详解: 以 D 为坐标原点, DA, DC, DD_1 为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系, 则

$D(0,0,0), A(1,0,0), B_1(1,1,\sqrt{3}), D_1(0,0,\sqrt{3})$, 所以 $\overrightarrow{AD_1}=(-1,0,\sqrt{3}), \overrightarrow{DB_1}=(1,1,\sqrt{3})$,

因为 $\cos\langle\overrightarrow{AD_1}, \overrightarrow{DB_1}\rangle = \frac{\overrightarrow{AD_1} \cdot \overrightarrow{DB_1}}{|\overrightarrow{AD_1}| |\overrightarrow{DB_1}|} = \frac{-1+3}{2 \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 所以异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 选

C.

点睛: 利用法向量求解空间线面角的关键在于“四破”: 第一, 破“建系关”, 构建恰当的空间直角坐标系; 第二, 破“求坐标关”, 准确求解相关点的坐标; 第三, 破“求法向量关”, 求出平面的法向量; 第四, 破“应用公式关”.

6. 已知 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, 则 $\sin 2\alpha$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{25}$ B. $\frac{24}{25}$ C. $-\frac{24}{25}$ D. $-\frac{1}{25}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据诱导公式可求 $\sin \alpha$, 再利用同角三角函数基本关系式可求 $\cos \alpha$ 的值, 进而利用二倍角的正弦公式即可求解 $\sin 2\alpha$ 的值.

【详解】 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \alpha = -\frac{3}{5}$,

因为 $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$,

所以 $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{4}{5}$,

则 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \frac{4}{5} = -\frac{24}{25}$.

故选: C.

7. 已知 $\vec{a} = (2, -1, 3)$, $\vec{b} = (-1, 4, -2)$, $\vec{c} = (7, 5, \lambda)$, 若 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 三向量共面, 则实数 λ 等于 ()

- A. $\frac{62}{7}$ B. $\frac{63}{7}$ C. $\frac{64}{7}$ D. $\frac{65}{7}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据向量共面可设 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, 由此可列出方程组, 求得 x, y 的值, 即可得答案.

【详解】因为 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 三向量共面, 故设 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, ($x, y \in \mathbb{R}$),

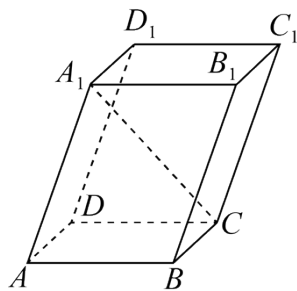
$$\text{即 } (7, 5, \lambda) = x(2, -1, 3) + y(-1, 4, -2) = (2x - y, -x + 4y, 3x - 2y),$$

$$\text{即有 } \begin{cases} 2x - y = 7 \\ -x + 4y = 5 \\ 3x - 2y = \lambda \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = \frac{33}{7} \\ y = \frac{17}{7} \end{cases},$$

$$\text{故 } \lambda = 3x - 2y = \frac{65}{7},$$

故选: D

8. 如图, 在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面是边长为 1 的正方形, 若 $\angle A_1AB = \angle A_1AD = 60^\circ$, 且 $A_1A = 3$, 则 A_1C 的长为 ()



- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{17}$

【答案】A

【解析】

【分析】由 $\vec{AC_1} = \vec{AB} + \vec{AD} - \vec{AA_1}$, 借助模长公式能求出 AC_1 的长.

【详解】Q $\vec{A_1C} = \vec{A_1A} + \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD} - \vec{AA_1}$,

$$\therefore |\vec{A_1C}|^2 = (\vec{AB} + \vec{AD} - \vec{AA_1})^2$$

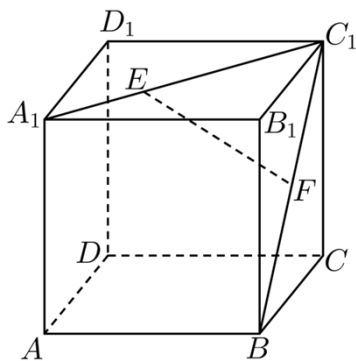
$$= 5,$$

9. 某人把一枚硬币抛掷 100 次，出现 50 次正面的概率 () (参考数据 $C_{100}^{50} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{100} \approx 0.08$)

- 【答案】A

【分析】根据二项分布的知识求得正确答案.

10. 如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， F 为线段 BC_1 的中点， E 为线段 A_1C_1 上的动点，则下列四个结论正确的是（ ）



- A. 存在点 E ，使 $EF \parallel BD$
- B. 三棱锥 $B_1 - ACE$ 的体积随动点 E 变化而变化
- C. 直线 EF 与 AD_1 所成的角不可能等于 60°

D. 存在点 E , 使 $EF \perp$ 平面 AB_1C_1D

【答案】D

【解析】

【分析】建立空间直角坐标系, 利用空间向量来表达出 $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AD_1}$, 从而判断 AC 选项; 求出平面 AB_1C_1D 的法向量 $\vec{n} = (0, 1, -1)$, 判断 $\overrightarrow{EF}$ 与 $\vec{n} = (0, 1, -1)$ 的关系, 判断 D 选项; B 选项可以判断出 $A_1C_1 \parallel$ 平面 ACB_1 , 从而得到 E 到平面 ACB_1 的距离不变, 所以 V_{E-ACB_1} 为定值, 不随 E 的变动而变动, 故三棱锥 B_1-ACE 的体积不随动点 E 变化而变化, B 选项错误.

【详解】以点 D 为原点, DA , DC , DD_1 所在直线为 x 轴, y 轴, z 轴建立空间直角坐标系, 设正方体边长为 2, 则 $F(1, 2, 1)$, $D(0, 0, 0)$, $B(2, 2, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $D_1(0, 0, 2)$, $B_1(2, 2, 2)$, 因为 E 为线段 A_1C_1 上运动, 设 $E(m, 2-m, 2)$ ($0 \leq m \leq 2$), 则 $\overrightarrow{EF} = (1-m, m, -1)$, $\overrightarrow{BD} = (-2, -2, 0)$, 若 $EF \parallel BD$, 则 $\overrightarrow{EF} = t\overrightarrow{BD}$ ($t \neq 0$), 则有 $-1 = t \times 0$, 显然无解, 故 A 错误;

因为 $A_1C_1 \parallel AC$, $AC \subset$ 平面 ACB_1 , $A_1C_1 \not\subset$ 平面 ACB_1 , 故 $A_1C_1 \parallel$ 平面 ACB_1 , 因为 E 为线段 A_1C_1 上运动, 故 E 到平面 ACB_1 的距离不变, 所以 V_{E-ACB_1} 为定值, 不随 E 的变动而变动, 故三棱锥 B_1-ACE 的体积不随动点 E 变化而变化, B 错误;

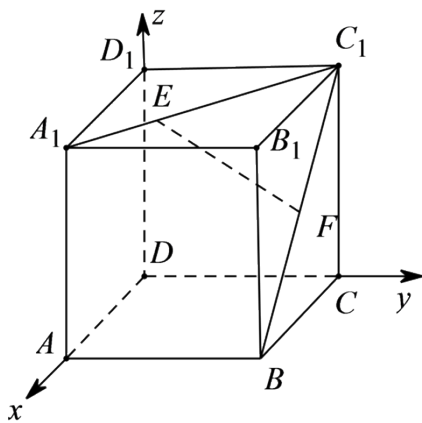
$\overrightarrow{AD_1} = (-2, 0, 2)$, 设直线 EF 与 AD_1 所成角为 θ , 则

$$\cos \theta = \left| \cos \langle \overrightarrow{AD_1}, \overrightarrow{EF} \rangle \right| = \left| \frac{(-2, 0, 2) \cdot (1-m, m, -1)}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2m^2 - 2m + 2}} \right| = \frac{|m-2|}{2\sqrt{m^2 - m + 1}}, \text{ 令 } \cos \theta = \frac{1}{2}, \text{ 解得: } m = 1, \text{ 故当}$$

E 为 A_1C_1 中点时, 此时直线 EF 与 AD_1 所成的角为 60° , 故 C 错误;

设平面 AB_1C_1D 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$, 则 $\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{DA} = x = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB_1} = 2y + 2z = 0 \end{cases}$, 令 $y = 1$ 得: $z = -1$, 故

$\vec{n} = (0, 1, -1)$, 因为当 $m = 1$ 时, $(1-m, m, -1) = (0, 1, -1)$ 即 $\overrightarrow{EF} = \vec{n}$, 故 $EF \perp$ 平面 AB_1C_1D , 故 D 正确.



故选：D

二、填空题（本大题共 5 小题，共 25 分）

11. 设 $x, y \in \mathbf{R}$ ，向量 $\vec{a} = (x, 1, 1)$ ， $\vec{b} = (1, y, 1)$ ， $\vec{c} = (2, -4, 2)$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{c}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ，则 $x + y$ 的值为

_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】利用空间向量数量积的坐标表示以及空间向量共线的坐标表示即可求解.

【详解】由 $\vec{a} \perp \vec{c}$ ，向量 $\vec{a} = (x, 1, 1)$ ， $\vec{b} = (1, y, 1)$ ， $\vec{c} = (2, -4, 2)$ ，

$\therefore \vec{a} \cdot \vec{c} = 2x - 4 + 2 = 0$ ，解得 $x = 1$ ，又 $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ，

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{1}{2}$ ，解得 $y = -2$ ，

则 $x + y = -1$.

故答案为：-1.

12. 已知平面 α 的一个法向量为 $\vec{n} = (3, 1, 2)$ ，点 $A(2, -1, 2)$ 为平面 α 内的一点，则点 $P(1, -1, 1)$ 与平面 α

的关系为 _____；点 $Q\left(1, 3, \frac{3}{2}\right)$ 与平面 α 的关系为 _____（用 $\in$ ， $\notin$ 等集合符号填空）.

【答案】 ①. $\notin$ ②. $\in$

【解析】

【分析】根据法向量的性质进行求解即可.

【详解】空一： $\vec{PA} = (1, 0, 1)$ ，因为 $\vec{PA} \cdot \vec{n} = 3 + 2 = 5 \neq 0$ ，

所以 $\vec{PA}$ 与 $\vec{n}$ 不互相垂直，因此 $P \notin \alpha$ ；

空二: $\vec{QA} = \left(1, -4, \frac{1}{2}\right)$, 因为 $\vec{QA} \cdot \vec{n} = 3 - 4 + 1 = 0$,

所以 $\vec{QA} \perp \vec{n}$, 因此 $Q \in \alpha$.

故答案为: $\notin$; $\in$.

13. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $C = \frac{\pi}{4}$, $\cos B = \frac{3}{5}$, $AB = 5$, 则 $\sin A =$ ____; $\triangle ABC$ 的面积为 ____.

【答案】 ①. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ ②. $\frac{7}{10}\sqrt{2}$ ③. 14

【解析】

【分析】由已知可求出 $\sin B$ 、 $\sin C$ 、 $\cos C$, 由 $\sin A = \sin(B+C)$ 展开即可求出答案; 由正弦定理可求出 $AC = 4\sqrt{2}$, 再由面积公式 $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A$ 可求出答案.

【详解】在 $\triangle ABC$ 中, 因为 $\cos B = \frac{3}{5}$, $0 < B < \frac{3}{4}\pi$.

$$\therefore \sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{4}{5}$$

$$C = \frac{\pi}{4}, \therefore \sin C = \cos C = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

又因为 $A + B + C = \pi$.

$$\text{所以 } \sin A = \sin(B+C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C = \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{10},$$

$$\text{由正弦定理有 } \frac{5}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{AC}{\frac{4}{5}} \Rightarrow AC = 4\sqrt{2},$$

$$\text{所以 } S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \times 5 \times 4\sqrt{2} \times \frac{7\sqrt{2}}{10} = 14.$$

故答案为: $\frac{7\sqrt{2}}{10}$; 14.

14. 已知正四面体 $D-ABC$ 的各棱长为 1, 点 E 是 AB 中点, 点 F 是线段 DC 上的动点 (包含端点), 则 $\vec{EC} \cdot \vec{AF}$ 的取值范围为 _____.

【答案】 $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$

【解析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/757105125162006142>