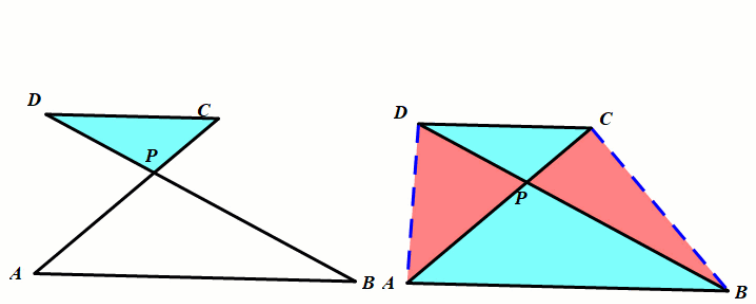
难关必刷 01 相似三角形（5 种解题模型专练）

【模型梳理】

题型一：8 字模型

8 字_平行型

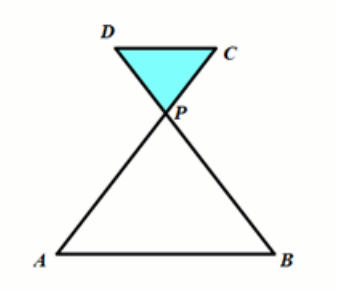


条件： $CD \parallel AB$,

结论： $\Delta PAB \sim \Delta PCD$(上下相似);

左右不一定相似,不一定全等，但面积相等;

四边形 $ABCD$ 为一般梯形.



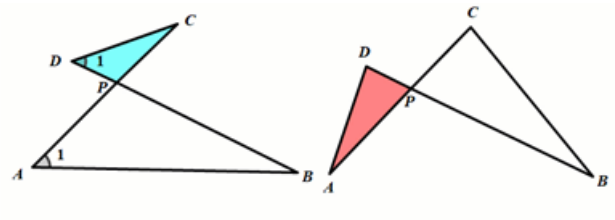
条件： $CD \parallel AB, PD = PC$.

结论： $\Delta PAB \sim \Delta PCD \sim \Delta PDC$(上下相似)

$\Delta PAD \cong \Delta PBC$ 左右全等;

四边形 $ABCD$ 为等腰梯形;

8 字_不平行型

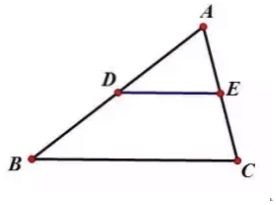


条件：$\angle CDP=\angle BAP$.

结论：$\Delta APB\sim\Delta DPC$(上下相似);

$\Delta APD\sim\Delta BPC$(左右相似);

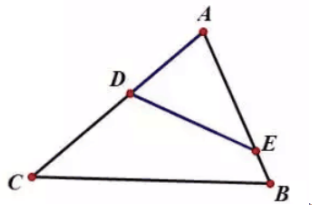
题型二：A 字模型



如图一

模型一：平行A字型

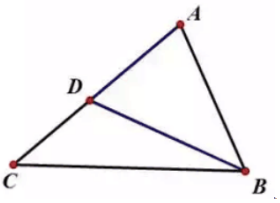
如图一，在ΔABC中，$DE//BC\Leftrightarrow\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{DE}{BC}$



如图二

模型二：非平行A字型（也称为反A字型）

如图二，在ΔABC中，$\angle AED=\angle C\Leftrightarrow\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{DE}{BC}$



如图三

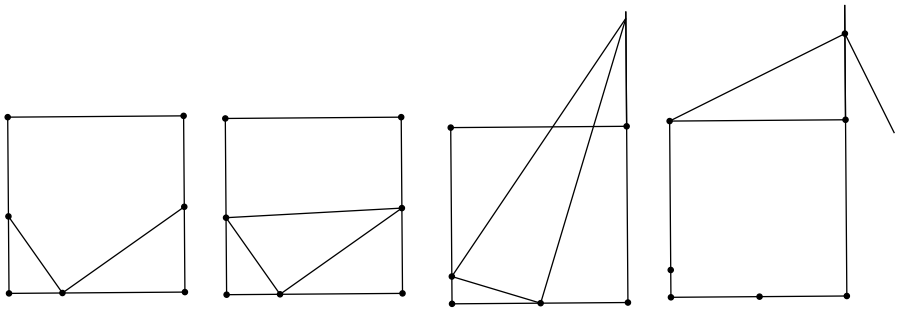
模型三：非平行A字型（也称为母子型）

如图三，在ΔABC中，$\angle ABD=\angle C \Leftrightarrow \begin{cases}(1)\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{DB}{BC}\\(2)\mathrm{AB}^2=AD\bullet AC\end{cases}$

题型三：一线三等角模型

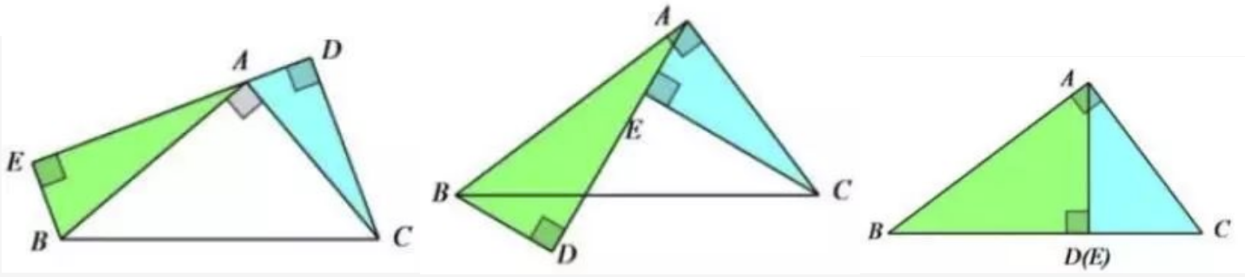
一线三等角指的是**有三个等角的顶点在同一条直线上构成的相似图形**，这个角可以是直角，也可以是锐角或钝角。或叫 **“K字模型”**。

三直角相似可以看着是“一线三等角”中当角为直角时的特例，三直角型相似通常是以矩形或者正方形形为背景，或者在一条直线上有一个顶点在该直线上移动或者旋转的直角，几种常见的基本图形如下：

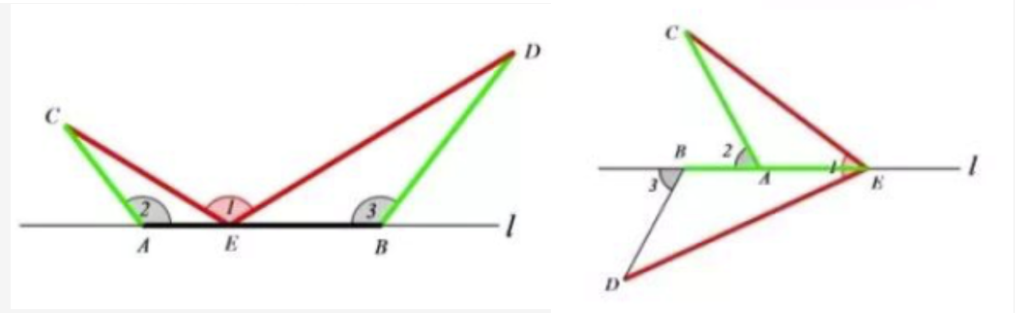


当题目的条件中只有一个或者两个直角时，就要考虑通过添加辅助线构造完整的三直角型相似，这往往是很多压轴题的突破口，进而将三角型的条件进行转化。

一般类型：

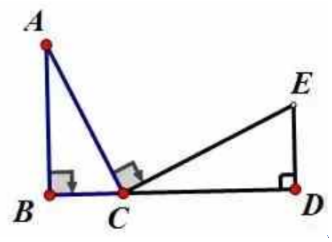


基本类型：

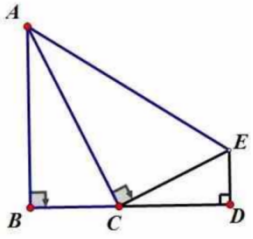


同侧“一线三等角”　　异侧“一线三等角”

模型一：一线三直角



图一



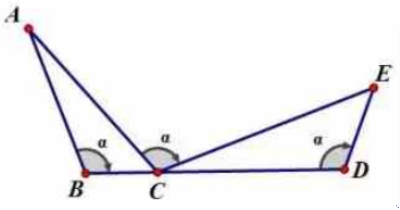
图二

如图一、二，已知：$\angle B=\angle ACE=\angle D=90^0$

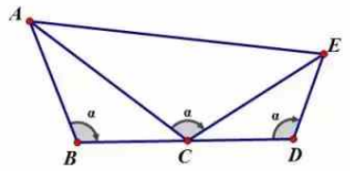
结论：（1）$\Delta ABC\sim\Delta CDE$;

（2）AB•DE=BC•CD

模型二：一线三等角



图三



图四

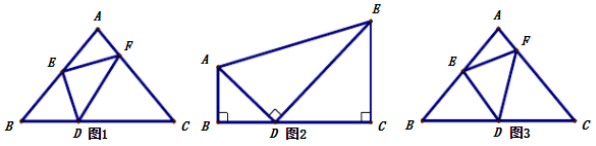
如图三、四，已知：$\angle B=\angle ACE=\angle D=\alpha$

结论：（1）$\Delta ABC\sim\Delta CDE$;

（2）AB•DE=BC•CD

（3）当C为BD中点时，$\Delta ABC\sim\Delta CDE\sim\Delta ACE$

【方法点拨】基本模型：



如图 1，$\angle B=\angle C=\angle EDF$ 推出$\triangle BDE\backsim\triangle CFD$（一线三等角）

如图 2，$\angle B=\angle C=\angle ADE$ 推出$\triangle ABD\backsim\triangle DCE$（一线三等角）

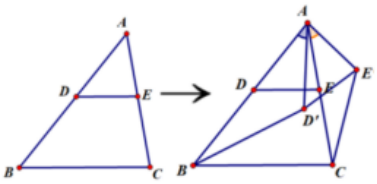
如图 3，特别地，当 D 时 BC 中点时：$\triangle BDE\backsim\triangle DFE\backsim\triangle CFD$ 推出 ED 平分$\angle BEF$，FD 平分$\angle EFC$.

题型四：旋转相似

旋转相似模型：

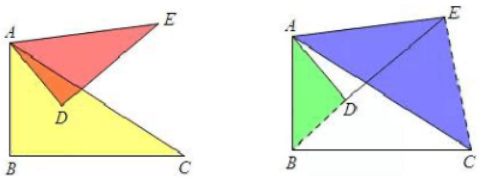
已知：如图一，$DE//BC$,现将ΔADE绕点A旋转一定角度得到如图二

得到$\Delta ADE\sim\Delta AD'E'\sim\Delta ABC$和$\Delta ABD'\sim\Delta ACE'$



图一　　图二

【方法点拨】基本模型：



旋转放缩变换，图中必有两对相似三角形.

题型五：母子型

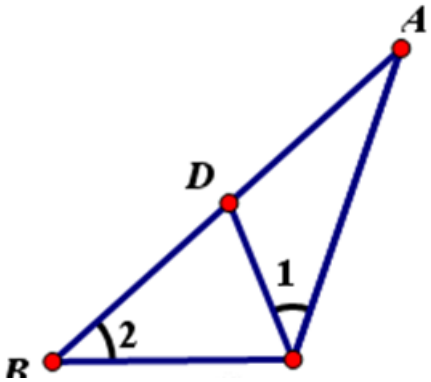
“子母型”相似的图形特点：有一个公共角，

一对完全重合的边，

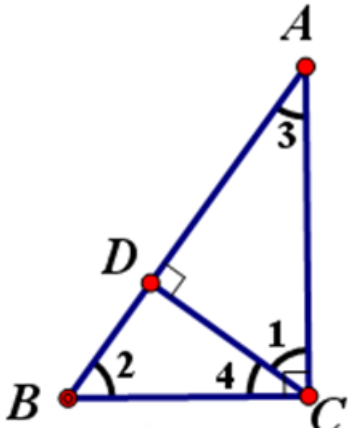
一对半重合的边，

一对完全不重合的边。

子母型的结论：$AB^2=AD\cdot AB$　　（重合边的平方等半重合边的乘积）



特殊的子母型（双垂直型）



【方法点拨】

图 1 垂直母子型条件：$AC \perp BC, AB \perp CD$，图 1 结论：$\triangle ABC \backsim \triangle ACD \backsim \triangle CBD$；

图 2 斜交母子字型条件：$\angle C = \angle ABD$，图 2 结论：$\triangle ABC \backsim \triangle ABD$；

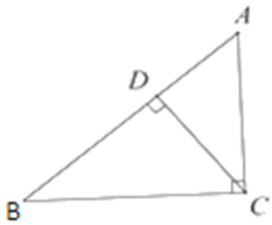


图 1

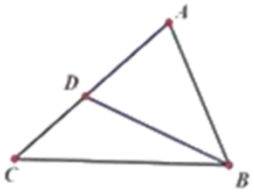


图 2

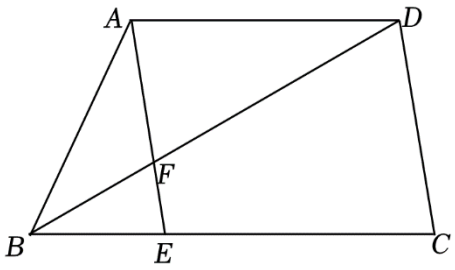
【题型专练】

题型一：8 字模型

1.（2023•普陀区一模）如图，已知梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，E 是 BC 上一点，$AE \parallel CD$，AE、BD 相交于点 F，EF：CD＝1：3．

（1）求$\frac{BE}{AD}$的值；

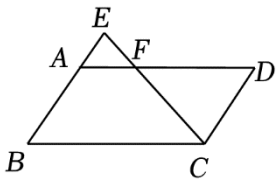
（2）联结 FC，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{FE}=\vec{b}$，那么 $\overrightarrow{BF}$＝____，$\overrightarrow{FC}$＝____．（用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示）



2.（2023•青浦区一模）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 F 在边 AD 上，射线 BA、CF 相交于点 E，DF＝$2AF$．

（1）求 EA：AB 的值；

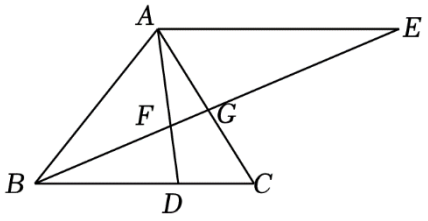
（2）如果 $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，试用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{CF}$.



3．（2022 秋•金山区校级期末）已知：如图，在△ABC 中，点 D 在边 BC 上，$AE\parallel BC$，BE 与 AD、AC 分别相交于点 F、G，$AF^2=FG\cdot FE$.

（1）求证：△CAD∽△CBG；

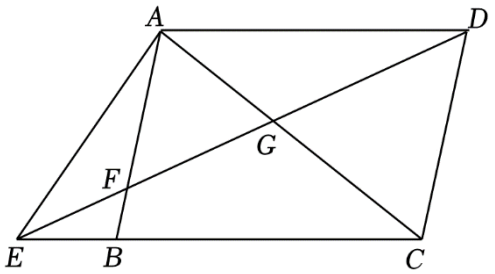
（2）联结 DG，求证：$DG\cdot AE=AB\cdot AG$.



4．（2022 秋•奉贤区期中）如图，已知在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$．E 为边 CB 延长线上一点，联结 DE 交边 AB 于点 F，联结 AC 交 DE 于点 G，且 $\frac{FG}{DG}=\frac{AD}{CE}$.

（1）求证：$AB\parallel CD$；

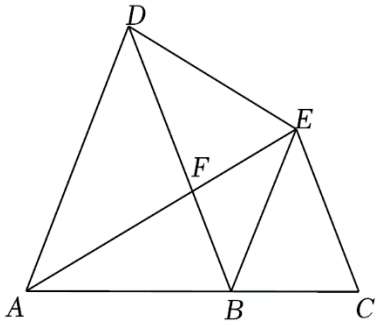
（2）如果 $AE^2=AG\cdot AC$，求证：$\frac{AE}{AG}=\frac{DE}{AD}$.



5．（2022•松江区二模）已知：如图，两个△DAB 和△EBC 中，$DA=DB$，$EB=EC$，$\angle ADB=\angle BEC$，且点 A、B、C 在一条直线上，联结 AE、ED，AE 与 BD 交于点 F.

（1）求证：$\frac{DF}{BF}=\frac{AB}{BC}$；

（2）如果 $BE^2=BF\cdot BD$，求证：$DF=BE$.

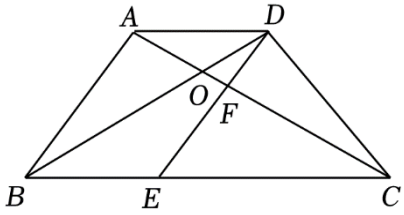


6．（2023•宝山区二模）如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，AC、BD 交于点 O，$OB=OC$.

（1）求证：$AB=CD$；

（2）E 是边 BC 上一点，联结 DE 交 AC 于点 F，如果 $AO^2=OF\cdot OC$，求证：四边形 $ABED$ 是平行四边

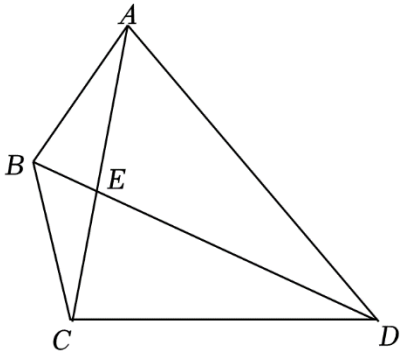
形．



7．（2022 秋•徐汇区期中）如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 E，DB 平分 $\angle ADC$，且 $AB^2=BE\cdot BD$．

（1）求证：$\triangle ABE\backsim\triangle DCE$；

（2）$AE\cdot CD=BC\cdot ED$．



8．（2022 春•杨浦区校级期中）如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，点 E 在 AC 的延长线上，且 $\angle E=\angle ABC$．

（1）求证：$AB^2=AC\cdot AE$；

（2）如图 2，D 在 BC 上且 $BD=3CD$，延长 AD 交 BE 于 F，若 $\frac{AB}{AC}=\frac{3}{2}$，求 $\frac{CD}{EF}$ 的值．

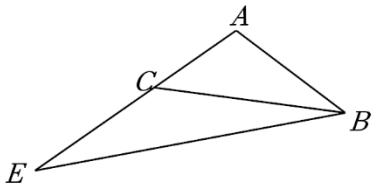


图1

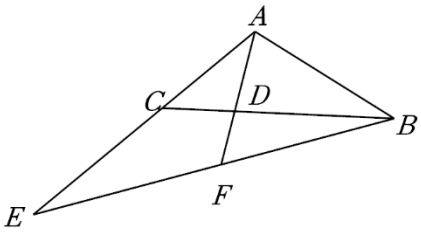
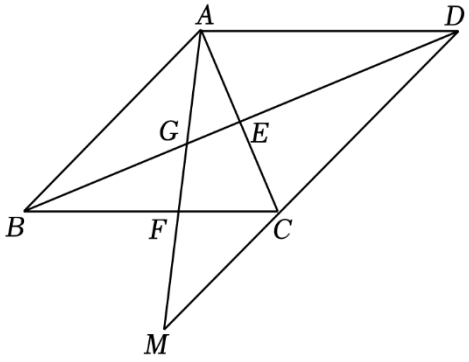


图2

9.（2023•崇明区二模）已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 交于 E，M 是边 DC 延长线上的一点，联结 AM，与边 BC 交于 F，与对角线 BD 交于点 G．

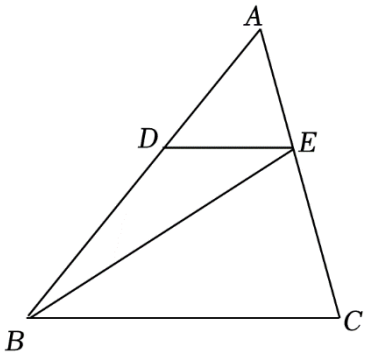
（1）求证：$AG^2=GF\cdot GM$；

（2）联结 CG，如果$\angle BAG=\angle BCG$，求证：平行四边形 $ABCD$ 是菱形．



题型二：A 字模型

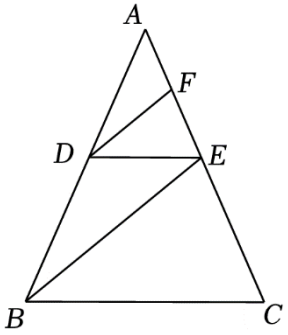
10.（2022 秋•杨浦区期中）如图，点 D、E 分别在△ABC 的边 AB、AC 上，$DE\parallel BC$．如果 $S_{\triangle ADE}=2$，$S_{\triangle BCE}=7.5$．求 $S_{\triangle BDE}$．



11．（2022秋•奉贤区期中）如图，在△*ABC*中，点*D*在边*AB*上，点*F*、*E*在边*AC*上，且*DF*∥*BE*，$\frac{AF}{AE}=\frac{AE}{AC}$.

（1）求证：*DE*∥*BC*；

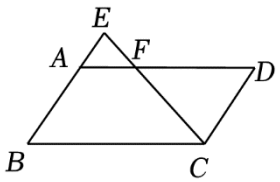
（2）如果$\frac{AF}{FE}=\frac{3}{2}$，$S_{\triangle ABC}=12$，求$S_{\triangle ADE}$的值．



12．（2023•青浦区一模）如图，在平行四边形*ABCD*中，点*F*在边*AD*上，射线*BA*、*CF*相交于点*E*，*DF*=2*AF*.

（1）求 EA：AB 的值；

（2）如果 $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，试用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{CF}$.



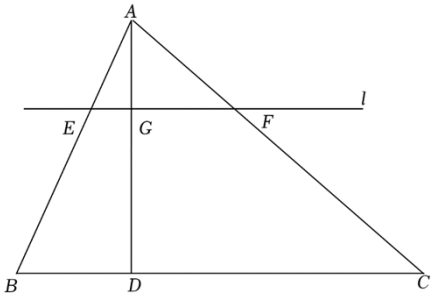
13．（2021 秋•普陀区期末）如图，在△ABC 中，边 BC 上的高 AD＝2，tan$B$＝2，直线 l 平行于 BC，分别交线段 AB，AC，AD 于点 E、F、G，直线 l 与直线 BC 之间的距离为 m.

（1）当 EF＝CD＝3 时，求 m 的值；

（2）将△AEF 沿着 EF 翻折，点 A 落在两平行直线 l 与 BC 之间的点 P 处，延长 EP 交线段 CD 于点 Q.

①当点 P 恰好为△ABC 的重心时，求此时 CQ 的长；

②联结 BP，在∠CBP＞∠BAD 的条件下，如果△BPQ 与△AEF 相似，试用 m 的代数式表示线段 CD 的长.



14．（2023•奉贤区一模）已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中，AD∥BC，点 E 在对角线 BD 上，∠EAD＝∠BDC.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/757151144132006134