

专题 11 二次函数与角综合问题

好题快递

题组一

题组二

题组三

题组四

题组五

题组六

题组七

题组八

满分训练 (共33题)

专题11二次函数与角综合问题

典例剖析

【例1】 (2020·十堰)

【例2】 (2020·包头)

【例3】 (2020·鄂尔多斯)

【例4】 (2020·葫芦岛)

【例5】 (2020·鞍山)

方法揭秘

二次函数与角综合问题，常见的主要有三种类型：

1. 特殊角问题：

- (1) 利用特殊角的三角函数值找到线段之间的数量关系
- (2) 遇到特殊角可以构造特殊三角形，如遇到 45° 构造等腰直角三角形，遇到 30° 、 60° 构造等边三角形，遇到 90° 构造直角三角形

2. 角的数量关系问题

- (1) 等角问题：借助特殊图形的性质、全等和相似的性质来解决；构造圆，利用圆周角的性质来解决
- (2) 二倍角问题：利用角平分线的性质、等腰三角形的性质、对称、辅助圆等知识来解答
- (3) 角的和差问题

3. 角的最值问题：利用辅助圆等知识来解答

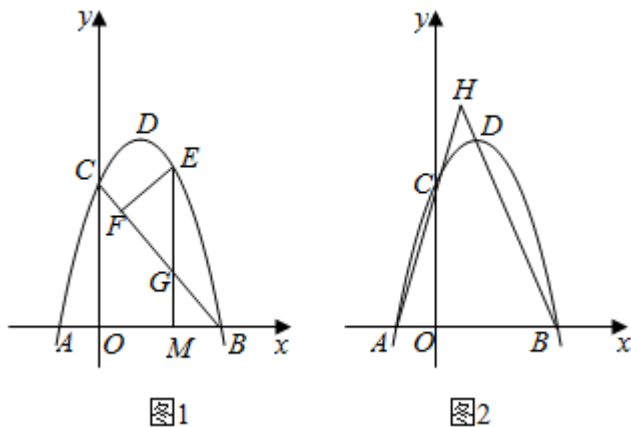
典例剖析

【例 1】 (2020·十堰) 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ 过点 $A(-1, 0)$ 和 $C(0, 3)$ ，与 x 轴交于另一点 B ，顶点为 D 。

- (1) 求抛物线的解析式，并写出 D 点的坐标；

(2) 如图 1, E 为线段 BC 上方的抛物线上一点, $EF \perp BC$, 垂足为 F , $EM \perp x$ 轴, 垂足为 M , 交 BC 于点 G . 当 $BG = CF$ 时, 求 $\triangle EFG$ 的面积;

(3) 如图 2, AC 与 BD 的延长线交于点 H , 在 x 轴上方的抛物线上是否存在点 P , 使 $\angle OPB = \angle AHB$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

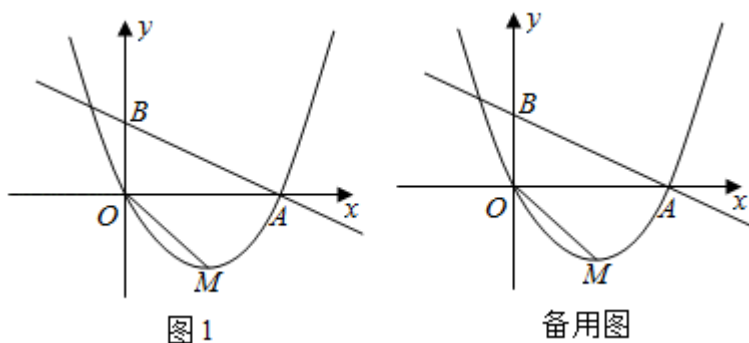


【例 2】(2020·包头) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x$ 经过坐标原点, 与 x 轴正半轴交于点 A , 该抛物线的顶点为 M , 直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过点 A , 与 y 轴交于点 B , 连接 OM .

(1) 求 b 的值及点 M 的坐标;

(2) 将直线 AB 向下平移, 得到过点 M 的直线 $y = mx + n$, 且与 x 轴负半轴交于点 C , 取点 $D(2, 0)$, 连接 DM , 求证: $\angle ADM - \angle ACM = 45^\circ$;

(3) 点 E 是线段 AB 上一动点, 点 F 是线段 OA 上一动点, 连接 EF , 线段 EF 的延长线与线段 OM 交于点 G . 当 $\angle BEF = 2\angle BAO$ 时, 是否存在点 E , 使得 $3GF = 4EF$? 若存在, 求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【例 3】(2020·鄂尔多斯) 如图 1, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 交 x 轴于 A, B 两点, 其中点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, -3)$.

(1) 求抛物线的函数解析式;

(2) 点 D 为 y 轴上一点, 如果直线 BD 与直线 BC 的夹角为 15° , 求线段 CD 的长度;

(3) 如图 2, 连接 AC , 点 P 在抛物线上, 且满足 $\angle PAB = 2\angle ACO$, 求点 P 的坐标.

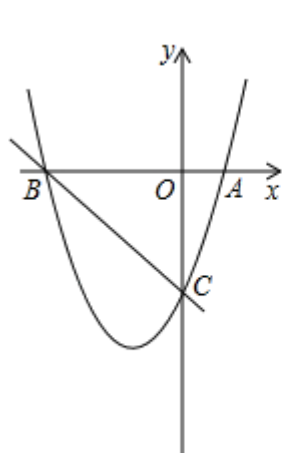


图1

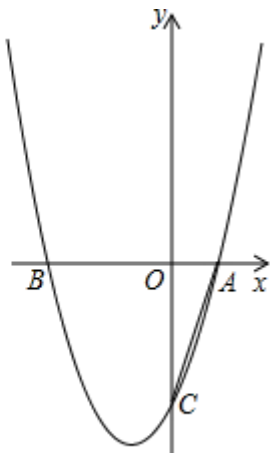
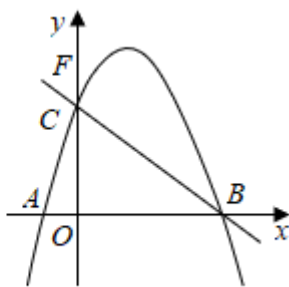
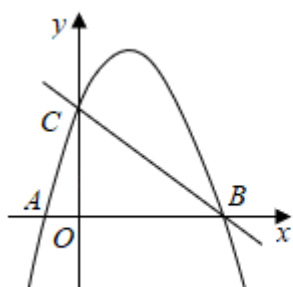


图2

【例 4】(2020·葫芦岛) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + \frac{9}{4}x + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴相交于点 $C(0, 3)$, 作直线 BC .



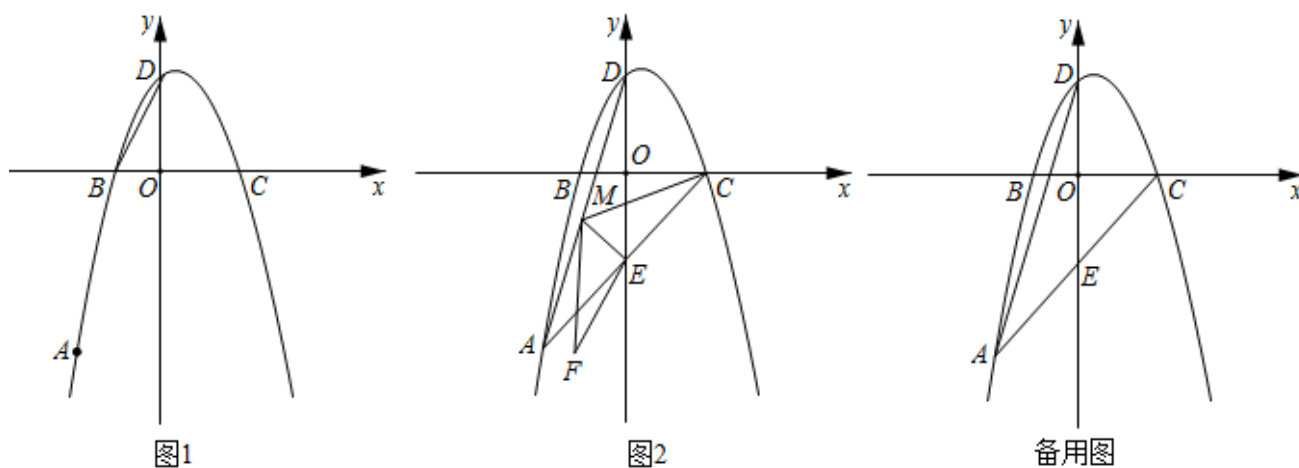
备用图

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在直线 BC 上方的抛物线上存在点 D , 使 $\angle DCB = 2\angle ABC$, 求点 D 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 F 的坐标为 $(0, \frac{7}{2})$, 点 M 在抛物线上, 点 N 在直线 BC 上. 当以 D, F, M, N 为顶点的四边形是平行四边形时, 请直接写出点 N 的坐标.

【例 5】(2020·鞍山) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-2, -4)$ 和点 $C(2, 0)$, 与 y 轴交于点 D , 与 x 轴的另一交点为点 B .



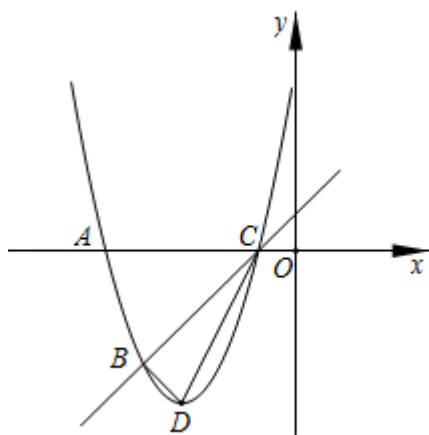
- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 如图 1，连接 BD ，在抛物线上是否存在点 P ，使得 $\angle PBC = 2\angle BDO$ ？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；
- (3) 如图 2，连接 AC ，交 y 轴于点 E ，点 M 是线段 AD 上的动点（不与点 A ，点 D 重合），将 $\triangle CME$ 沿 ME 所在直线翻折，得到 $\triangle FME$ ，当 $\triangle FME$ 与 $\triangle AME$ 重叠部分的面积是 $\triangle AMC$ 面积的 $\frac{1}{4}$ 时，请直接写出线段 AM 的长.

满分训练

【题组一】

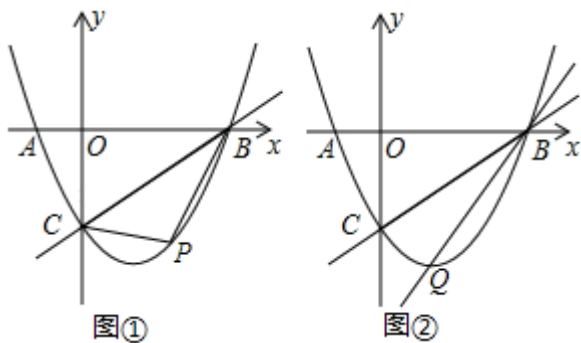
1. (2020•碑林区校级二模) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+5$ 经过 $A(-5, 0)$, $B(-4, -3)$ 两点, 与 x 轴的另一个交点为 C , 顶点为 D , 连接 BD , CD .

- (1) 求该抛物线的表达式;
- (2) 判断 $\triangle BCD$ 的形状, 并说明理由;
- (3) 若点 P 为该抛物线上一动点 (与点 B 、 C 不重合), 该抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle PBC = \angle BCD$? 若存在, 请直接写出满足条件的所有点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2. (2020•成都模拟) 图①, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $A(-1, 0)$, 并且与直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 相交于坐标轴上的 B 、 C 两点, 动点 P 在直线 BC 下方的二次函数的图象上.

- (1) 求此二次函数的表达式;
- (2) 如图①, 连接 PC , PB , 设 $\triangle PCB$ 的面积为 S , 求 S 的最大值;
- (3) 如图②, 抛物线上是否存在点 Q , 使得 $\angle ABQ = 2\angle ABC$? 若存在, 则求出直线 BQ 的解析式及 Q 点坐标; 若不存在, 请说明理由.



3. (2020•武汉模拟) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$, 顶点为 $P(h, k)$.

(1) 如图, 若 $h=1$, $k=4$, 抛物线交 x 轴于 A 、 B , 交 y 轴正半轴于 C , $OC=3$.

①求抛物线的解析式;

②向下平移直线 BC , 交抛物线于 MN , 抛物线上是否存在一定点 D , 连 DM , DN 分别交 x 轴于 E , F , 使 $\angle DEF = \angle DFE$? 若存在, 求 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(2) 若 $c=0$, 当点 P 在抛物线 $y=x^2-x$ 上且 $-1 < h \leq 2$ 时, 求 a 的取值范围.

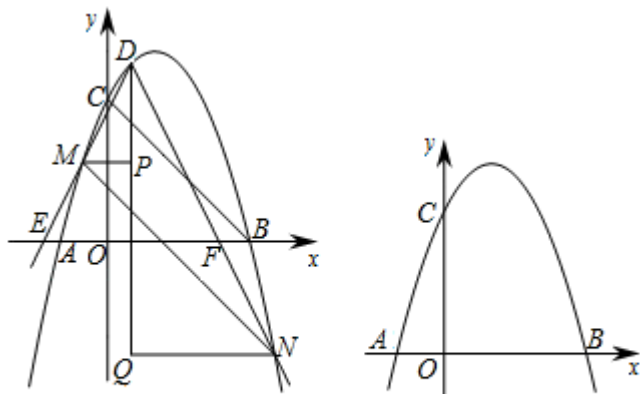


图 1

备用图

4. (2020·宿迁二模) 已知, 如图 1, 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于点 B 、 C , 与 y 轴交于点 A , 且 $AO=CO$, $BC=4$.

(1) 求抛物线解析式;

(2) 如图 2, 点 P 是抛物线第二象限上一点, 连接 PB 交 y 轴于点 Q , 设点 P 的横坐标为 t , 线段 OQ 长为 d , 求 d 与 t 之间的函数关系式;

(3) 在 (2) 的条件下, 过点 Q 作直线 $l \perp y$ 轴, 在 l 上取一点 M (点 M 在第一象限), 连接 AM , 使 $AM=PQ$, 连接 CP 并延长 CP 交 y 轴于点 K , 过点 P 作 $PN \perp l$ 于点 N , 连接 KN 、 CN 、 CM . 若 $\angle MCN + \angle NKQ = 45^\circ$ 时, 求 t 值.

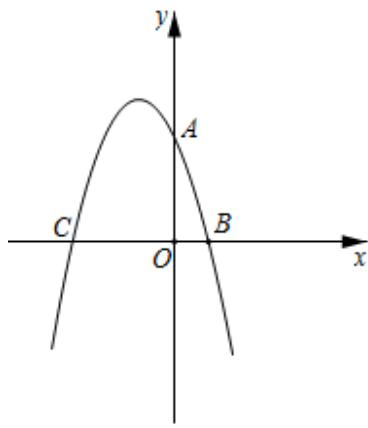


图1

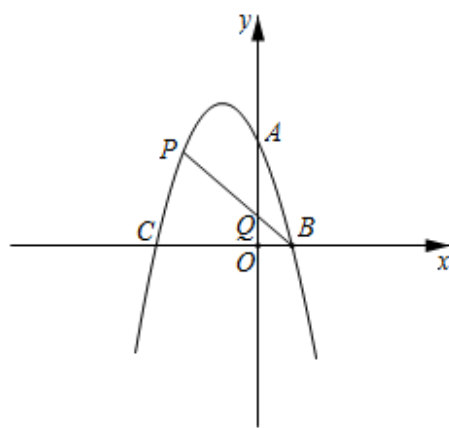
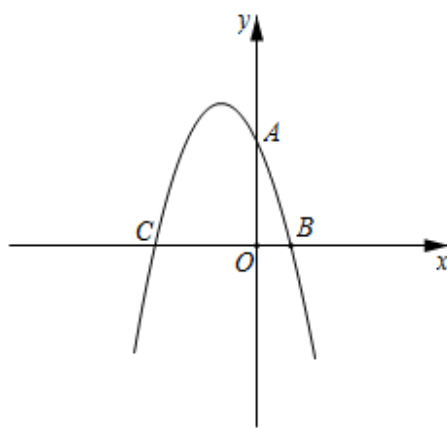


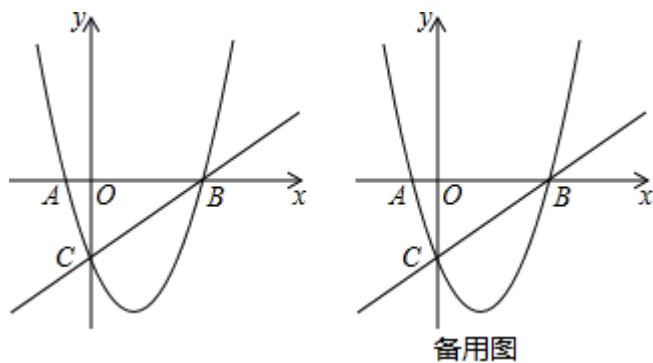
图2



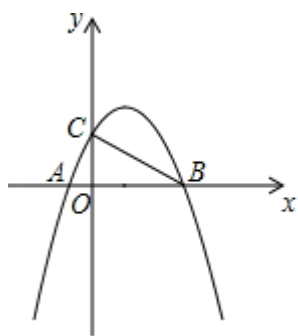
备用图

【题组二】

5. (2020•西华县一模) 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + c$ 与 x 轴交于点 $B(4, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 B, C , 与 x 轴的另一个交点为 A .



- (1) 求抛物线的解析式;
 - (2) 点 P 是直线 BC 下方抛物线上一动点, 求四边形 $ACPB$ 面积最大时点 P 的坐标;
 - (3) 若 M 是抛物线上一点, 且 $\angle MCB = \angle ABC$, 请直接写出点 M 的坐标.
6. (2020•金牛区模拟) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 A, B , 与 y 轴分别交于点 C , 其中点 $A(-1, 0)$, 点 $C(0, 2)$, 且 $\angle ACB = 90^\circ$
- (1) 求抛物线的解析式.
 - (2) 点 P 是线段 AB 一动点, 过 P 作 $PD \parallel AC$ 交 BC 于 D , 当 $\triangle PCD$ 面积最大时, 求点 P 的坐标.
 - (3) 点 M 是位于线段 BC 上方的抛物线上一点, 当 $\angle ABC$ 恰好等于 $\triangle BCM$ 中的某个角时, 求点 M 的坐标.



7. (2020•硚口区模拟) 如图 1, 该抛物线是由 $y = x^2$ 平移后得到, 它的顶点坐标为 $(-\frac{3}{2}, -\frac{25}{4})$, 并与坐标轴分别交于 A, B, C 三点.
- (1) 求 A, B 的坐标.
 - (2) 如图 2, 连接 BC, AC , 在第三象限的抛物线上有一点 P , 使 $\angle PCA = \angle BCO$, 求点 P 的坐标.
 - (3) 如图 3, 直线 $y = ax + b$ ($b < 0$) 与该抛物线分别交于 P, G 两点, 连接 BP, BG 分别交 y 轴于点 D ,

E. 若 $OD \cdot OE = 3$, 请探索 a 与 b 的数量关系. 并说明理由.

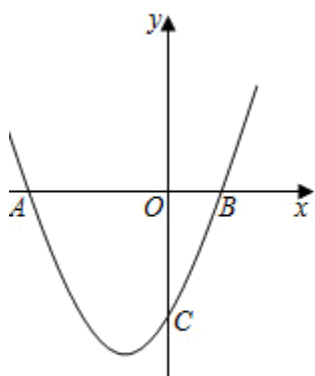


图 1

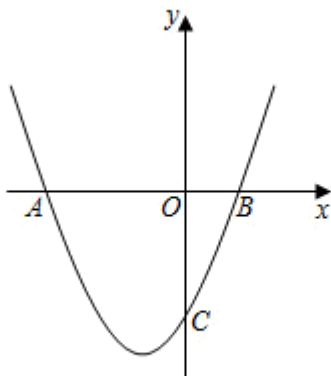


图 2

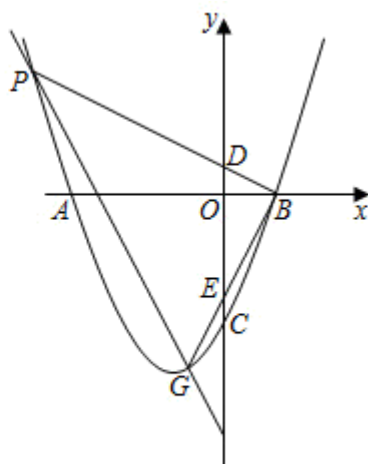


图 3

8. (2020·哈尔滨模拟) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx$ 与 x 轴交于点 A , 顶点 B 的坐标为 $(-2, -2)$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 在 y 轴正半轴上取点 $C(0, 4)$, 在点 A 左侧抛物线上有一点 P , 连接 PB 交 x 轴于点 D , 连接 CB 交 x 轴于点 F , 当 CB 平分 $\angle DCO$ 时, 求点 P 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 连接 PC , 在 PB 上有一点 E , 连接 EC , 若 $\angle ECB = \angle PDC$, 求点 E 的坐

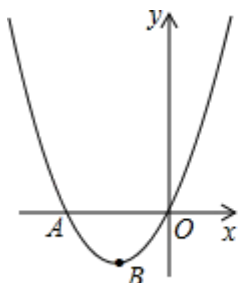


图1

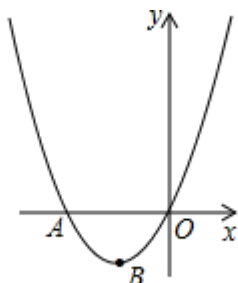


图2

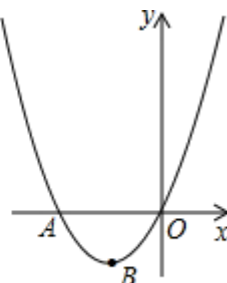


图3

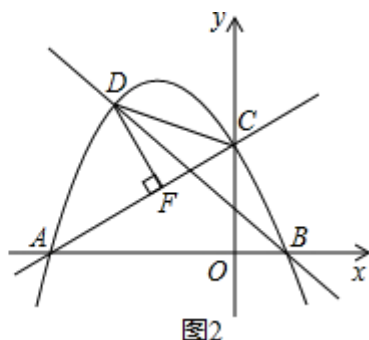
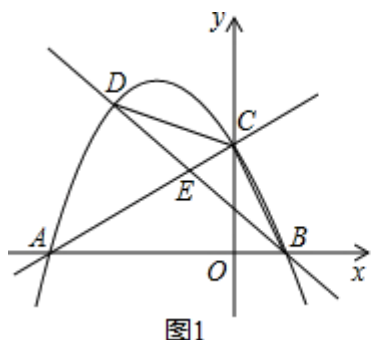
标.

【题组三】

9. (2020·深圳模拟) 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 与直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 分别交于 x 轴, y 轴上的 B, C 两点, 设该抛物线与 x 轴的另一个交点为 A , 顶点为 D , 连接 CD 交 x 轴于点 E .

的最大值；

(3) 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于 F ，连接 CD ，如图 2，是否存在点 D ，使得 $\triangle CDF$ 中的某个角等于 $\angle BAC$ 的两倍？若存在，求点 D 的横坐标；若不存在，说明理由。



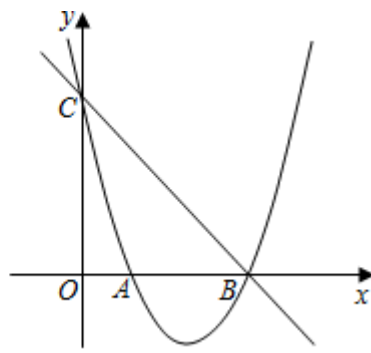
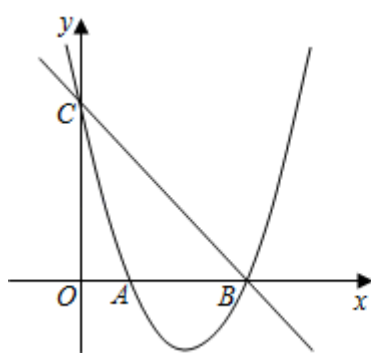
12. (2020 秋•椒江区校级月考) 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(1, 0)$ 和点 $B(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C 。

(1) 求此抛物线的解析式；

(2) ①若点 P 是直线 BC 下方的抛物线上一动点，则 $\triangle PBC$ 的面积最大值为_____；

②若点 T 为对称轴直线 $x=2$ 上一点，则 $TC - TB$ 的最大值为_____。

(3) 抛物线上是否存在点 Q ，使得 $\angle ACQ = 45^\circ$ ？若存在，请求出 Q 的坐标，若不存在，请说明理由。



【题组四】

13. (2020•曾都区模拟) 如图，边长为 3 的正方形的边 AB 在 x 轴负半轴上，点 C, D 在第三象限内，点 A 的坐标为 $(-5, 0)$ ，经过点 A, C 的抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 交 y 轴于点 N ，其顶点为 M 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 若 y 轴左侧抛物线上一点 P 关于 y 轴的对称点 P' 恰好落在直线 MC 上，求点 P 的坐标；

(3) 连接 AC, AM, AN ，请你探究在 y 轴左侧的抛物线上，是否存在点 Q ，使 $\angle ANQ = \angle MAC$ ？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，说明理由。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/758031061061006056>