泉州六中 2023-2024 学年下学期高一年数学科期中模块测试

满分：150　考试时间：120 分钟

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 若 $\mathrm{i}(1-z)=1$，则 $z+\overline{z}=$（　　）

A. -2　　　　B. -1　　　　C. 1　　　　D. 2

【答案】D

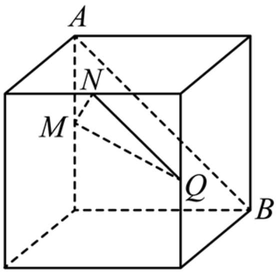
【解析】

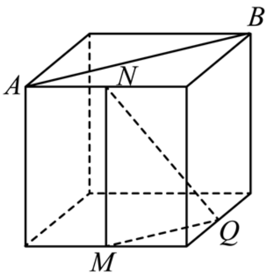
【分析】利用复数的除法可求 z，从而可求 $z+\overline{z}$.

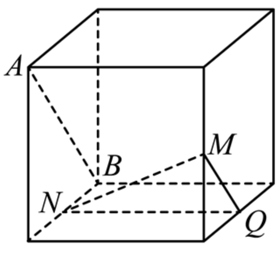
【详解】由题设有 $1-z=\dfrac{1}{\mathrm{i}}=\dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{i}^2}=-\mathrm{i}$，故 $z=1+\mathrm{i}$，故 $z+\overline{z}=(1+\mathrm{i})+(1-\mathrm{i})=2$，

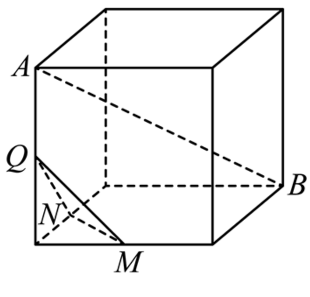
故选：D

2. 如图，在下列四个正方体中，A、B 为正方体的两个顶点，M、N、Q 为所在棱的中点，则在这四个正方体中，直线 AB 不平行于平面 MNQ 的是（　　）

A. 

B. 

C. 

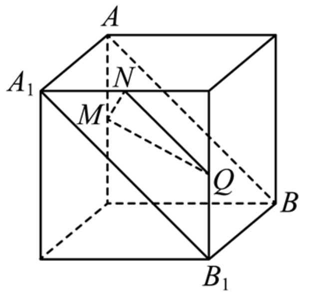
D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用线面平行的判定方法逐个分析判断即可.

【详解】对于 A，如图，连接 A_1B_1，则 $AB//A_1B_1$，

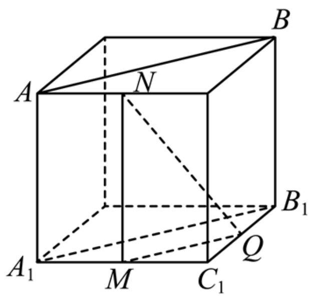


因为 N ， Q 分别为棱的中点，所以由三角形中位线定理可得 $NQ//A_1B_1$ ，

所以 $NQ//AB$ ，

因为 $AB \not\subset$ 平面 MNQ ， $NQ \subset$ 平面 MNQ ，所以 $AB//$ 平面 MNQ ；

对于 B，如图连接 A_1B_1 ，

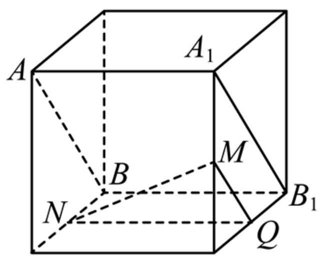


因为 M ， Q 分别为 A_1C_1 ， B_1C_1 的中点，所以 $MQ//A_1B_1$ ，

因为 $AB//A_1B_1$ ，所以 $MQ//AB$ ，

因为 $AB \not\subset$ 平面 MNQ ， MQ Ì 平面 MNQ ，所以 $AB//$ 平面 MNQ ；

对于 C，如图，连接 A_1B_1 ，则 $AB//A_1B_1$ ，

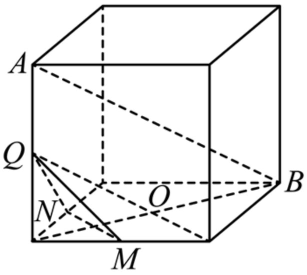


因为 M ， Q 分别为棱的中点，所以由三角形中位线定理可得 $MQ//A_1B_1$ ，

所以 $MQ//AB$ ，

因为 $AB \not\subset$ 平面 MNQ ， MQ Ì 平面 MNQ ，所以 $AB//$ 平面 MNQ ，

对于 D，如图取底面中心 O ，连接 OQ ，

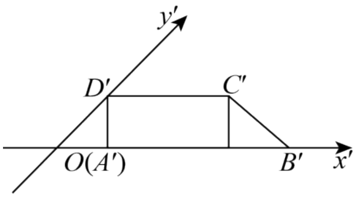


由于Q为棱的中点，所以由三角形中位线定理可得$OQ//AB$，

因为OQ与平面MNQ相交，所以AB与平面MNQ相交，

故选：D．

3. 如图，四边形$ABCD$的斜二测画法直观图为等腰梯形$A'B'C'D'$．已知$A'B'=4$，$C'D'=2$，则下列说法正确的是（　　）



A. $AB=2$

B. $A'D'=2\sqrt{2}$

C. 四边形$ABCD$的周长为$4+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

D. 四边形$ABCD$的面积为$6\sqrt{2}$

【答案】D

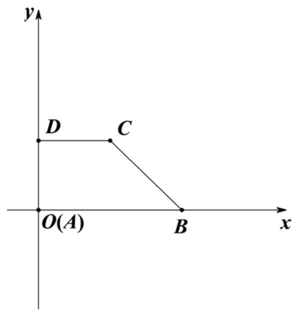
【解析】

【分析】利用斜二测画法将图形还原计算几何图形的面积与周长以及相关.

【详解】如图可知$AB=4,\ A'D'=\sqrt{2},\ AD=2\sqrt{2}$，

四边形$ABCD$的周长为$6+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$，四边形$ABCD$的面积为$\frac{1}{2}\times(4+2)\times2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$．

故选:D.



4. $\vee ABC$ 的内角 A， B， C 的对边分别为 a，b，c，若 $a=\sqrt{2}, A=\frac{\pi}{4}, \sin B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $b=$（　　）

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】直接利用正弦定理计算可得；

【详解】解：因为 $a=\sqrt{2}, A=\frac{\pi}{4}, \sin B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，

即 $\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{b}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$，解得 $b=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：A

5. 已知平面 $\alpha,\beta,\gamma,\alpha\cap\beta=l$，则“$l\perp\gamma$”是“$\alpha\perp\gamma$ 且 $\beta\perp\gamma$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】

【分析】根据线面垂直即可求证面面垂直，即可说明充分性，根据面面垂直的性质可得线面垂直，即可利用线面垂直的判断求证必要性.

【详解】由于 $\alpha \text{I} \beta=l$，所以 $l\subset\alpha, l\subset\beta$，

若 $l\perp\gamma$，则 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，故充分性成立，

若 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，设 $\alpha \text{I} \gamma=m$，$\beta \text{I} \gamma=n$，

则存在直线 $a\subset\gamma$，使得 $a\perp m$，所以 $a\perp\alpha$，由于 $l\subset\alpha$，故 $a\perp l$，

同理存在直线$b\subset\gamma$,使得$b\perp n$，所以$b\perp\beta$，由于$l\subset\beta$，故$b\perp l$，

由于a,b不平行，所以a,b是平面γ内两条相交直线，所以$l\perp\gamma$，故必要性成立，

故选：C

6. 已知三棱锥$S-ABC$的四个顶点都在球O的球面上$SA=SB=SC=\sqrt{10}$,$\triangle ABC$是边长为$\sqrt{3}$的正三角形，则球O的表面积等于（　　）

A. $\dfrac{64\pi}{9}$　　B. $\dfrac{100\pi}{9}$　　C. 16π　　D. 36π

【答案】B

【解析】

【分析】直接利用外接球和三棱锥的关系求出球的半径，计算即可.

【详解】已知三棱锥$S-ABC$的四个顶点都在球O的球面上，$SA=SB=SC=\sqrt{10}$,$\triangle ABC$是边长为$\sqrt{3}$的正三角形，如图所示：

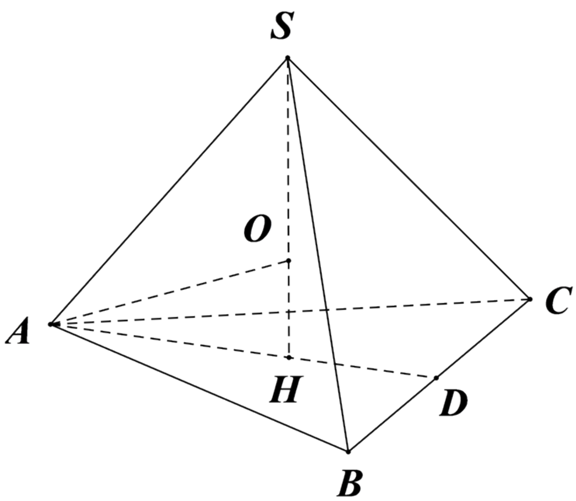
取BC的中点D，点H为底面的中心，所以$BD=\dfrac{\sqrt{3}}{2},AD=\dfrac{3}{2},AH=\dfrac{2}{3}AD=1,$

设外接球的半径为R，所以$SH=\sqrt{(\sqrt{10})^2-1}=3$，

利用勾股定理可得，$R^2=(3-R)^2+1^2$,解得$R=\dfrac{5}{3}$.

则球O的表面积为$S=4\pi R^2=\dfrac{100\pi}{9}$.

故选：B.



7. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{3\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AD}|}=\frac{\lambda\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|},\lambda\in[\sqrt{7},3]$，则 $\cos\angle BAD$ 的取值范围是（　　）

A. $\left[-\frac{1}{2},-\frac{1}{6}\right]$　　　　B. $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right]$

C. $\left[-\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right]$　　　　D. $\left[-\frac{2}{3},-\frac{1}{6}\right]$

【答案】A

【解析】

【分析】根据向量的运算律及数量积定义计算即可.

【详解】设与 $\overrightarrow{AB}$ 同方向的单位向量 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}=\overrightarrow{e_1}$，与 $\overrightarrow{AD}$ 同方向的单位向量 $\frac{\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AD}|}=\overrightarrow{e_2}$，与 $\overrightarrow{AC}$ 同方向的单位向量 $\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\overrightarrow{e_3}$，

由题意，所以 $\overrightarrow{e_1}+3\overrightarrow{e_2}=\lambda\overrightarrow{e_3}$，

所以 $\left(\overrightarrow{e_1}+3\overrightarrow{e_2}\right)^2=\lambda^2\overrightarrow{e_3}^2$，即 $\overrightarrow{e_1}^2+6\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2}+9\overrightarrow{e_2}^2=\lambda^2\overrightarrow{e_3}^2$，

所以 $1+6\times1\times1\times\cos\angle BAD+9=\lambda^2$，

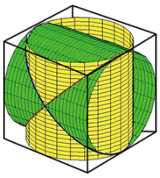
所以 $\cos\angle BAD=\frac{\lambda^2-10}{6}$，

因为 $\lambda\in[\sqrt{7},3]$，所以 $\lambda^2\in[7,9]$，

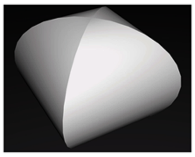
所以 $\frac{\lambda^2-10}{6}\in\left[-\frac{1}{2},-\frac{1}{6}\right]$，即 $\cos\angle BAD\in\left[-\frac{1}{2},-\frac{1}{6}\right]$.

故选：A

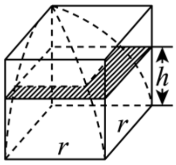
8. 中国古代数学家刘徽在《九章算术注》中，称一个正方体内两个互相垂直的内切圆柱所围成的立体为“牟合方盖”，如图（1）（2），刘徽未能求得牟合方盖的体积，直言“欲陋形措意，惧失正理”，不得不说“敢不阙疑，以俟能言者”. 约 200 年后，祖冲之的儿子祖暅提出“幂势既同，则积不容异”，后世称为祖暅原理，即：两等高立体，若在每一等高处的截面积都相等，则两立体体积相等. 如图（3）（4），祖暅利用八分之一正方体去掉八分之一牟合方盖后的几何体与长宽高皆为八分之一正方体的边长的倒四棱锥“等幂等积”，计算出牟合方盖的体积，据此可知，牟合方盖的体积与其外切正方体的体积之比为



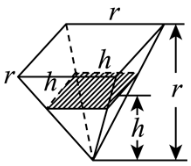
(1)



(2)



(3)



(4)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{8}{3}$　　D. $\frac{16}{3}$

【答案】B

【解析】

【详解】设正方体的边长为$2r$，因为$V_{正方体}=(2r)^3=8r^3$，$\frac{1}{8}V_{正方体}-\frac{1}{8}V_{牟合方盖}=\frac{1}{3}r^3$，所以$\frac{1}{8}V_{正方体}-\frac{1}{8}V_{牟合方盖}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}V_{正方体}\Rightarrow V_{牟合方盖}=\frac{2}{3}V_{正方体}$，故选B.

二、多项选择题（本题共3小题，每小题6分，共18分，全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.）

9. 已知复数z_1，z_2满足$z^2-2z+2=0$，则（　　）

A. $\overline{z_1}=z_2$　　B. $z_1z_2=|z_1|^2$　　C. $z_1+z_2=-2$　　D. $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=1$

【答案】ABD

【解析】

【分析】解方程求出z_1,z_2，再结合共轭复数、模的意义及复数运算逐项判断即可.

【详解】方程$z^2-2z+2=0$，化为$(z-1)^2=\mathrm{i}^2$，解得$z=1+\mathrm{i}$或$z=1-\mathrm{i}$，

由复数z_1，z_2满足$z^2-2z+2=0$，不妨令$z_1=1+\mathrm{i}$，$z_2=1-\mathrm{i}$，

对于A，显然复数z_1，z_2互为共轭复数，即$\overline{z_1}=z_2$，A正确；

对于B，$z_1z_2=(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})=2$，而$|z_1|=|z_2|=\sqrt{2}$，则$z_1z_2=|z_1|^2$，B正确；

对于C，$z_1+z_2=2$，C错误；

对于D，由$|z_1|=|z_2|=\sqrt{2}$，得$|\frac{z_1}{z_2}|=\frac{|z_1|}{|z_2|}=1$，D正确.

故选：ABD

10. 已知向量$\vec{a}=(-1,3),\vec{b}=(x,2)$，且$\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)\perp\vec{a}$，则下列选项正确的是（　　）

A. $\vec{a},\vec{b}$ 能作为平面内所有向量的一组基底

B. $m<3$ 是 $\vec{a}=(-1,3)$ 与 $\vec{c}=(m,1)$ 夹角是锐角的充要条件

C. 向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 的夹角是 45°

D. 向量 $\vec{b}$ 在向量 $\vec{a}$ 上的投影向量坐标是 $(-1,3)$

【答案】AC

【解析】

【分析】根据题意，求得向量 $\vec{b}=(1,2)$，由 $\vec{a},\vec{b}$ 不共线，可判定 A 正确；根据向量 $\vec{a},\vec{c}$ 平行时，求得 $m=-\frac{1}{3}$，可判定 B 错误；由向量的夹角公式，可判定 C 正确；根据投影向量的计算方法，可判定 D 错误.

【详解】因为 $\vec{a}=(-1,3),\vec{b}=(x,2)$，所以 $\vec{a}-2\vec{b}=(-1-2x,-1)$，

则 $(\vec{a}-2\vec{b})\cdot\vec{a}=1+2x-3=0$，解得 $x=1$，所以 $\vec{b}=(1,2)$，

可得 $\vec{a},\vec{b}$ 不共线，故 A 正确；

因为向量 $\vec{a}=(-1,3)$，$\vec{c}=(m,1)$，由 $\vec{a}\cdot\vec{c}=-m+3>0$，解得 $m<3$；

又由当 $\vec{a},\vec{c}$ 平行时，可得 $-1\times1-3\times m=0$，解得 $m=-\frac{1}{3}$，所以 B 错误；

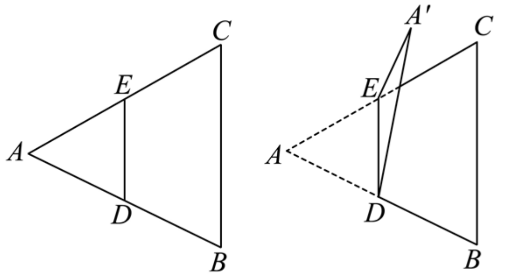
由 $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-1+6}{\sqrt{(-1)^2+3^2}\cdot\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{5}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

因为 $0^\circ\le\langle\vec{a},\vec{b}\rangle\le180^\circ$，故向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 的夹角是 45°，所以 C 正确；

有向量 $\vec{b}$ 在向量 $\vec{a}$ 上的投影向量为 $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}\cdot\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{5}{\sqrt{10}}\cdot\frac{(-1,3)}{\sqrt{10}}=\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$，所以 D 错误.

故选：AC.

11. 如图所示，正三角形 *ABC* 中，*D*，*E* 分别为边 *AB*，*AC* 的中点，其中 *AB*＝8，把△*ADE* 沿着 *DE* 翻折至 *A*’*DE* 位置，使得二面角 *A*’-*DE*-*B* 为 60°，则下列选项中正确的是（　　）



A. 点 A' 到平面 $BCED$ 的距离为 3

B. 直线 $A'D$ 与直线 CE 所成的角的余弦值为 $\frac{5}{8}$

C. $A'D\perp BD$

D. 四棱锥 $A'-BCED$ 的外接球半径为 $\frac{2\sqrt{37}}{3}$

【答案】ABD

【解析】

【分析】作 $AM\perp DE$，交 DE 于 M,延长 AM 交 BC 于 N,连接 $A'M$,$A'N$.利用线面垂直的判定定理判定 $CD\perp$ 平面 $A'MN$, 利用面面垂直的判定定理与性质定理得到 A' 到平面面 $BCED$ 的高 $A'H$,并根据二面角的平面角，在直角三角形中计算求得 $A'H$ 的值，从而判定 A;根据异面直线所成角的定义找到 $\angle A'DN$ 就是直线 $A'D$ 与 CE 所成的角，利用余弦定理计算即可判定 B;利用勾股定理检验可以否定 C;先证明底面的外接圆的圆心为 N, 在利用外接球的球心的性质进行得到四棱锥 $A'-BCED$ 的外接球的球心为 O, 则 $ON\perp$ 平面 $BCED$, 且 $OA'=OC$, 经过计算求解可得半径从而判定 D.

【详解】如图所示，作 $AM\perp DE$，交 DE 于 M,延长 AM 交 BC 于 N,连接 $A'M$,$A'N$.

则 $A'M\perp DE$,$MN\perp DE$, ,

$\because A'M\cap MN=M$, $\therefore CD\perp$ 平面 $A'MN$,

又$\because CD\subset$平面 $ABDC$,$\therefore$平面 $A'MN\perp$平面 $ABDC$,

在平面 $A'MN$ 中作 $A'H\perp MN$,则 $A'H\perp$平面 $BCED$,

$\because$二面角 A'-DE-B 为 60°，$\therefore\angle A'EF=60°$,

$\because$正三角形 ABC 中，$AB=8$,$\therefore AN=4\sqrt{3}$,$\therefore A'M=2\sqrt{3}$,$\therefore A'H=A'M\sin60°=3$，故 A 正确;

连接 DN,易得 $DN\parallel EC$, $DN=EC=4$,

$\angle A'DN$ 就是直线 $A'D$ 与 CE 所成的角，

$DN=DA'=4$, $A'N=A'M=2\sqrt{3}$,

$\cos\angle A'DN=\frac{4^2+4^2-12}{2\times4\times4}=\frac{5}{8}$, 故 B 正确;