东北师大附中 2023-2024 学年高三第三次模拟考试数学试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0．5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

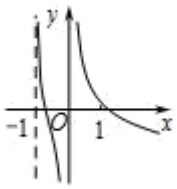
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

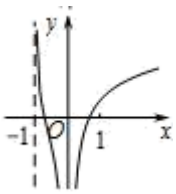
1．下列几何体的三视图中，恰好有两个视图相同的几何体是（　　）

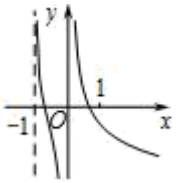
A．正方体　　B．球体

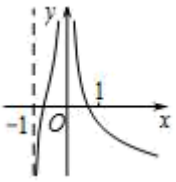
C．圆锥　　D．长宽高互不相等的长方体

2．函数 $y=\frac{1}{x}-\ln\left(x+1\right)$ 的图象大致为(　　)

A．

B．

C．

D．

3．某大学计算机学院的薛教授在 2019 年人工智能方向招收了 6 名研究生.薛教授欲从人工智能领域的语音识别、人脸识别，数据分析、机器学习、服务器开发五个方向展开研究，且每个方向均有研究生学习，其中刘泽同学学习人脸识别，则这 6 名研究生不同的分配方向共有（　　）

A．480 种　　B．360 种　　C．240 种　　D．120 种

4．已知点 P 在椭圆 τ：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上，点 P 在第一象限，点 P 关于原点 O 的对称点为 A，点 P 关于 x 轴的对称点为 Q，设 $\overrightarrow{PD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{PQ}$，直线 AD 与椭圆 τ 的另一个交点为 B，若 $PA\perp PB$，则椭圆 τ 的离心率 e=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

5．i 是虚数单位，$z=\frac{2i}{1-i}$ 则 $|z|$=（　　）

A．1　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

6．在平面直角坐标系 xOy 中，将点 $A(1,2)$ 绕原点 O 逆时针旋转 $90°$ 到点 B，设直线 OB 与 x 轴正半轴所成的最小正角为 α，则 $cos\alpha$ 等于(　　)

A．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$-\frac{2}{5}$

7．过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点作倾斜角为 $30°$ 的直线 l，若 l 与 y 轴的交点坐标为 $(0,b)$，则该双曲线的标准方程可能为（　）

A．$\frac{x^2}{2}-y^2=1$　　B．$\frac{x^2}{3}-y^2=1$　　C．$\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　D．$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$

8．已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=1$，且公比为 2，则 S_n 与 a_n 的关系正确的是（　　）

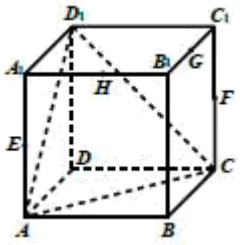
A．$S_n=4a_n-1$　　B．$S_n=2a_n+1$

C．$S_n=2a_n-1$　　D．$S_n=4a_n-3$

9．已知点 $M(2,0)$，点 P 在曲线 $y^2=4x$ 上运动，点 F 为抛物线的焦点，则 $\frac{|PM|^2}{|PF|-1}$ 的最小值为（　　）

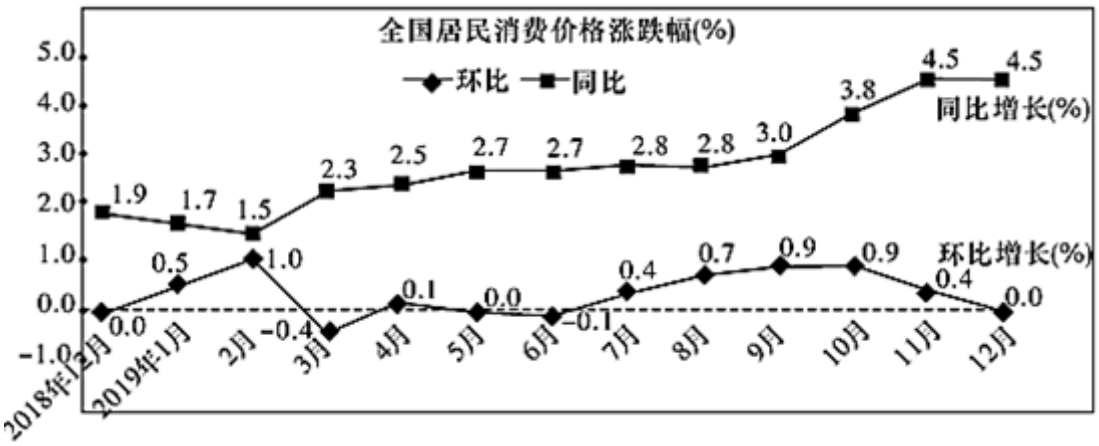
A．$\sqrt{3}$　　B．$2(\sqrt{5}-1)$　　C．$4\sqrt{5}$　　D．4

10．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F，G，H 分别为棱 AA_1、CC_1、B_1C_1、A_1B_1 的中点，则下列各直线中，不与平面 ACD_1 平行的是（　　）



A．直线 EF　　B．直线 GH　　C．直线 EH　　D．直线 A_1B

11.如图是国家统计局于 2020 年 1 月 9 日发布的 2018 年 12 月到 2019 年 12 月全国居民消费价格的涨跌幅情况折线图.（注：同比是指本期与同期作对比；环比是指本期与上期作对比.如：2019 年 2 月与 2018 年 2 月相比较称同比，2019 年 2 月与 2019 年 1 月相比较称环比）根据该折线图，下列结论错误的是（　　）



A．2019 年 12 月份，全国居民消费价格环比持平

B．2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格环比均上涨

C．2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格同比均上涨

D．2018 年 11 月的全国居民消费价格高于 2017 年 12 月的全国居民消费价格

12．已知 $a=\log_3\sqrt{2}$，$b=\ln 3$，$c=2^{-0.99}$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A． $b>c>a$　　**B．** $a>b>c$　　**C．** $c>a>b$　　**D．** $c>b>a$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．点 P 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右支上，其左、右焦点分别为 F_1、F_2，直线 PF_1 与以坐标原点 O 为圆心、a 为半径的圆相切于点 A，线段 PF_1 的垂直平分线恰好过点 F_2，则该双曲线的渐近线的斜率为_____.

14．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=\begin{cases}a_n+2,n=2k-1,k\in N^*\\2a_n,n=2k,k\in N^*\end{cases}$，则满足 $2019\le S_m\le 3000$ 的正整数 m 的所有取值为_____.

15．在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，若 $a^2-b^2=\sqrt{3}bc$，$\sin C=2\sqrt{3}\sin B$，则 $A=$____.

16．若双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{10}$，则双曲线 C 的渐近线方程为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 ***D*** 在椭圆 ***C*** 上，$\triangle DF_1F_2$ 的周长为 $2\sqrt{2}+2$.

（1）求椭圆 *C* 的标准方程；

（2）过圆 $E:x^2+y^2=\frac{2}{3}$ 上任意一点 *P* 作圆 *E* 的切线 *l*，若 *l* 与椭圆 *C* 交于 *A*，*B* 两点，*O* 为坐标原点，求证： $\angle AOB$

为定值.

18.（12 分）已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，前n项和为S_n，若对任意的$n\in N^*$，均有$S_n=a_{n+k}-k$（k是常数，且$k\in N^*$）成立，则称数列$\{a_n\}$为“$H(k)$数列”.

（1）若数列$\{a_n\}$为“$H(1)$数列”，求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n；

（2）若数列$\{a_n\}$为“$H(2)$数列”，且a_2为整数，试问：是否存在数列$\{a_n\}$，使得$\left|a_n^{\,2}-a_{n-1}a_{n+1}\right|\le 40$对任意$n\ge 2$，$n\in N^*$成立？如果存在，求出这样数列$\{a_n\}$的$a_2$的所有可能值，如果不存在，请说明理由.

19.（12 分）已知函数$f(x)=x^2-6x+4\ln x$

（1）求$f(x)$单调区间和极值；

（2）若存在实数$a,b,c(0<a<b<c)$，使得$f(a)=f(b)=f(c)$，求证：$c-a<2$

20.（12 分）已知ΔABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$a\sin(A+B)=c\sin\dfrac{B+C}{2}$.

（1）求A；

（2）若ΔABC的面积为$\sqrt{3}$，$b+c=5$，求ΔABC的周长.

21.（12 分）已知各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足$a_{n+1}^2=2S_n+n+4$，a_2-1，a_3，a_7，恰为等比数列$\{b_n\}$的前 3 项.

（1）求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\left\{\dfrac{nb_n}{a_na_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$T_n$；若对$\forall n\in N^*$均满足$T_n>\dfrac{m}{2020}$，求整数$m$的最大值；

（3）是否存在数列$\{c_n\}$满足等式$\sum_{i=1}^{n}(a_i-1)c_{n+1-i}=2^{n+1}-n-2$成立，若存在，求出数列$\{c_n\}$的通项公式；若不存在，请说明理由.

22.（10 分）在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=2+2\cos\alpha\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数）.以坐标原点$O$为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线$l$的极坐标方程为$\rho\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（1）求曲线C的普通方程和直线l的直角坐标方程；

（2）设点$M(0,1)$，若直线l与曲线C相交于A、B两点，求$|MA|+|MB|$的值

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据基本几何体的三视图确定.

【详解】

正方体的三个三视图都是相等的正方形，球的三个三视图都是相等的圆，圆锥的三个三视图有一个是圆，另外两个是全等的等腰三角形，长宽高互不相等的长方体的三视图是三个两两不全等的矩形.

故选：C.

【点睛】

本题考查基本几何体的三视图，掌握基本几何体的三视图是解题关键.

2、A

【解析】

确定函数在定义域内的单调性，计算$x=1$时的函数值可排除三个选项.

【详解】

$x>0$时，函数为减函数，排除 B，$-1<x<0$时，函数也是减函数，排除 D，又$x=1$时，$y=1-\ln 2>0$，排除 C，只有 A 可满足.

故选：A.

【点睛】

本题考查由函数解析式选择函数图象，可通过解析式研究函数的性质，如奇偶性、单调性、对称性等等排除，可通过特殊的函数值，函数值的正负，函数值的变化趋势排除，最后剩下的一个即为正确选项.

3、B

【解析】

将人脸识别方向的人数分成：有2人、有1人两种情况进行分类讨论，结合捆绑计算出不同的分配方法数.

【详解】

当人脸识别方向有 2 人时，有$A_5^5=120$种，当人脸识别方向有 1 人时，有$C_5^2A_4^4=240$种，∴共有 360 种.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查简单排列组合问题，考查分类讨论的数学思想方法，属于基础题.

4、C

【解析】

设$P(x_1,y_1)$，则$A(-x_1,-y_1)$，$Q(x_1,-y_1)$，$D\left(x_1,-\frac{y_1}{2}\right)$，设$B(x_2,y_2)$，根据$PA\perp PB$化简得到$3a^2=4c^2$，得到答案.

【详解】

设$P(x_1,y_1)$，则$A(-x_1,-y_1)$，$Q(x_1,-y_1)$，$\overrightarrow{PD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{PQ}$，则$D\left(x_1,-\frac{y_1}{2}\right)$，设$B(x_2,y_2)$，

则$\begin{cases}\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1\\ \frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1\end{cases}$，两式相减得到：$\frac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{a^2}=-\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{b^2}$，

$k_{PB}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x_1+x_2}{y_1+y_2}$，$k_{AD}=k_{AB}$，即$\frac{y_1}{4x_1}=\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}$，$k_{PA}=\frac{y_1}{x_1}=\frac{4(y_1+y_2)}{x_1+x_2}$，

$PA\perp PB$，故$k_{PA}\cdot k_{PB}=-1$，即$-4\frac{b^2}{a^2}=-1$，故$3a^2=4c^2$，故$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了椭圆的离心率，意在考查学生的计算能力和转化能力.

5、C

【解析】

由复数除法的运算法则求出z，再由模长公式，即可求解.

【详解】

由$z=\frac{2i(1+i)}{1-i^2}=-1+i,|z|=\sqrt{2}$.

故选:C.

【点睛】

本题考查复数的除法和模，属于基础题.

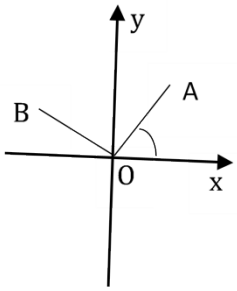
6、A

【解析】

设直线直线OA与x轴正半轴所成的最小正角为β，由任意角的三角函数的定义可以求得$\sin\beta$的值，依题有$OA\perp OB$,则$\alpha=\beta+90°$，利用诱导公式即可得到答案.

【详解】

如图，设直线直线OA与x轴正半轴所成的最小正角为β



因为点$A(1,2)$在角β的终边上，所以$\sin\beta=\dfrac{2}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

依题有$OA\perp OB$,则$\alpha=\beta+90°$，

所以$\cos\alpha=\cos(\beta+90°)=-\sin\beta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

故选：A

【点睛】

本题考查三角函数的定义及诱导公式，属于基础题.

7、A

【解析】

直线l的方程为$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$，令$x=0$，得$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}c$，得到*a,b*的关系，结合选项求解即可

【详解】

直线l的方程为$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$，令$x=0$，得$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}c$.因为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}c=b$，所以$a^2=c^2-b^2=3b^2-b^2=2b^2$，只有选项$A$满足条件.

故选：A

【点睛】

本题考查直线与双曲线的位置关系以及双曲线的标准方程，考查运算求解能力.

8、C

【解析】

在等比数列中，由$S_n=\dfrac{a_1-a_n\cdot q}{1-q}$即可表示之间的关系.

【详解】

由题可知，等比数列$\{a_n\}$中$a_1=1$，且公比为2，故$S_n=\dfrac{a_1-a_n\cdot q}{1-q}=\dfrac{1-2a_n}{1-2}=2a_n-1$

故选：C

【点睛】

本题考查等比数列求和公式的应用，属于基础题.

9、D

【解析】

如图所示：过点P作PN垂直准线于N，交y轴于Q，则$|PF|-1=|PN|-1=|PQ|$，设$P(x,y)$，$x>0$，则$\dfrac{|PM|^2}{|PF|-1}=x+\dfrac{4}{x}$，利用均值不等式得到答案.

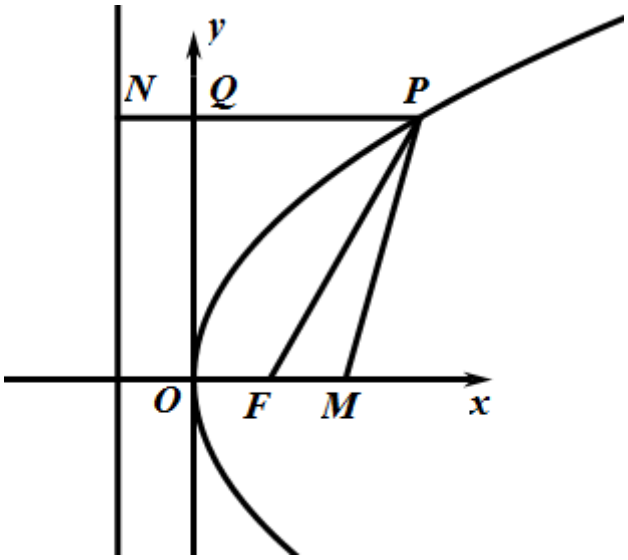
【详解】

如图所示：过点P作PN垂直准线于N，交y轴于Q，则$|PF|-1=|PN|-1=|PQ|$，

设$P(x,y)$，$x>0$，则$\dfrac{|PM|^2}{|PF|-1}=\dfrac{|PM|^2}{|PQ|}=\dfrac{(x-2)^2+y^2}{x}=\dfrac{(x-2)^2+4x}{x}=x+\dfrac{4}{x}\geq 4$，

当$x=\dfrac{4}{x}$，即$x=2$时等号成立.

故选：D.



【点睛】

本题考查了抛物线中距离的最值问题，意在考查学生的计算能力和转化能力.

10、C

【解析】

充分利用正方体的几何特征，利用线面平行的判定定理，根据 $EF // AC$ 判断 A 的正误.根据 $GH // A_1C_1, A_1C_1 // AC$，判断 B 的正误.根据 $EH // C_1D, C_1D$ 与 D_1C 相交，判断 C 的正误.根据 $A_1B // D_1C$，判断 D 的正误.

【详解】

在正方体中，因为 $EF // AC$ ，所以 $EF //$ 平面 ACD_1，故 A 正确.

因为 $GH // A_1C_1, A_1C_1 // AC$，所以 $GH // AC$，所以 $GH //$ 平面 ACD_1 故 B 正确.

因为 $A_1B // D_1C$，所以 $A_1B //$ 平面 ACD_1，故 D 正确.

因为 $EH // C_1D, C_1D$ 与 D_1C 相交，所以 EH 与平面 ACD_1 相交，故 C 错误.

故选：C

【点睛】

本题主要考查正方体的几何特征，线面平行的判定定理，还考查了推理论证的能力，属中档题.

11、D

【解析】

先对图表数据的分析处理，再结简单的合情推理一一检验即可

【详解】

由折线图易知 *A*、*C* 正确；2019 年 3 月份及 6 月份的全国居民消费价格环比是负的，所以 *B* 错误；设 2018 年 12 月份，2018 年 11 月份，2017 年 12 月份的全国居民消费价格分别为 a,b,c，由题意可知，$b=a$，$\frac{a-c}{c}=1.9\%$，则有 $c=\frac{a}{1+1.9\%}<a=b$，所以 *D* 正确.

故选：D

【点睛】

此题考查了对图表数据的分析处理能力及进行简单的合情推理，属于中档题.

12、A

【解析】

根据指数函数与对数函数的单调性，借助特殊值即可比较大小.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/758106130036006065