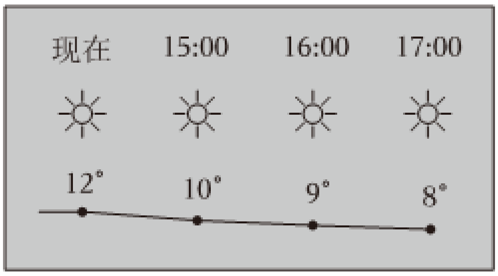
2024年浙江省G3联盟中考数学第二次联考试卷

一、选择题：本题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 这是2024年1月某日的气温实施预测情况，则通过预测图可知，下午5时的气温和此时气温的相对差值为(　)



A. 4℃　　B. 3℃　　C. 2℃　　D. −4℃

2. “天有日月，道分阴阳”，从古至今，中国人一直都在追求对称美.中国传统图形比较注重于对称，其集中体现在文字和建筑、绘画上，下列图形、文字为轴对称图形的是(　)

A. 　B. 　C. 　D. 

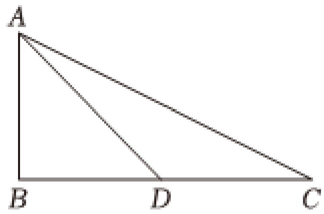
3. 2023年杭州亚运会，有五位同学将参加“中国舞迎亚运”活动，已知小队中的每个人的身高(单位：cm)分别为：168、167、170、172、158.则这些队员的身高的方差为(　)

A. 116　　B. 33.4　　C. 23.2　　D. 4.8

4. 某商场举办促销活动，负责人在一个不透明的袋子里装着8个大小、质量相同的小球，其中5个为红色、2个为黄色、1个为绿色，若要获奖需要一次性摸出2个红球和1个黄球，那么获奖的概率为(　)

A. $\frac{25}{256}$　　B. $\frac{3}{8}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{5}{14}$

5. 如图，在$Rt\triangle ABC$中，D为BC的中点，若$AD=\sqrt{2}CD$，$AB=BD$，则$\tan\angle C$的值为(　)



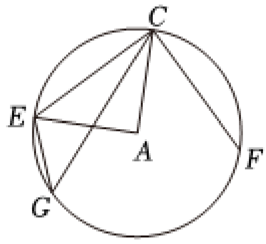
A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

6. 如图，在$\odot A$上有C、E、F、G四个点，其中CG为$\angle ACE$的角平分线，若$\angle A=120^\circ$，E、A、F共线，则$\angle GCF$的度数为(   )



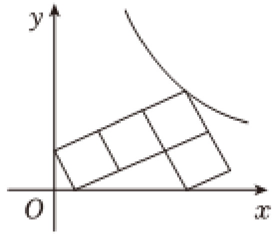
A. 75°

B. 60°

C. 45°

D. 90°

7. 如图，四个边长均为1的正方形如图摆放，其中三个顶点位于坐标轴上，其中一个顶点在反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象上，则k的值为(   )



A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

8. 在平面直角坐标系中，一次函数$y_1=m(x+1)+1(m\neq 0)$和$y_2=a(x-1)+2(a\neq 0)$，无论x取何值，始终有$y_2<y_1$，则m的取值为(   )

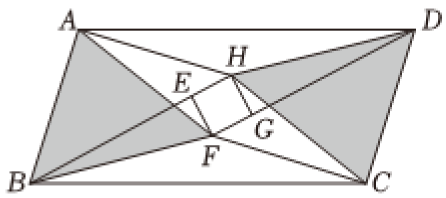
A. $m\neq 0$　　B. $m>\frac{1}{2}$　　C. $m<\frac{1}{2}$　　D. $m<\frac{1}{2}$且$m\neq 0$

9. 点$A(-2,m)$，$B(4,n)$都在二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象上，若$m>n$，则下列可能成立的是(   )

A. 当$a<0$时，$4a+b=0$　　B. 当$a<0$时，$2a+b=0$

C. 当$a>0$时，$3a+b=0$　　D. 当$a>0$时，$a+b=0$

10. 将两张全等的等腰直角三角形纸片$\triangle ABH$与$\triangle CDF$和一张正方形纸片$EFGH$按照如图所示的方式拼成一个平行四边形$ABCD$，同时形成了剩余部分(即$\triangle BEF$，$\triangle BFC$，$\triangle AHD$，$\triangle HDG$)，若只知道阴影部分的面积，则不能直接求出(   )



A. $\triangle BEF$的面积

B. $\triangle CDF$的面积

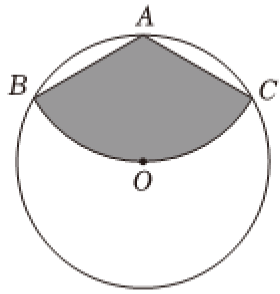
C. 平行四边形$ABCD$的面积

D. 剩余部分的面积之和与正方形$EFGH$面积和

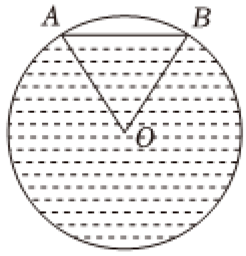
二、填空题：本题共 **6** 小题，每小题 **4** 分，共 **24** 分。

11. 定义一种运算$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc$，计算$\begin{vmatrix} \sqrt{5} & sin60° \\ 2 & \sqrt{15} \end{vmatrix} =$ ______.

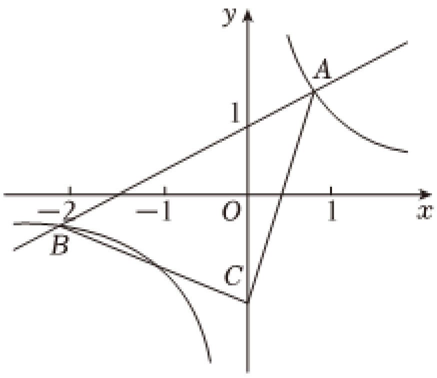
12. 从如图的一块半径为$1m$的铁圆盘上剪出一个圆周角为$120°$扇形ABC，若将剪下的扇形围成一个圆锥，则该圆锥的体积为______.



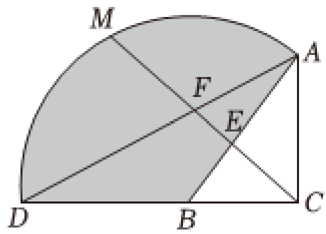
13. 某校区的输水管模型如图，输水管的直径为$4m$，某时刻水面AB满足$\angle AOB = 60°$，则此时水管截面的水面面积(即阴影部分面积)为______.



14. 平面直角坐标系xOy中，直线$y = \frac{1}{2}(x+3)$分别与函数$y = \frac{k}{x}(k > 0)$的图象交于A、B，若y轴负半轴上存在点C使得$\triangle ABC$是以C为直角顶点的等腰直角三角形，则k为______.



15. 如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB = 90°$，以点B为圆心、BA为半径画劣弧$\overset{\frown}{AD}$交射线CB于点D，M为$\overset{\frown}{AD}$的中点，联结CM、AD，CM分别交AB、AD于点E、F，如果点B是线段CD的黄金分割点，则$\cos\angle ABC =$ ______.

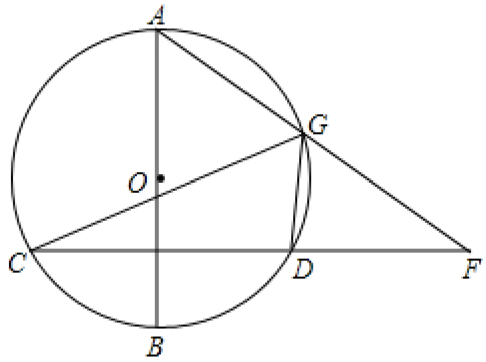


16. 若点$(p,1)$在抛物线$y = \frac{1}{4}x^2$上过y轴上点E作两条相互垂直的直线与抛物线分别交于A，B，C，D，且M，N分别是线段AB，CD的中点，$\triangle EMN$面积的最小值为______.

三、解答题：本题共7小题，共66分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题8分)

如图，已知AB是$\odot O$的直径，弦$CD \perp AB$于点E，G是$\overset{\frown}{AD}$上一点，AG、CD的延长线相交于点F，求证：$\angle FGD = \angle AGC$.



18. (本小题8分)

图1，图2都是由边长为1的小等边三角形构成的网格，每个小等边三角形的顶点称为格点，线段AB的端点在格点上，分别按要求画出图形：

(1)在图1中画出两个以AB为斜边的直角三角形ABC，且点C在格点上；

(2)在图2中画出一个以AB为对角线的菱形$ADBE$，且D，E在格点上.

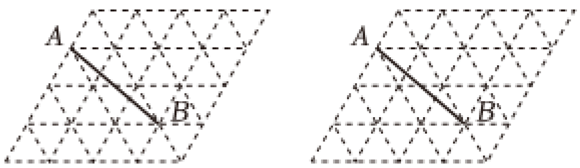
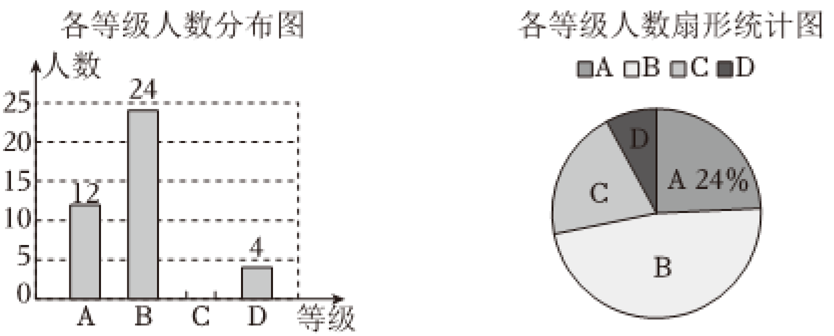


图1　　图2

19. (本小题8分)

法国著名的思想家伏尔泰说过“生命在于运动”，某大学小组为了调查初中同学学生课后运动时间，按照时间分为A、B、C、D四个等级，绘制了如下不完整统计表：



(1)求本次调查的总人数，并且补全人数分布图；

(2)估计本次调查的中位数位于A、B、C、D哪个等级中；

(3)小宁认为我们可以根据本次调查数据精确预测全市初中生为A等的人数，请判断他这句话的正误，并说明理由.

20. (本小题9分)

顶点为D的二次函数$y=ax^2+bx+c(a<0)$满足以下三个条件的任意两个：

①其与y轴的交点为$(0,1)$；

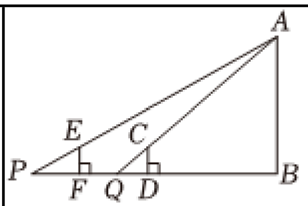
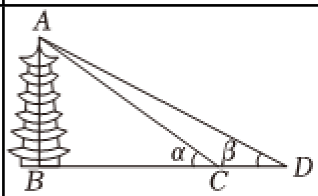
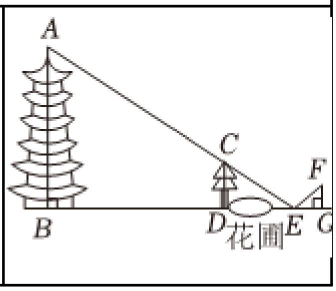
②其与x轴的交点为$(-1,0)$和$(3,0)$；

③该函数其最大值为12.

(1)从以上条件任选两个，求出函数的表达式；

(2)若存在直线$y=-1$，二次函数上的存在一个点A，使得AD等于A到直线的距离，求出A点的坐标.

21. (本小题9分)

教学实践活动：910班测量雷峰塔高度实践的相关数据		
活动1	如图，A点为塔顶，将一根木棒立在D处，AC的连线交地面于Q点，同理将相同长度的木棒立在F处，同时得到P点.若移动木棒使得$CD=QD$，在E点的仰角为$30°$，则$\angle PAQ=$ ______.	
活动2	如图，小组2设计了此测量方法，若CD的长度为$18m$，已知$\angle\alpha=37°$，$\angle\beta=30°$，则可以得到塔的高度大约为______.(参考数据：$\sqrt{3}\approx1.732$，$sin37°\approx0.602$，$cos37°\approx0.799$，$tan37°\approx0.754$)	
总结与取优		
老师做了一个小小的总结，并且设计了一个新的方案，已知塔前有一高4米的小树CD，发现水平地面上点E、树顶和塔顶A恰好在一条直线上，测得$BD=57$米，D、E之间有一个花圃无法测量，然后在E处放置一个平面镜，沿BE后退，退到G处恰好在平面中看到树顶C的像，此时$EG=24$米，测量者眼睛到地面的距离FG为1.6米，求出塔高AB.		

22. (本小题12分)

在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=ax^2+bx+c(a,b,c$为常数，且$a\neq0)$经过$A(-2,-4)$和$B(3,1)$两点.

(1)求b和c的值(用含a的代数式表示)；

(2)若该抛物线开口向下，且经过$C(2m-3,n)$，$D(7-2m,n)$两点，当$k-3<x<k+3$时，y随x的增大而减

小，求k的取值范围；

(3)已知点$M(-6,5)$，$N(2,5)$，若该抛物线与线段MN恰有一个公共点时，结合函数图象，求a的取值范围．

23. (本小题12分)

如图，四边形$ABCD$内接于$\odot O$，AC为O的直径，$DELAC$于点F交BC于点E．

(1)设$\angle DBC=\alpha$，试用含α的代数式表示$\angle ADE$；

(2)如图2，若$BE=3CE$，求$\frac{BD}{DE}$的值；

(3)在(2)的条件下，若AC，BD交于点G，设$\frac{FG}{CF}=x$，$\cos\angle BDE=y$．

①求y关于x的函数表达式；

②若$BC=BD$，求y的值．

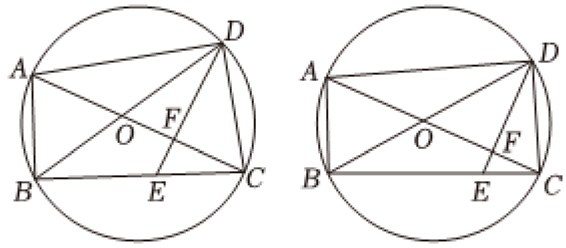


图1　图2

答案和解析

1.【答案】D

【解析】解：由题意得，$8-12=8+(-12)=-4(°C)$，

即下午5时的气温和此时气温的相对差值为$-4°C$，

故选：D.

由题意列出算式$8-12$，再根据有理数的减法法则计算即可.

本题考查了有理数的减法，熟知有理数的减法法则：减去一个数，等于加上这个数的相反数是解题的关键.

2.【答案】C

【解析】解：C选项中的图形能找到一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形；

A，B，D选项中的图形不能找到一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形.

故选：C.

根据轴对称图形的定义进行逐一判断即可.

本题主要考查了轴对称图形，如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形.

3.【答案】C

【解析】解：这组数据的平均数为$\frac{168+167+170+172+158}{5}=167$，

所以其方差为$\frac{1}{5}\times[(168-167)^2+(167-167)^2+(170-167)^2+(172-167)^2+(158-167)^2]=23.2$，

故选：C.

根据方差的定义列式计算即可.

本题主要考查方差，解题的关键是掌握方差的定义.

4.【答案】D

【解析】解：摸出红红黄的概率为：$\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{2}{6}=\frac{5}{42}$,

摸出红黄红的概率为：$\frac{5}{8}\times\frac{2}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{5}{42}$,

摸出黄红红的概率为：$\frac{2}{8}\times\frac{5}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{5}{42}$,

$\therefore$ 摸出2个红球1个黄球的概率为：$\frac{5}{42}\times 3=\frac{5}{14}$.

故选：D.

摸出2个红球和1个黄球一共有红红黄、红黄红、黄红红三种情况，根据乘法原理和加法原理求解即可.

本题主要考查了概率公式，根据乘法原理和加法原理来求解是本题解题的关键.

5.【答案】D

【解析】解：由题知，

因为$AD=\sqrt{2}CD$，

所以设$CD=k$，则$AD=\sqrt{2}k$.

又因为$AB=BD$，且$\angle B=90°$，

所以$AB=BD=k$，

则$BC=k+k=2k$.

在$Rt\triangle ABC$中，

$\tan\angle C=\frac{AB}{BC}=\frac{k}{2k}=\frac{1}{2}$.

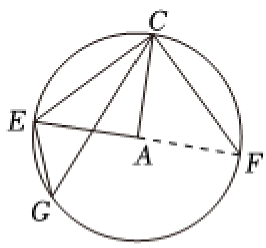
故选：D.

根据正切的定义表示出$\tan\angle C$，再结合题中所给线段之间的关系即可解决问题.

本题考查解直角三角形，熟知正切的定义是解题的关键.

6.【答案】A

【解析】解：连接AF，



$\because E$、A、F共线，

$\therefore EF$是$\odot A$的直径，

$\therefore \angle ECF=90°°$，

$\because \angle A=120°$，$AE=AC$，

$\therefore \angle ACE=\frac{180°-120°}{2}=30°$，

$\because CG$为$\angle ACE$的角平分线，

$\therefore \angle ECG=\frac{1}{2}\angle ACE=15°$，

$\therefore \angle GCF=\angle ECF-\angle ECG=90°-15°=75°$.

故选：A.

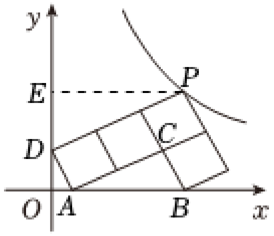
连接AF，由E、A、F共线可知EF是$\odot A$的直径，故$\angle ECF=90°°$，根据$\angle A=120°$，$AE=AC$得出$\angle ACE$的

度数，再由CG为$\angle ACE$的角平分线得出$\angle ECG$的度数，进而得出结论．

本题考查的是圆周角定理，根据题意作出辅助线，构造出圆周角是解题的关键．

7.【答案】B

【解析】解：过点P作$PE\perp y$轴于点E，如图所示：



依题意得：$PD=3$，$AD=1$，$AC=2$，$BC=1$，

在$Rt\triangle ABC$中，$AC=2$，$BC=1$，

由勾股定理得：$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5}$，

$\because\angle DAC=\angle AOD=90^\circ$，

$\therefore\angle OAD+\angle ADO=90^\circ$，$\angle OAD+\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore\angle ADO=\angle BAC$，

又$\because\angle AOD=\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore\triangle DAO\backsim\triangle ABC$，

$\therefore OD$：$AC=OA$：$BC=AD$：AB，

即OD：$2=OA$：$1=1$：$\sqrt{5}$，

$\therefore OD=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$OA=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

同理可证：$\triangle DAO\backsim\triangle PDE$，

$\therefore OD$：$PE=OA$：$DE=AD$：PD，

即$\frac{2\sqrt{5}}{5}$：$PE=\frac{\sqrt{5}}{5}$：$DE=1$：3，

$\therefore PE=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，$DE=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore OE=OD+DE=\frac{2\sqrt{5}}{5}+\frac{3\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}$，

$\therefore$点P的坐标为$(\frac{6\sqrt{5}}{5},\sqrt{5})$，

$\because$点P在反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象上，

$\therefore k=\frac{6\sqrt{5}}{5}\times\sqrt{5}=6$．

故选：B.

过点P作$PE \perp y$轴于点E，依题意得：$PD=3$，$AD=1$，$AC=2$，$BC=1$，进而可求出$AB=\sqrt{5}$，证$\triangle DAO$和$\triangle ABC$相似，得OD：$AC=OA$：$BC=AD$：AB，从而得$OD=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$OA=\frac{\sqrt{5}}{5}$，同理可证$\triangle DAO$和$\triangle PDE$相似，得OD：$PE=OA$：$DE=AD$：PD，从而得$PE=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，$DE=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，进而得$OE=\sqrt{5}$，由此得点$P(\frac{6\sqrt{5}}{5},\sqrt{5})$，将点$P$的坐标代入$y=\frac{k}{x}$之中可得$k$的值.

此题主要考查了反比例函数图象上的点，正方形的性质，相似三角形的判定和性质，熟练掌握正方形的性质，相似三角形的判定和性质，理解反比例函数图象上的点满足反比例函数的表达式是解决问题的关键.

8.【答案】B

【解析】解：$\because y_1=m(x+1)+1(m\neq 0)$，

$\therefore$直线经过定点$(-1,1)$，

$\because$无论x取何值，始终有$y_2<y_1$，

$\therefore y_1//y_2$，且y_2在y_1的下方，

$\therefore a=m$，

当$y_2=a(x+1)+2$经过点$(-1,1)$时，

$1=-2a+2$，

$\therefore a=\frac{1}{2}$，

此时两直线相交，

$\therefore a>\frac{1}{2}$时，$y_2<y_1$，

即$m>\frac{1}{2}$.

故选：B.

由题意可知$y_1//y_2$，且y_2在y_1的下方，则$a=m$，当$y_2=a(x+1)+2$经过点$(-1,1)$时，$a=\frac{1}{2}$，此时两直线相交，则$m>\frac{1}{2}$时，$y_1>y_2$.

本题考查一次函数的图象及性质，熟练掌握一次函数的图象及性质，通过所给的条件确定两条直线的位置关系是解题的关键.

9.【答案】C

【解析】解：把$A(-2,m)$，$B(4,n)$代入$y=ax^2+bx+c$中得$m=4a-2b+c$，$n=16a+4b+c$，

$\because m>n$，

$\therefore 4a-2b+c>16a+4b+c$，

即$2a+b<0$，所以B选项不符合题意；

当$a<0$时，$4a+b<0$，所以A选项不符合题意；

当$a>0$时，$3a+b$可能等于0，所以C选项符合题意；

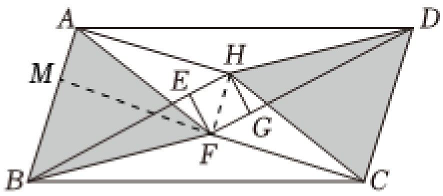
当$a>0$时，$a+b<0$，所以D选项不符合题意.

故选：C.

先把点A、B的坐标分别代入解析式得到$m=4a-2b+c$，$n=16a+4b+c$，则利用$m>n$得到$4a-2b+c>16a+4b+c$，则$2a+b<0$，然后依次对各选项进行判断.

本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上的点坐标满足二次函数的解析式.

10.【答案】A



【解析】解：如图，连接HF，

$\because \triangle ABH$，$\triangle CDF$是等腰直角三角形，四边形$EFGH$是正方形，

$\therefore \angle ABH=\angle AHB=\angle EHF=45°$，$\angle CDF=\angle CFD=\angle HFG=45°$，

$\therefore AB//HF//CD$，$\angle BAH=\angle AHF=\angle HFC=\angle FCD=90°$，

$\therefore S_{\triangle ABH}=S_{\triangle ABF}$，$S_{\triangle CDF}=S_{\triangle CDH}$，

$\therefore S_{\triangle ABH}+S_{\triangle CDF}=S_{\triangle CDH}+S_{\triangle ABF}$，

设阴影部分面积为a^2，

$\because \triangle ABH$，$\triangle CDF$全等，

$\therefore S_{\triangle ABH}=S_{\triangle CDF}=\frac{1}{2}a^2$，故$\triangle CDF$的面积可求；

$\therefore AB=BH=CD=CF=a$，

延长CF交AB于点M，则四边形$AMFH$是矩形，

$\therefore AH=FM=a$，$CM\perp AB$，

$\therefore S_{ABCD}=AB\cdot CM=a\cdot 2a=2a^2$，故平行四边形$ABCD$的面积可求；

$\therefore$剩余部分的面积$+$正方形$EFGH$的面积$=a^2$，故D选项正确；

故选：A.

如果我们只知道阴影部分的面积，那么我们可以直接求出$\triangle CDF$的面积，因为$\triangle CDF$是等腰直角三角形，其面积等于阴影部分的面积的一半．所以选项B可以求出．可以直接求出平行四边形$ABCD$的面积，因为平行四边形$ABCD$的面积等于两个等腰直角三角形的面积之和的2倍．所以选项C可以求出．因为剩余部分的面积之和与正方形$EFGH$面积和等于平行四边形$ABCD$的面积减去阴影部分的面积．所以选项D能求

出．只有A中$\triangle BEF$的面积无法求出．

本题主要考查了几何图形的面积计算，以及等腰直角三角形和正方形的性质，将面积进行转化是解题关键．

11.【答案】$4\sqrt{3}$

【解析】解：$\because \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc$，

$\therefore \begin{vmatrix} \sqrt{5} & sin60° \\ 2 & \sqrt{15} \end{vmatrix}$

$= \sqrt{5} \times \sqrt{15} - 2sin60°$

$= 5\sqrt{3} - 2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= 5\sqrt{3} - \sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$．

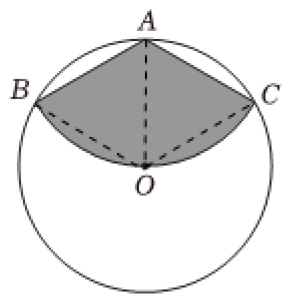
故答案为：$4\sqrt{3}$．

根据$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc$，用$\sqrt{5}$与$\sqrt{15}$的积减去$2$与$sin60°$的积，求出$\begin{vmatrix} \sqrt{5} & sin60° \\ 2 & \sqrt{15} \end{vmatrix}$的值即可．

此题主要考查了定义新运算，以及实数的运算，解答此题的关键是弄清楚$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$的运算方法．

12.【答案】$\frac{2\sqrt{2}\pi}{81}m^2$

【解析】解：连接OA、OB、OC，如图，



$\because OB = OC$，

$\therefore \overset{\frown}{OB} = \overset{\frown}{OC}$，

$\therefore \angle OAB = \angle OAC = \frac{1}{2}\angle BAC = 60°$，

$\because OA = OB = OC$，

$\therefore \triangle OAB$和$\triangle\triangle OAC$都是等边三角形，

$\therefore AB = AC = OA = 1$，

设该圆锥的底面圆的半径为$r\ m$，

根据题意得$2\pi r = \dfrac{120 \times \pi \times 1}{180}$，

解得$r = \frac{1}{3}$，

即该圆锥的底面圆的半径为$\frac{1}{3}m$，

$\therefore$圆锥的高为$\sqrt{1^2-(\frac{1}{3})^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}(m)$，