

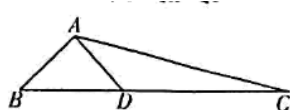
2023-2024 学年安徽省东至二中高3数学试题模拟试卷（一）试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp AB$ ， $\overrightarrow{BD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ($x, y \in \mathbb{R}$)， $|\overrightarrow{AD}| = 2$ ，且 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 12$ ，则 $2x + y =$ ()



- A. 1 B. $-\frac{2}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{3}{4}$

2. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，平面 α 与此正方体相交. 对于实数 d ($0 < d < \sqrt{3}$)，如果正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的八个顶点中恰好有 m 个点到平面 α 的距离等于 d ，那么下列结论中，一定正确的是

- A. $m \neq 6$ B. $m \neq 5$
C. $m \neq 4$ D. $m \neq 3$

3. 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 与双曲线 $C_2: \frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 没有公共点，则双曲线 C_1 的离心率的取值范围是()

- A. $(1, \sqrt{3}]$ B. $[\sqrt{3}, +\infty)$ C. $(1, \sqrt{5}]$ D. $[\sqrt{5}, +\infty)$

4. 若双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一个焦点为 $F(3, 0)$ ，过 F 点的直线 l 与双曲线 E 交于 A 、 B 两点，

且 AB 的中点为 $P(-3, -6)$ ，则 E 的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ C. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$

5. 已知 $a = \ln \sqrt[3]{3}$ ， $b = e^{-1}$ ， $c = \frac{3 \ln 2}{8}$ ，则 a ， b ， c 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

6. 已知变量 x ， y 间存在线性相关关系，其数据如下表，回归直线方程为 $\hat{y} = 2.1x + 0.85$ ，则表中数据 m 的值为 ()

变量 x	0	1	2	3
--------	---	---	---	---

变量 y	m	3	5.5	7
--------	-----	---	-----	---

- A. 0.9 B. 0.85 C. 0.75 D. 0.5

7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦距为 8, 一条渐近线方程为 $y = \sqrt{3}x$, 则 C 为 ()

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$
C. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{48} = 1$ D. $\frac{x^2}{48} - \frac{y^2}{16} = 1$

8. 有一改形塔几何体由若干个正方体构成, 构成方式如图所示, 上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各边的中点. 已知最底层正方体的棱长为 8, 如果改形塔的最上层正方体的边长小于 1, 那么该塔中正方体的个数至少是 ()



- A. 8 B. 7 C. 6 D. 4

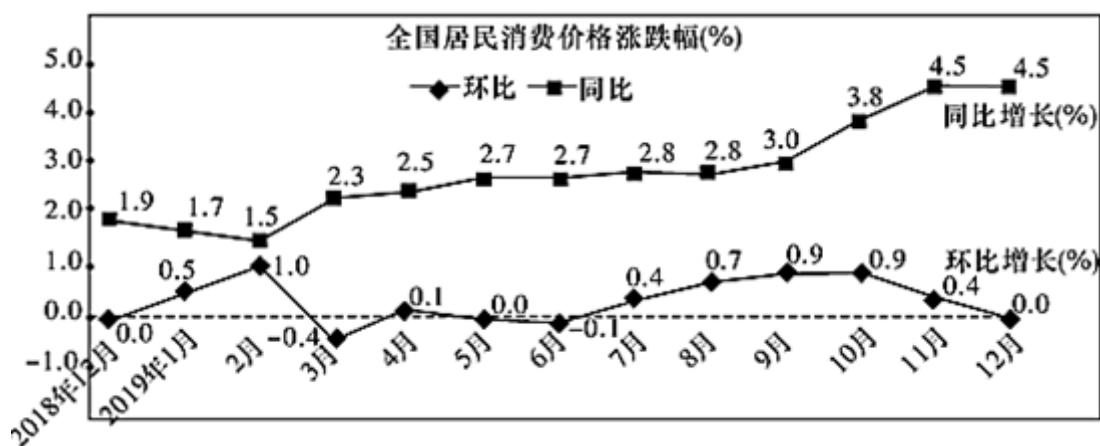
9. 定义: $N\{f(x) \otimes g(x)\}$ 表示不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集中的整数解之和. 若 $f(x) = |\log_2 x|$, $g(x) = a(x-1)^2 + 2$,

$N\{f(x) \otimes g(x)\} = 6$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1]$ B. $(\log_2 3 - 2, 0)$ C. $(2 - \log_2 6, 0]$ D. $(\frac{\log_2 3 - 2}{4}, 0]$

10. 如图是国家统计局于 2020 年 1 月 9 日发布的 2018 年 12 月到 2019 年 12 月全国居民消费价格的涨跌幅情况折线图.

(注: 同比是指本期与同期作对比; 环比是指本期与上期作对比. 如: 2019 年 2 月与 2018 年 2 月相比较称同比, 2019 年 2 月与 2019 年 1 月相比较称环比) 根据该折线图, 下列结论错误的是 ()



- A. 2019 年 12 月份，全国居民消费价格环比持平
- B. 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格环比均上涨
- C. 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格同比均上涨
- D. 2018 年 11 月的全国居民消费价格高于 2017 年 12 月的全国居民消费价格

11. 如果 $b < a < 0$ ，那么下列不等式成立的是（ ）

A. $\log_2 |b| < \log_2 |a|$

B. $\left(\frac{1}{2}\right)^b < \left(\frac{1}{2}\right)^a$

C. $b^3 > a^3$

D. $ab < b^2$

12. 以下四个命题：①两个随机变量的线性相关性越强，相关系数的绝对值越接近 1；②在回归分析中，可用相关指数 R^2 的值判断拟合效果， R^2 越小，模型的拟合效果越好；③若数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 1，则

$2x_1+1, 2x_2+1, 2x_3+1, \dots, 2x_n+1$ 的方差为 4；④已知一组具有线性相关关系的数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ ，其线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，则 (x_0, y_0) 满足线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 是 $x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}$ ， $y_0 = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{10}}{10}$ 的充要条件；其中真命题的个数为()

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ，对任意 $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$ ， $\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n-1}} = 2^{n-1}$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____.

14. 已知向量 $\vec{a} = (1, m)$ ， $\vec{b} = (2, 1)$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $m =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = e^{2x}$ ，则过原点且与曲线 $y = f(x)$ 相切的直线方程为_____.

16. 已知集合 $U = \{1, 3, 5, 9\}$ ， $A = \{1, 3, 9\}$ ， $B = \{1, 9\}$ ，则 $C_U(A \cup B) =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与 x 轴负半轴交于 $A(-2, 0)$, 离心率 $e = \frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 C 交于 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 两点, 连接 AM, AN 并延长交直线 $x=4$ 于

$E(x_3, y_3), F(x_4, y_4)$ 两点, 若 $\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} = \frac{1}{y_3} + \frac{1}{y_4}$, 直线 MN 是否恒过定点, 如果是, 请求出定点坐标, 如果不是,

请说明理由.

18. (12分) 随着电子阅读的普及, 传统纸质媒体遭受到了强烈的冲击. 某杂志社近 9 年来的纸质广告收入如下表所示:

年份	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
时间代号 t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
广告收入 y (千万元)	2	2.2	2.5	2.8	3	2.5	2.3	2	1.8

根据这 9 年的数据, 对 t 和 y 作线性相关性检验, 求得样本相关系数的绝对值为 0.243;

根据后 5 年的数据, 对 t 和 y 作线性相关性检验, 求得样本相关系数的绝对值为 0.984.

(1) 如果要用线性回归方程预测该杂志社 2019 年的纸质广告收入, 现在有两个方案,

方案一: 选取这 9 年数据进行预测, 方案二: 选取后 5 年数据进行预测.

从实际生活背景以及线性相关性检验的角度分析, 你觉得哪个方案更合适?

附: 相关性检验的临界值表:

$n-2$	小概率	
	0.05	0.01
3	0.878	0.959
7	0.666	0.798

(2) 某购物网站同时销售某本畅销书籍的纸质版本和电子书, 据统计, 在该网站购买该书籍的大量读者中, 只购买电子书的读者比例为 50%, 纸质版本和电子书同时购买的读者比例为 10%, 现用此统计结果作为概率, 若从上述读者中随机调查了 3 位, 求购买电子书人数多于只购买纸质版本人数的概率.

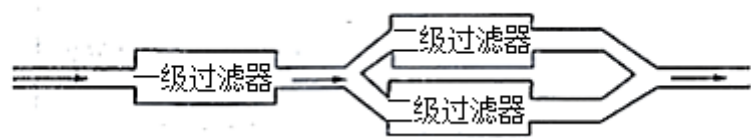
19. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a = \sqrt{3}b$, 且

$$(a - b + c)(\sin A - \sin B - \sin C) = c \sin C - 2a \sin B.$$

(1) 求 $\cos C$ 的值;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积是 $2\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

20. (12 分) 某客户准备在家中安装一套净水系统, 该系统为二级过滤, 使用寿命为十年如图所示两个二级过滤器采用并联安装, 再与一级过滤器串联安装.

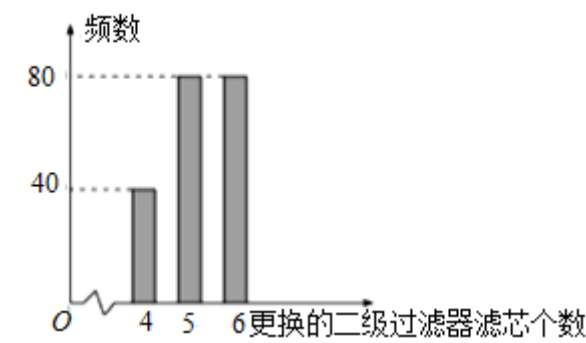


其中每一级过滤都由核心部件滤芯来实现在使用过程中, 一级滤芯和二级滤芯都需要不定期更换 (每个滤芯是否需要更换相互独立). 若客户在安装净水系统的同时购买滤芯, 则一级滤芯每个 160 元, 二级滤芯每个 80 元. 若客户在使用过程中单独购买滤芯则一级滤芯每个 400 元, 二级滤芯每个 200 元. 现需决策安装净水系统的同时购买滤芯的数量, 为此参考了根据 100 套该款净水系统在十年使用期内更换滤芯的相关数据制成的图表, 其中表 1 是根据 100 个一级过滤器更换的滤芯个数制成的频数分布表, 图 2 是根据 200 个二级过滤器更换的滤芯个数制成的条形图.

表 1: 一级滤芯更换频数分布表

一级滤芯更换的个数	8	9
频数	60	40

图 2: 二级滤芯更换频数条形图



以 100 个一级过滤器更换滤芯的频率代替 1 个一级过滤器更换滤芯发生的概率, 以 200 个二级过滤器更换滤芯的频率代替 1 个二级过滤器更换滤芯发生的概率.

- 求一套净水系统在使用期内需要更换的各级滤芯总个数恰好为 16 的概率;
- 记 X 表示该客户的净水系统在使用期内需要更换的二级滤芯总数, 求 X 的分布列及数学期望;
- 记 m, n 分别表示该客户在安装净水系统的同时购买的一级滤芯和二级滤芯的个数. 若 $m + n = 19$, 且 $m \in \{8, 9\}$, 以该客户的净水系统在使用期内购买各级滤芯所需总费用的期望值为决策依据, 试确定 m, n 的值.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = a + 2\ln x$, $f(x) \leq ax$.

- 求 a 的值;

(2) 令 $g(x) = \frac{xf(x)}{x-a}$ 在 $(a, +\infty)$ 上最小值为 m ，证明： $6 < f(m) < 7$ 。

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = e^x$ 。

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(2) 若对任意的 $m \in \mathbf{R}$ ，当 $x > 0$ 时，都有 $m^2 \left(2f(x) + \frac{1}{x} \right) > 2\sqrt{2km} - 1$ 恒成立，求最大的整数 k 。

(参考数据： $e^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \approx 1.78$)

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由题可 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 12$ ，所以将已知式子中的向量用 $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 表示，可得到的 x, y 关系，再由 B, D, C 三点共线，又得到一个关于 x, y 的关系，从而可求得答案

【详解】

由 $\overrightarrow{BD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，则

$\overrightarrow{AD} = (x+1)\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot [(x+1)\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}] = (x+1)\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC}$ ，即 $4 = 12y$ ，所以 $y = \frac{1}{3}$ ，

又 B, D, C 共线，则 $x+1+y=1, x = -\frac{1}{3}, 2x+y = -\frac{1}{3}$ 。

故选：C

【点睛】

此题考查的是平面向量基本定理的有关知识，结合图形寻找各向量间的关系，属于中档题。

2、B

【解析】

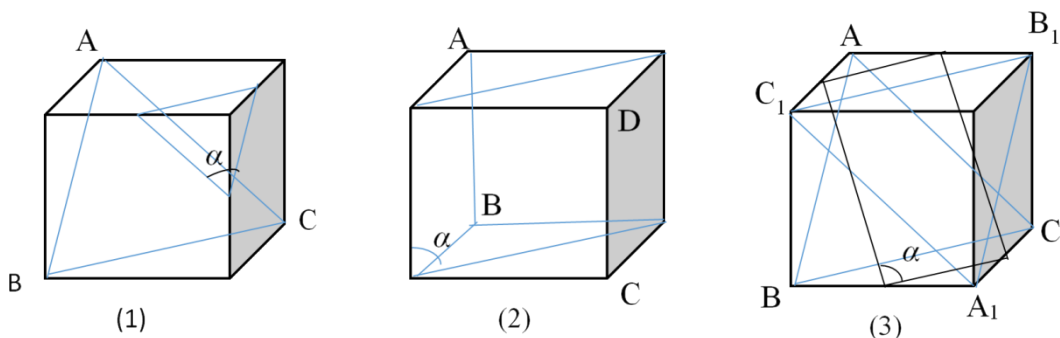
此题画出正方体模型即可快速判断 m 的取值。

【详解】

如图 (1) 恰好有 3 个点到平面 α 的距离为 d ；如图 (2) 恰好有 4 个点到平面 α 的距离为 d

；如图（3）恰好有 6 个点到平面 α 的距离为 d .

所以本题答案为 B.



【点睛】

本题以空间几何体为载体考查点，面的位置关系，考查空间想象能力，考查了学生灵活应用知识分析解决问题的能力
和知识方法的迁移能力，属于难题.

3、C

【解析】

先求得 C_2 的渐近线方程，根据 C_1, C_2 没有公共点，判断出 C_1 渐近线斜率的取值范围，由此求得 C_1 离心率的取值范围.

【详解】

双曲线 $C_2: \frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 的渐近线方程为 $y = \pm 2x$ ，由于双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 与双曲线 $C_2: \frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 没有公共点，

所以双曲线 C_1 的渐近线的斜率 $\frac{b}{a} \leq 2$ ，所以双曲线 C_1 的离心率 $e = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \in (1, \sqrt{5}]$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查双曲线的渐近线，考查双曲线离心率的取值范围的求法，属于基础题.

4、D

【解析】

求出直线 l 的斜率和方程，代入双曲线的方程，运用韦达定理和中点坐标公式，结合焦点的坐标，可得 a, b 的方程组，

求得 a, b 的值，即可得到答案.

【详解】

由题意，直线 l 的斜率为 $k = k_{PF} = \frac{0+6}{3+3} = 1$ ，

可得直线 l 的方程为 $y = x - 3$ ，

把直线 l 的方程代入双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 可得 $(b^2 - a^2)x^2 + 6a^2x - 9a^2 - a^2b^2 = 0$,

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = \frac{6a^2}{a^2 - b^2}$,

由 AB 的中点为 $P(-3, -6)$, 可得 $\frac{6a^2}{a^2 - b^2} = -6$, 解答 $b^2 = 2a^2$,

又由 $a^2 + b^2 = c^2 = 9$, 即 $a^2 + 2a^2 = 9$, 解得 $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{6}$,

所以双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$.

故选: D.

【点睛】

本题主要考查了双曲线的标准方程的求解, 其中解答中属于运用双曲线的焦点和联立方程组, 合理利用根与系数的关系和中点坐标公式是解答的关键, 着重考查了推理与运算能力.

5、D

【解析】

构造函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 利用导数求得 $f(x)$ 的单调区间, 由此判断出 a, b, c 的大小关系.

【详解】

依题意, 得 $a = \ln \sqrt[3]{3} = \frac{\ln 3}{3}$, $b = e^{-1} = \frac{\ln e}{e}$, $c = \frac{3 \ln 2}{8} = \frac{\ln 8}{8}$. 令 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 所以 $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$. 所以函数 $f(x)$

在 $(0, e)$ 上单调递增, 在 $(e, +\infty)$ 上单调递减. 所以 $[f(x)]_{\max} = f(e) = \frac{1}{e} = b$, 且 $f(3) > f(8)$, 即 $a > c$, 所以

$b > a > c$. 故选: D.

【点睛】

本小题主要考查利用导数求函数的单调区间, 考查化归与转化的数学思想方法, 考查对数式比较大小, 属于中档题.

6、A

【解析】

计算 $\bar{x}, \bar{y}$, 代入回归方程可得.

【详解】

由题意 $\bar{x} = \frac{0+1+2+3}{4} = 1.5$, $\bar{y} = \frac{m+3+5.5+7}{4} = \frac{m+15.5}{4}$,

$$\therefore \frac{m+15.5}{4} = 2.1 \times 1.5 + 0.85, \text{ 解得 } m = 0.9.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查线性回归直线方程，解题关键是掌握性质：线性回归直线一定过中心点 $(\bar{x}, \bar{y})$.

7、A

【解析】

由题意求得 c 与 $\frac{b}{a}$ 的值，结合隐含条件列式求得 a^2 , b^2 ，则答案可求.

【详解】

由题意， $2c=8$ ，则 $c=4$ ，

$$\text{又 } \frac{b}{a} = \sqrt{3}, \text{ 且 } a^2 + b^2 = c^2,$$

解得 $a^2=4$, $b^2=12$.

$$\therefore \text{双曲线 } C \text{ 的方程为 } \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的简单性质，属于基础题.

8、A

【解析】

则从下往上第二层正方体的棱长为： $\sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ ，从下往上第三层正方体的棱长为： $\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 4$ ，

从下往上第四层正方体的棱长为： $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ，以此类推，能求出改形塔的最上层正方体的边长小于 1 时该塔形中正方体的个数的最小值的求法.

【详解】

最底层正方体的棱长为 8，

则从下往上第二层正方体的棱长为： $\sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ ，

从下往上第三层正方体的棱长为： $\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 4$ ，

从下往上第四层正方体的棱长为： $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ，

从下往上第五层正方体的棱长为： $\sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/765114312243011300>