

2024-2025 学年上海市长宁区延安初级中学九年级（上）期中数学试卷

一、选择题（每题 4 分，共 24 分）

1. (4 分) 下列各组四条线段成比例的是 ()

- A. 1 米, 3 米, 3 米, 6 米 B. 2 米, 3 米, 4 米, 6 米
C. 2 米, 3 米, 4 米, 5 米 D. 3 米, 4 米, 5 米, 6 米

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $\angle A=\alpha$, 那么 AC 等于 ()

- A. $a \cdot \tan \alpha$ B. $a \cdot \cot \alpha$ C. $\frac{a}{\sin \alpha}$ D. $\frac{a}{\cos \alpha}$

3. (4 分) 如果 $|\vec{a}|=2$, $\vec{b}=-\frac{1}{2}\vec{a}$, 那么下列说法正确的是 ()

- A. $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$
B. \vec{b} 是与 \vec{a} 方向相同的单位向量
C. $2\vec{b}-\vec{a}=\vec{0}$
D. $\vec{b} \parallel \vec{a}$

4. (4 分) 如果点 D 、点 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 和边 AC 上, 那么下列能判定 $DE \parallel BC$ 的比例式是 ()

- A. $AD:DB=EC:AE$ B. $DE:BC=AD:AB$
C. $BD:CE=AB:AC$ D. $AD:AC=AE:AB$

5. (4 分) 如果以 a 、 b 、 c 为三边的三角形和以 4、5、6 为三边的三角形相似, 那么 a 与 b 的比值不可能为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

6. (4 分) 关于直角三角形有如下两个命题:

- ①如果两个直角三角形相似, 那么它们的斜边之比等于斜边上的高之比;
②如果两个直角三角形的斜边之比等于斜边上的高之比, 那么这两个直角三角形相似.

下列说法正确的是 ()

- A. ①是真命题, ②是真命题
B. ①是真命题, ②是假命题
C. ①是假命题, ②是假命题
D. ①是假命题, ②是真命题

二、填空题（每题 4 分，共 48 分）

7. (4分) 化简: $\frac{3}{2}\vec{a} - (\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}) =$ _____.

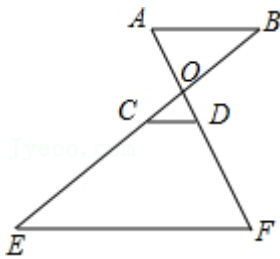
8. (4分) 已知线段 a 和 b 满足 $4a=5b$, 那么 $\frac{b+a}{b}$ 的值等于 _____.

9. (4分) 两个相似三角形的周长之比为 $1:4$, 那么它们的面积之比是 _____.

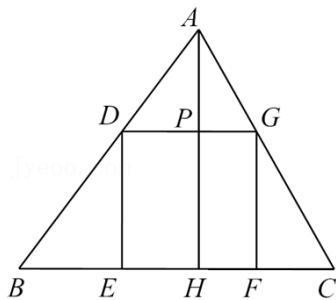
10. (4分) 已知点 P 在线段 AB 上, 满足 $AP:BP=BP:AB$, 若 $BP=2$ _____.

11. (4分) 如果 α 是锐角, 且 $\sin\alpha = \cos 20^\circ$, 那么 $\alpha =$ _____ 度.

12. (4分) 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, 点 C, D 分别在 BE, AF 上, $CE=9, AF=10$ _____.

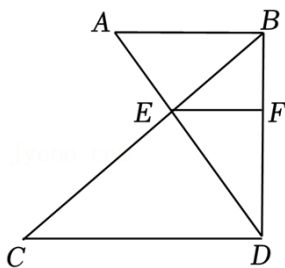


13. (4分) 如图, 正方形 $DEFG$ 的边 EF 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 D, G 分别在边 AB, AC 上. 已知 BC 长为 40 , 则 $\triangle ABC$ 的高 AH 的长为 _____.



14. (4分) 如图, $AB \parallel CD$, AD, BC 相交于点 E , 过 E 作 $EF \parallel CD$ 交 BD 于点 F , $\frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{2}{3}$, $EF=6$, 那

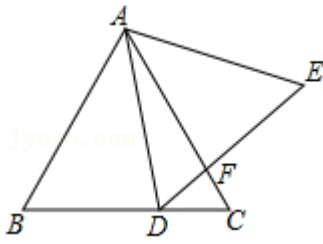
么 CD 的长等于 _____.



15. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 高 AH 与中线 BD 相交于点 E , $BD=3$, 那么 $\triangle AEB$ 的面积为 _____.

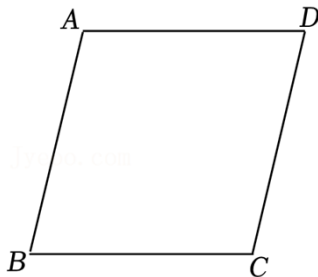
16. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形, 点 D 在边 BC 上, $CD=2$, 那么 AF

= _____.



17. (4分) 如果一条直线把 $\triangle ABC$ 分割成一个三角形和一个四边形, 并且分割后得到的三角形与四边形的面积相等、周长也相等, 那么我们把这条直线叫做 $\triangle ABC$ 的“完美分割线”. 已知 $\triangle ABC$ 的一条“完美分割线”分别交边 AB 、边 AC 于点 D 、点 E , $\triangle ADE$ 的周长为4, 那么 BC 的长为 _____.

18. (4分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 、点 F 分别在边 AD 、边 BC 上, 将四边形 $EFCD$ 沿 EF 翻折, 点 C 的对应点 C' 恰好落在边 AB 上 $\tan\angle ABC=\sqrt{15}$, 那么 $\frac{AC'}{BC'}$ 的值为 _____.



三、解答题: (本大题共7题, 满分78分)

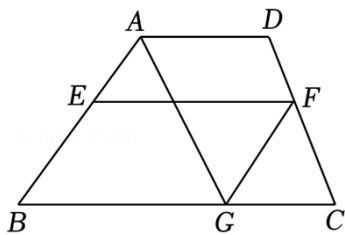
19. (10分) 计算: $\frac{4\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ - \tan 45^\circ} - \sin^2 45^\circ$.

20. (10分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD\parallel BC$, $EF\parallel BC$, FG 平分 $\angle EFC$ $\frac{AE}{EB}=\frac{2}{3}$, $GC=6$.

(1) 求 CD 的长;

(2) 填空: 联结 AG 交 EF 于点 H , 如果 $AB\parallel FG$, $\vec{AB}=\vec{a}$, $\vec{AH}=\vec{b}$, 那么 \vec{FF} _____.

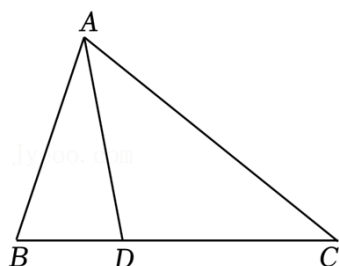
(用含 \vec{a} 、 \vec{b} 的式子表示结果)



21. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=16$, $\sin\angle BCA=\frac{3}{5}$, $CD=2BD$, $AD=CD$.

(1) 求 BD 的长;

(2) 求 $\angle CAB$ 的正切值.



22. (10分) 已知图1、图2、图3都是 12×9 的正方形网格图, 每个最小的正方形的边长都为1, 它的顶点叫做格点.

(1) 填空: 如图1, 点A、点B、点C、点D都是格点, 联结BA、DC并延长交于点O_____;

(2) 尺规作图是起源于古希腊的数学课题, 在初中阶段的数学学习中我们已经有所了解和掌握, 这里所使用的尺是指无刻度的直尺. 我们规定在正方形网格图中

以下两题请你只能使用无刻度的直尺和铅笔作图 (保留作图痕迹):

① 如图2, 点A、点B、点C都是格点, 作出 $\triangle ABC$ 的重心G;

② 如图3, 点A、点B、点C、点D都是格点, 在边AB上作出点M

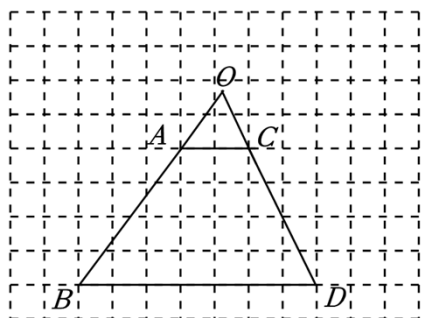


图1

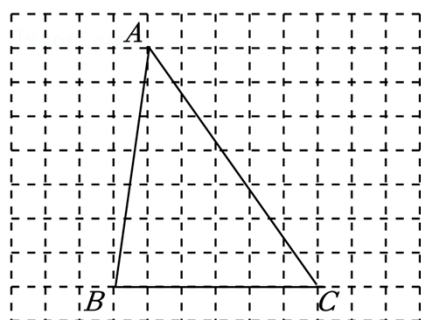


图2

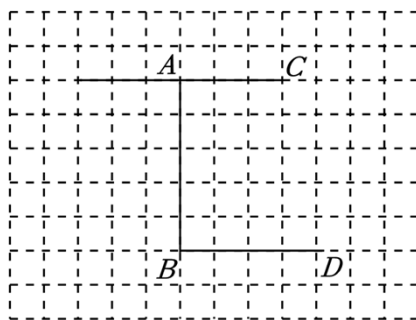
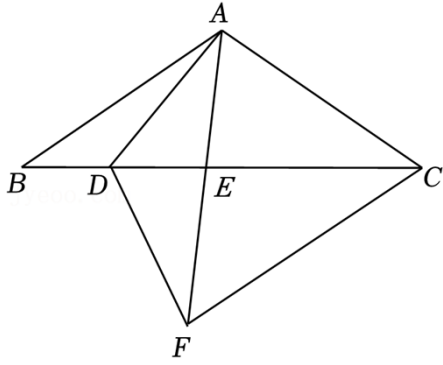


图3

23. (12分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 且 $AB^2=BE \cdot CD$.

(1) 求证: $\angle B = \angle DAE$;

(2) 点F在AE延长线上, 如果 $DF^2 = DE \cdot CD$, 求证: $AB \parallel FC$.



24. (12分) 已知在直角坐标平面内, 直线 $y=kx+3$ 分别与 y 轴交于点 A 、与 x 轴正半轴交于点 B ,

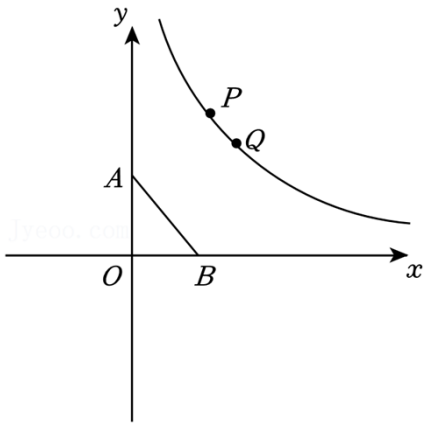
$$\cot \angle BAO = \frac{3}{4}.$$

(1) 求直线 AB 的表达式;

(2) 点 P 在函数 $y = \frac{45}{4x}$ ($x > 0$) 的图象上, 联结 PA 并延长, 且 $\frac{AC}{AP} = \frac{2}{3}$.

① 求点 C 的坐标;

② 点 Q 在函数 $y = \frac{45}{4x}$ ($x > 0$) 的图象上, $QM \parallel AC$, 联结 QB . 如果 $\triangle QMB$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求点 Q 的坐标.



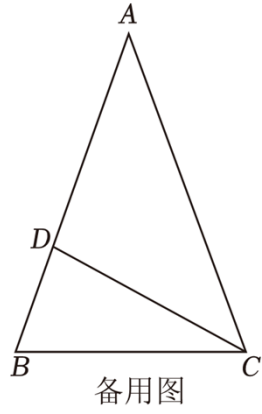
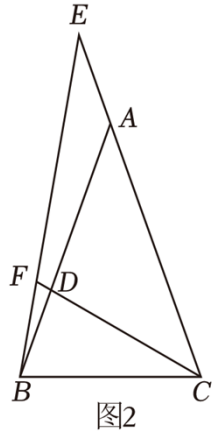
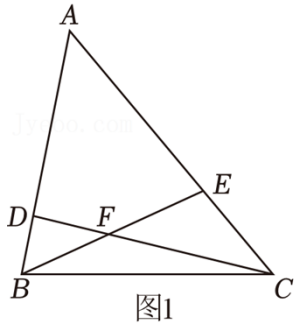
25. (14分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, 点 E 在射线 CA 上. 直线 CD 与直线 BE 相交于点 F .

(1) 如图 1, 当点 E 在边 AC 上时, 如果 $\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BF}$;

(2) 如果 $AB=AC=\frac{3}{2}BC$, $AD=BC$,

① 如图 2, 当 $EC=2BC$ 时, 求 $\frac{FB}{FC}$ 的值;

② 填空: 当 $BC=2$, $AC=3AE$ 时, 那么 FC 的长为 _____.



2024-2025 学年上海市长宁区延安初级中学九年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每题 4 分，共 24 分）

1. (4 分) 下列各组四条线段成比例的是 ()

- A. 1 米, 3 米, 3 米, 6 米 B. 2 米, 3 米, 4 米, 6 米
C. 2 米, 3 米, 4 米, 5 米 D. 3 米, 4 米, 5 米, 6 米

【解答】解: A 、 $3 \times 4 \neq 2 \times 6$, 故 A 选项不符合题意;

B 、 $2 \times 5 = 3 \times 4$, 故 B 选项符合题意;

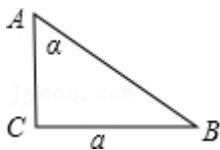
C 、 $2 \times 5 \neq 3 \times 3$, 故 C 选项不符合题意;

D 、 $3 \times 6 \neq 7 \times 5$, 故 D 选项不符合题意.

故选: B .

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $\angle A=\alpha$, 那么 AC 等于 ()

- A. $a \cdot \tan \alpha$ B. $a \cdot \cot \alpha$ C. $\frac{a}{\sin \alpha}$ D. $\frac{a}{\cos \alpha}$



【解答】

解: $\cot \angle A = \frac{AC}{BC}$,

$\therefore AC = BC \cdot \cot A = a \cdot \cot A$,

故选: B .

3. (4 分) 如果 $|\vec{a}|=2$, $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a}$, 那么下列说法正确的是 ()

- A. $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$
B. \vec{b} 是与 \vec{a} 方向相同的单位向量
C. $2\vec{b} - \vec{a} = \vec{0}$
D. $\vec{b} \parallel \vec{a}$

【解答】解: A 、由 $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a}$ 得到 $|\frac{1}{2}\vec{b}| = |\vec{a}| = 2$.

B 、由 $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a}$ 得到 \vec{b} 与 \vec{a} 的方向相反.

C、由 $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a}$ 得到 $2\vec{b} + \vec{a} = \vec{0}$.

D、由 $\vec{b} = -\frac{2}{2}\vec{a}$ 得到 $\vec{b} \parallel \vec{a}$.

故选：D.

4. (4分) 如果点D、点E分别在 $\triangle ABC$ 的边AB和边AC上，那么下列能判定 $DE \parallel BC$ 的比例式是()

A. $AD: DB = EC: AE$

B. $DE: BC = AD: AB$

C. $BD: CE = AB: AC$

D. $AD: AC = AE: AB$

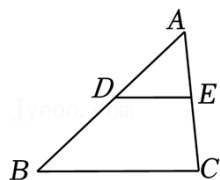
【解答】解：A、 $\because AD: DB = AE: EC$ ，故本选项不能判定 $DE \parallel BC$ ；

B、由 $DE: BC = AD: AB$ ；故本选项不能判定 $DE \parallel BC$ ；

C、 $\because BD: CE = AB: AC$ ， $\therefore DE \parallel BC$ ；

D、 $\because AB: AC = AD: AE$ ， $\therefore DE \parallel BC$.

故选：C.



5. (4分) 如果以 a 、 b 、 c 为三边的三角形和以4、5、6为三边的三角形相似，那么 a 与 b 的比值不可能为()

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{5}{6}$

【解答】解： \because 以 a 、 b 、 c 为三边的三角形和以4、5、

$\therefore a: b = 7: 5$ 或 $5: 3$ 或 $2: 3$ ，

故选：B.

6. (4分) 关于直角三角形有如下两个命题：

①如果两个直角三角形相似，那么它们的斜边之比等于斜边上的高之比；

②如果两个直角三角形的斜边之比等于斜边上的高之比，那么这两个直角三角形相似.

下列说法正确的是()

A. ①是真命题，②是真命题

B. ①是真命题，②是假命题

C. ①是假命题，②是假命题

D. ①是假命题，②是真命题

【解答】解：相似三角形对应边上高的比等于相似比，由此得到如果两个直角三角形相似，故①是真命题，

虽然两个直角三角形的斜边之比等于斜边上的高之比，但直角三角形高的位置可能变化，那么这两个直角三角形不一定相似。

故选：B.

二、填空题（每题4分，共48分）

7. (4分) 化简： $\frac{3}{2}\vec{a} - (\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}) = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

【解答】解： $\frac{3}{2}\vec{a} - (\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b})$
 $= \frac{3}{2}\vec{a} - \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$
 $= \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

故答案为： $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

8. (4分) 已知线段 a 和 b 满足 $4a=5b$ ，那么 $\frac{b+a}{b}$ 的值等于 $\frac{9}{4}$.

【解答】解： $\because 4a=5b$,

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \frac{a+b}{b} = \frac{5+4}{4} = \frac{9}{4}.$$

故答案为： $\frac{9}{4}$.

9. (4分) 两个相似三角形的周长之比为 1:4，那么它们的面积之比是 1:16.

【解答】解： \because 两个相似三角形的周长之比为 1:4，

$$\therefore \text{相似比为：} 1:4,$$

$$\therefore \text{它们的面积之比为：} 1:16.$$

故答案为：1:16.

10. (4分) 已知点 P 在线段 AB 上，满足 $AP:BP=BP:AB$ ，若 $BP=2\sqrt{5}+1$.

【解答】解： \because 点 P 在线段 AB 上，满足 $AP:BP=BP:AB$,

$$\therefore P \text{ 为线段 } AB \text{ 的黄金分割点，且 } BP \text{ 是较长线段，}$$

$$\therefore BP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB = 2\sqrt{5}+1,$$

解得 $AB = \sqrt{5} + 3$.

故答案为: $\sqrt{5} + 1$.

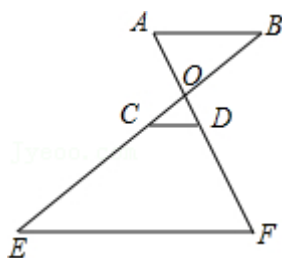
11. (4分) 如果 α 是锐角, 且 $\sin\alpha = \cos 20^\circ$, 那么 $\alpha =$ 70 度.

【解答】解: $\because \sin\alpha = \cos 20^\circ$,

$$\therefore \alpha = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ.$$

故答案为: 70.

12. (4分) 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, 点 C 、 D 分别在 BE 、 AF 上, $CE = 9$, $AF = 10$ 6.



【解答】解: $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

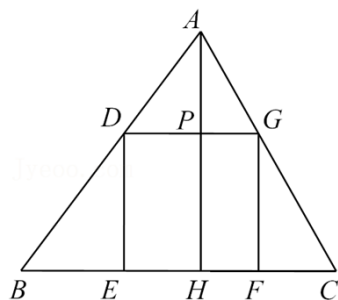
$$\therefore \frac{BE}{CE} = \frac{AF}{DF},$$

$$\therefore \frac{6+9}{8} = \frac{10}{DF},$$

$$\therefore DF = 6,$$

故答案为: 6.

13. (4分) 如图, 正方形 $DEFG$ 的边 EF 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 D 、 G 分别在边 AB 、 AC 上. 已知 BC 长为 40, 则 $\triangle ABC$ 的高 AH 的长为 $\frac{200}{3}$.



【解答】解: 设 $\triangle ABC$ 的高 AH 为 x 厘米.

由正方形 $DEFG$ 得, $DG \parallel EF$,

$$\because AH \perp BC,$$

$$\therefore AP \perp DG.$$

$$\because DG \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AP}{AH} = \frac{DG}{BC}.$$

$$\because PH \perp BC, DE \perp BC,$$

$$\therefore PH = ED, AP = AH - PH,$$

$\because BC$ 长为 40 厘米, 若正方形 $DEFG$ 的边长为 25 厘米,

$$\therefore \frac{x-25}{x} = \frac{25}{40},$$

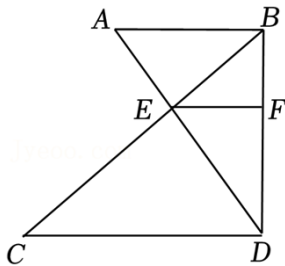
$$\text{解得 } x = \frac{200}{3}.$$

$$\text{即 } AH = \frac{200}{3} \text{ 厘米.}$$

$$\text{故答案为: } \frac{200}{6}.$$

14. (4分) 如图, $AB \parallel CD$ 、 AD 、 BC 相交于点 E , 过 E 作 $EF \parallel CD$ 交 BD 于点 F , $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{2}{3}$, $EF=6$, 那

么 CD 的长等于 15.



【解答】 解: $\because AB \parallel CD, \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{2}{3},$

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}, \triangle ABE \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{2}{5},$$

$$\because EF \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle BCD,$$

$$\therefore \frac{EF}{CD} = \frac{BE}{BC} = \frac{2}{5},$$

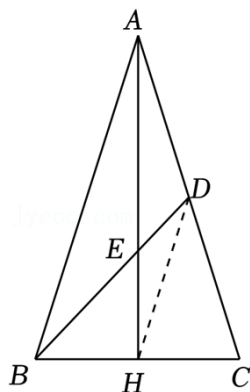
$$\because EF=6,$$

$$\therefore CD=15,$$

故答案为：15.

15. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 高 AH 与中线 BD 相交于点 E , $BD=3$, 那么 $\triangle AEB$ 的面积为 $\sqrt{3}$.

【解答】解：如图所示，连接 DH ,



$\because AB=AC, AH\perp BC$,

$\therefore H$ 为 BC 的中点,

$\therefore BH=\frac{1}{2}BC=3$,

又 $\because D$ 为 AC 的中点,

$\therefore DH$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore DH\parallel AB, DH=\frac{1}{2}AB$,

$\therefore \triangle DEH\sim\triangle BEA$,

$\therefore \frac{ED}{EB}=\frac{DH}{BA}=\frac{4}{2}=\frac{EH}{EA}$,

又 $\because BD=3$,

$\therefore BE=3$,

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle BEH$ 中, $EH=\sqrt{BE^2-BH^2}=\sqrt{4}$,

$\therefore AE=2EH=2\sqrt{2}$,

$\therefore S_{\triangle AEB}=\frac{1}{2}AE\cdot BH=\frac{2}{2}\sqrt{3}\times 3=\sqrt{3}$,

故答案为： $\sqrt{3}$.

16. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形, 点 D 在边 BC 上, $CD=2$, 那么 $AF=\frac{14}{3}$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/765311334331012002>