

江苏省泰州市泰兴市西城初级中学 2021-2022 学年九年级上

学期期中数学试题

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题

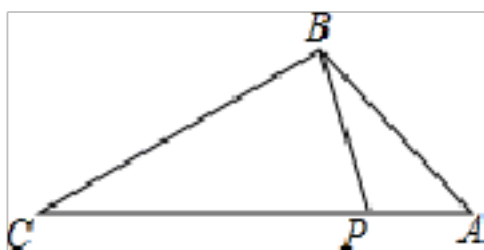
1. 已知 $2a+3b=0$ ，则 $\frac{a}{b}$ 的值为（ ）

- A. -2 B. $-\frac{2}{3}$ C. -1 D. $-\frac{3}{2}$

2. 某班在体育活动中，测试了十位学生的“一分钟跳绳”成绩，得到十个各不相同的数据.在统计时，出现了一处错误：将最高成绩写得更高了，则计算结果不受影响的是（ ）

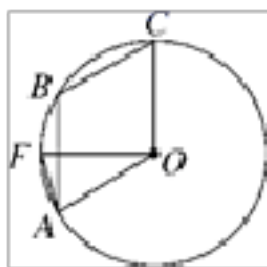
- A. 平均数 B. 中位数 C. 方差 D. 众数

3. 如图，点 P 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上，添加一个条件可判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，其中添加不正确的是（ ）



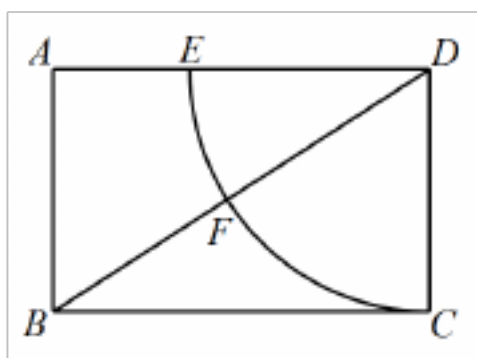
- A. $\angle ABP = \angle C$ B. $\angle APB = \angle ABC$ C. $\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AC}$ D. $\frac{AB}{AP} = \frac{CB}{BP}$

4. 如图，点 A、B、C 是 $\odot O$ 上的三点，且四边形 ABCO 是平行四边形，OF $\perp$ OC 交圆 O 于点 F，则 $\angle BAF$ 等于（ ）



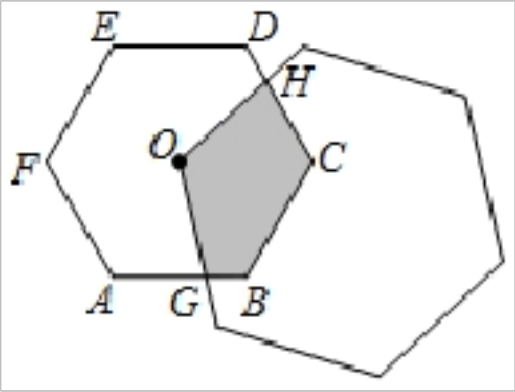
- A. 12.5° B. 15° C. 20° D. 22.5°

5. 如图，在矩形 ABCD 中， $AB=a$ ($a > 2$)， $BC=2$. 以点 D 为圆心，CD 的长为半径画弧，交 AD 于点 E，交 BD 于点 F. 下列哪条线段的长度是方程 $x^2 - 2ax - 4 = 0$ 的一个根（ ）



- A. 线段 AE 的长 B. 线段 BF 的长
C. 线段 BD 的长 D. 线段 DF 的长

6. 一个适当大的正六边形，它的一个顶点与一个边长为定值的小正六边形 ABCDEF 的中心 O 重合，且与边 AB、CD 相交于 G、H（如图）.图中阴影部分的面积记为 S，三条线段 GB、BC、CH 的长度之和记为 l，大正六边形在绕点 O 旋转过程中，下列说法正确的是（ ）

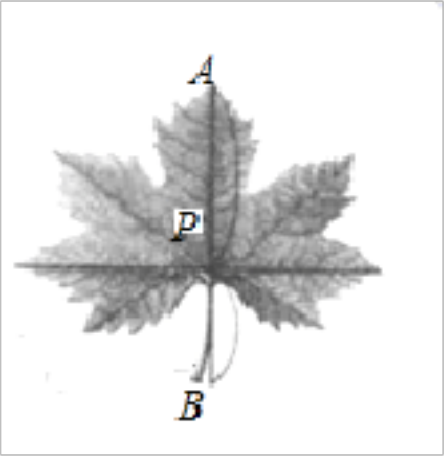


- A. S 变化，l 不变
- B. S 不变，l 变化
- C. S 变化，l 变化
- D. S 与 l 均不变

二、填空题

7. 已知一元二次方程 $x^2 - 2x + n = 0$ 的一个根为 $1 + \sqrt{3}$ ，则另一个根为_____.

8. 如图，大自然是美的设计师，即使是一片小小的树叶，也蕴含着“黄金分割”，P 为 AB 的黄金分割（ $AP > PB$ ），如果 AB 的长度为 10cm，那么 PB 的长度为_____.



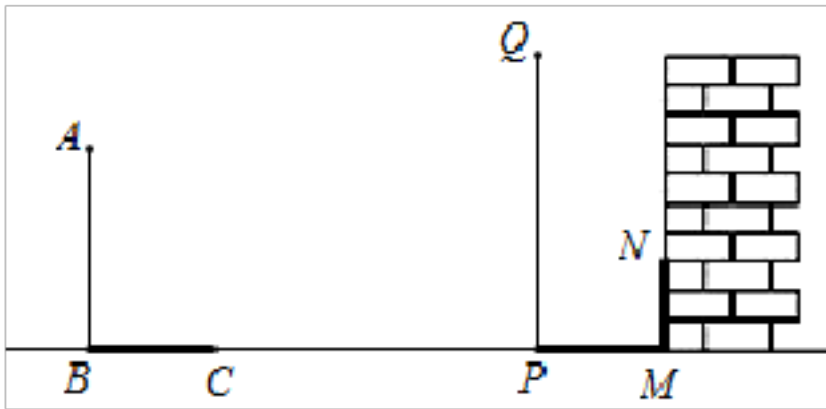
9. 已知一组数据 1，a，3，6，7，它的平均数是 5，这组数据的方差是_____.

10. 如果 α, β 是一元二次方程 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 的两个根，则 $\alpha^2 - 4\alpha - 2019$ 的值是_____.

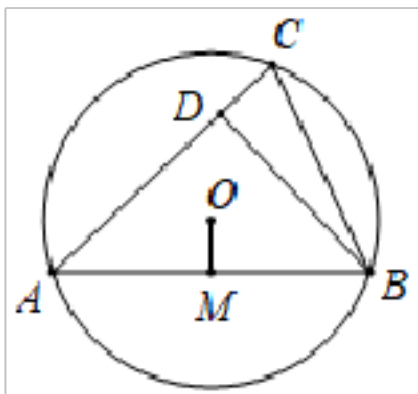
11. 一条弦分圆为 7：5 两部分，这条弦所对的圆周角的度数_____.

12. 某商品原价 200 元，连续两次降价 a% 后售价为 148 元，可得到方程_____.

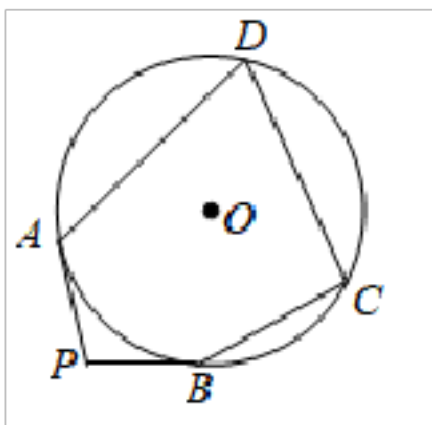
13. 在同一时刻两根木竿在太阳光下的影子如图所示，其中木竿 AB=2m，它的影子 BC=1.6m，木竿 PQ 的影子有一部分落在了墙上，PM=1.2m，MN=0.8m，则木竿 PQ 的长度为_____m.



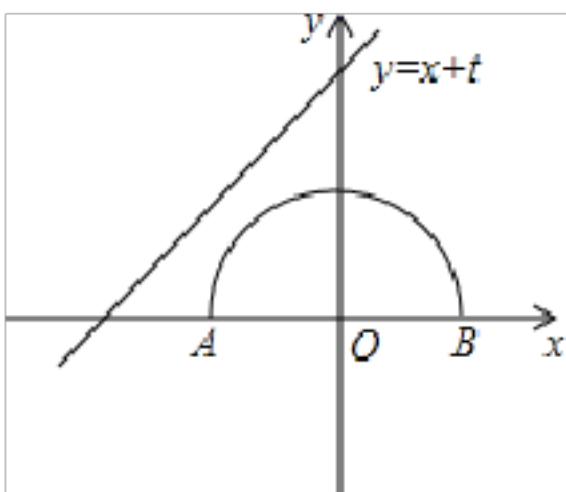
14. 如图，锐角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $BD \perp AC$ 于点 D ， $OM \perp AB$ 于点 M ，且 $OM = 3$ ， $CD = 4$ ， $BD = 8$ ，则 $\odot O$ 的半径为_____.



15. 如图， PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线， A 、 B 为切点，点 C 、 D 在 $\odot O$ 上. 若 $\angle P = 102^\circ$ ，则 $\angle B + \angle D =$ _____°.



16. 如图，半圆的圆心与坐标原点重合，半圆的半径为 2，直线 l 的解析式为 $y = x + t$. 若直线 l 与半圆只有一个交点，则 t 的取值范围是_____.



三、解答题

17. 解方程：

(1) $(2x - 1)^2 = 3(2x - 1)$

(2) $2x^2 - x - 3 = 0$ (用配方法)

18. 先化简，再求值： $\frac{a-4}{a^2-4} - \frac{4}{a-2} \div a-2$ ，其中 a 满足 $a^2 - 2a - 1 = 0$.

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + 2k+2 = 0$.

(1) 求证：不论 k 为何值，方程总有两个实数根；

(2) 若方程有一个根小于 1，求 k 的取值范围.

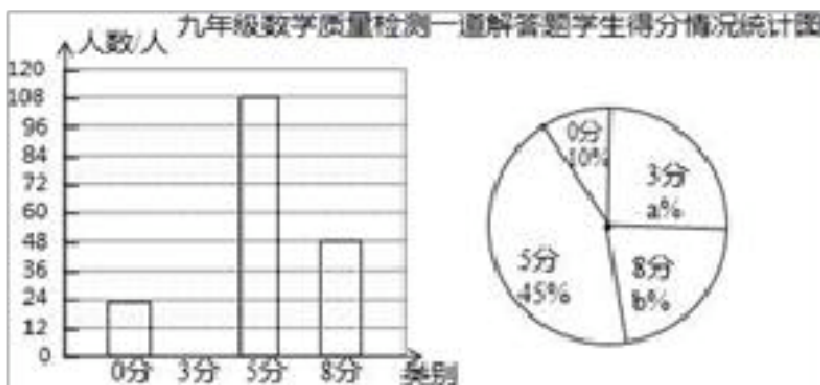
20. 某地区在一次九年级数学做了检测中，有一道满分 8 分的解答题，按评分标准，所有考生的得分只有四种：0 分，3 分，5 分，8 分. 老师为了了解学生的得分情况与题目的难易情况，从全区 4500 名考生的试卷中随机抽取一部分，通过分析与整理，绘制了如下两幅图不完整的统计图.

请根据以上信息解答下列问题：

(1) 填空： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ，并把条形统计图补全；

(2) 请估计该地区此题得满分（即 8 分）的学生人数；

(3) 已知难度系数的计算公式为 $L = \frac{X}{W}$ ，其中 L 为难度系数， X 为样本平均得分， W 为试题满分值. 一般来说，根据试题的难度系数可将试题分为以下三类：当 $0 < L \leq 0.4$ 时，此题为难题；当 $0.4 < L \leq 0.7$ 时，此题为中等难度试题；当 $0.7 < L < 1$ 时，此题为容易题. 试问此题对于该地区的九年级学生来说属于哪一类？

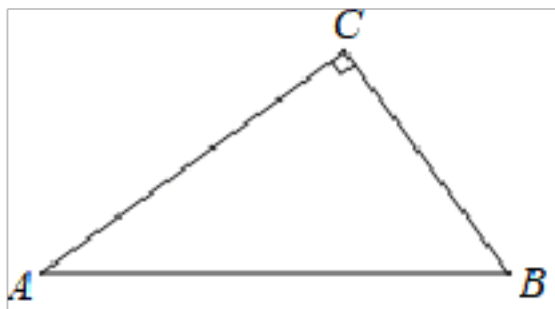


21. 小明登陆泰微课学习页面后，发现推荐的数学微课有四个，其中有两个等级为 A，另外两个等级为 B，如果小明点击微课学习是随机的，且每个微课只点击学习一次.

(1) 求小明第一次点击学习的微课等级为 A 的概率；

(2) 如果小明第一次点击的微课等级为 A，小明继续点击学习两次，利用树状图或表格求三次点击学习中有两个等级为 A 的概率.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$.



(1) 作出经过点 B，圆心 O 在斜边 AB 上且与边 AC 相切于点 E 的 $\odot O$ （要求：用尺规作图，保留作图痕迹，不写作法和证明）

(2) 设 (1) 中所作的 $\odot O$ 与边 AB 交于异于点 B 的另外一点 D，若 $\odot O$ 的直径为 5， $BC = 4$ ；求 DE 的长.（如果用尺规作图画不出图形，可画出草图完成 (2) 问）

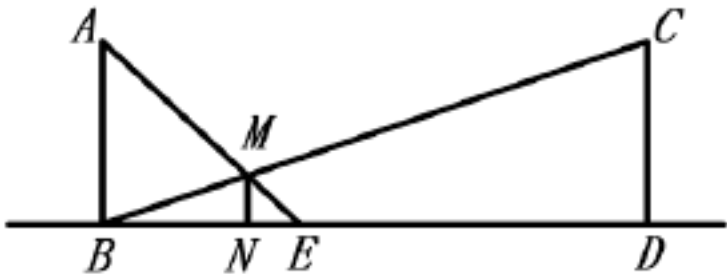
23. 东方超市销售一种成本为每千克 40 元的水产品，经市场分析，若按每千克 50 元销

售，一个月能销售出 500 千克；销售单价每涨价 1 元，月销售量就减少 10 千克．针对这种水产品的销售情况，请解答以下问题：

- (1) 每千克涨价 x 元那么销售量表示_____千克，涨价后每千克利润_____元（用含 x 的代数式表示）.
- (2) 要使得月销售利润达到 8000 元，又要“薄利多销”，销售单价应定为多少？

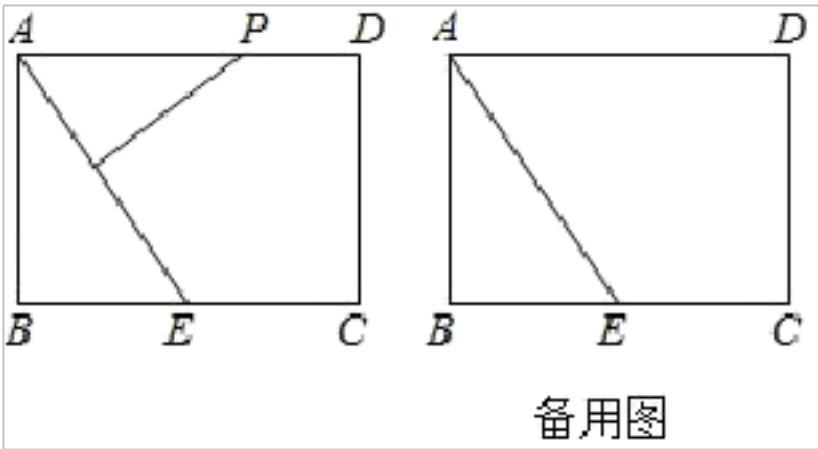
24. 马路两侧有两根灯杆 AB 、 CD ，当小明站在点 N 处时，在灯 C 的照射下小明的影长正好为 NB ，在灯 A 的照射下小明的影长为 NE ，测得 $BD=24m$ ， $NB=6m$ ， $NE=2m$.

- (1) 若小明的身高 $MN=1.6m$ ，求 AB 的长；
- (2) 试判断这两根灯杆的高度是否相等，并说明理由.



25. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB=8$ ， $BC=12$ ， E 是 BC 边的中点，点 P 在线段 AD 上，过 P 作 $PF \perp AE$ 于 F ，设 $PA=x$.

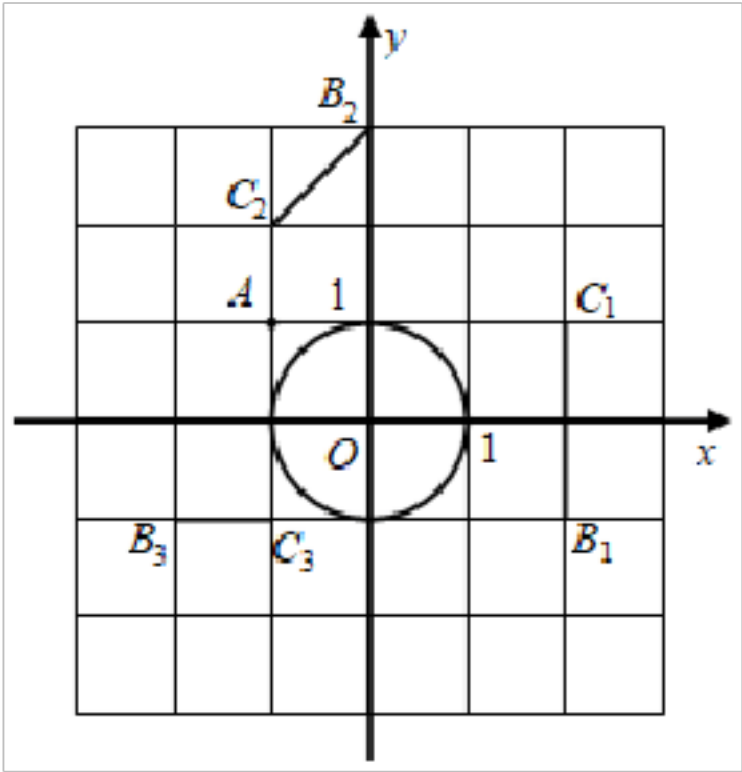
- (1) 求证： $\triangle PFA \sim \triangle ABE$ ；
- (2) 当点 P 在线段 AD 上运动时，是否存在实数 x ，使得以点 P ， F ， E 为顶点的三角形也与 $\triangle ABE$ 相似？若存在，请求出 x 的值；若不存在，请说明理由；
- (3) 探究：当以 D 为圆心， DP 为半径的 $\odot D$ 与线段 AE 只有一个公共点时，请直接写出 DP 满足的条件：_____.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为 1. 对于点 A 和线段 BC ，给出如下定义：若将线段 BC 绕点 A 旋转可以得到 $\odot O$ 的弦 $B'C'$ (B' ， C' 分别是 B ， C 的对应点)，则称线段 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”.

- (1) 如图，点 A ， B_1 ， C_1 ， B_2 ， C_2 ， B_3 ， C_3 的横、纵坐标都是整数．在线段 B_1C_1 ， B_2C_2 ， B_3C_3 中， $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”是 _____；
- (2) $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形，点 $A(0, t)$ ，其中 $t \neq 0$ 若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”，求 t 的值；

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1$, $AC = 2$. 若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”, 直接写出 OA 的最小值和最大值, 以及相应的 BC 长.



参考答案

1. D

【分析】

先移项，再根据比例的性质即可得解．

【详解】

解： $\because 2a+3b=0$ ，

$\therefore 2a=-3b$ ，

$\therefore \frac{a}{b} = -\frac{3}{2}$ ，

故选：D

【点睛】

本题考查了比例的性质，熟练掌握比例的性质是解决本题的关键．

2. B

【分析】

根据中位数的特点，与最高成绩无关，则计算结果不受影响，据此即可求得答案

【详解】

根据题意以及中位数的特点，因为中位数是通过排序得到的，所以它不受最大、最小两个极端数值的影响，

故选 B

【点睛】

本题考查了中位数，平均数，方差，众数，理解中位数的意义是解题的关键，中位数是另外一种反映数据的中心位置的指标，其确定方法是将所有数据以由小到大的顺序排列，位于中央的数据值就是中位数， 因为中位数是通过排序得到的，所以它不受最大、最小两个极端数值的影响，而且部分数据的变动对中位数也没有影响．

3. D

【分析】

根据相似三角形的判定定理逐一判断各选项即可．

【详解】

解： $\because$ 在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle ACB$ 中， $\angle BAP = \angle CAB$ ，

$\therefore$ 当 $\angle ABP = \angle C$ 时，满足两组角对应相等，可判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，故 A 正确；

当 $\angle APB = \angle ABC$ 时，满足两组角对应相等，可判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，故 B 正确；

当 $\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AC}$ 时，满足两边对应成比例且夹角相等，可判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，故 C 正确；

当 $\frac{AB}{AP} = \frac{CB}{BP}$ 时，其夹角不相等，则不能判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，故 D 不正确；

故选：D．

【点睛】

本题考查的知识点是相似三角形的判定定理，熟记判定定理是解题的关键．

4. B

【详解】

解：连接 OB，

∵ 四边形 ABCO 是平行四边形，

∴ $OC = AB$ ，又 $OA = OB = OC$ ，

∴ $OA = OB = AB$ ，

∴ $\triangle AOB$ 为等边三角形，

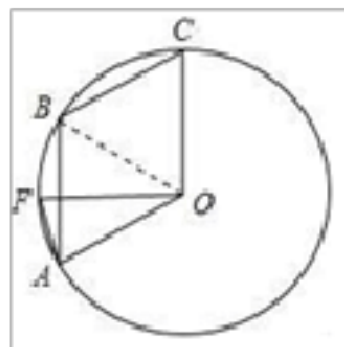
∵ $OF \perp OC$ ， $OC \parallel AB$ ，

∴ $OF \perp AB$ ，

∴ $\angle BOF = \angle AOF = 30^\circ$ ，

由圆周角定理得 $\angle BAF = \frac{1}{2} \angle BOF = 15^\circ$

故选：B



5. B

【分析】

根据勾股定理求出 BF，利用求根公式解方程，比较即可．

【详解】

解：∵ 四边形 ABCD 是矩形

∴ $CD = AB = a$

在 $Rt\triangle BCD$ 中，由勾股定理得， $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{a^2 + 4}$ ，

$$\therefore BF = \sqrt{a^2 - 4} - a,$$

$$\text{解方程 } x^2 - 2ax - 4 = 0 \text{ 得 } x = \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 + 16}}{2} = a \pm \sqrt{a^2 + 4},$$

$\therefore$ 线段 BF 的长是方程 $x^2 - 2ax - 4 = 0$ 的一个根.

故选：B.

【点睛】

本题考查的是勾股定理、一元二次方程的解法，掌握一元二次方程的求根公式、勾股定理是解题的关键.

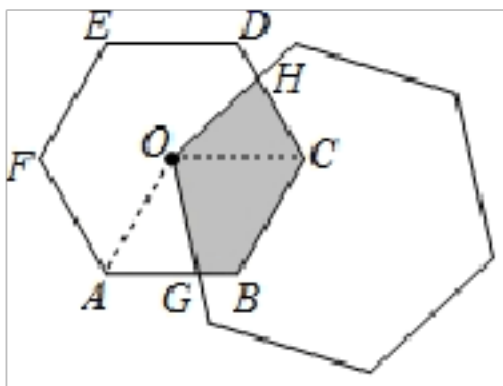
6. D

【分析】

如图，连接 OA，OC. 证明 $\triangle HOC \cong \triangle GOA$ (ASA)，可得结论.

【详解】

解：如图，连接 OA，OC.



$$\because \angle HOG = \angle AOC = 120^\circ, \angle OCH = \angle OAG = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle HOC = \angle GOA,$$

在 $\triangle OHC$ 和 $\triangle OGA$ 中，

$$\begin{array}{l} \angle HOC = \angle GOA \\ OC = OA \\ \angle OCH = \angle OAG \end{array},$$

$$\therefore \triangle HOC \cong \triangle GOA \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AG = CH,$$

$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\text{四边形 OAGC}} = \text{定值}, l = GB + BC + CH = AG + BG + BC = 2BC = \text{定值},$$

故选：D.

【点睛】

本题考查正多边形与圆，旋转的性质，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

7. $1 - \sqrt{3}$

【分析】

设方程的另一个根为 a ，由根与系数的关系得出 $(1 + \sqrt{3}) + a = 2$ ，求出即可．

【详解】

解：设方程的另一个根为 a ，

则由根与系数的关系得： $(1 + \sqrt{3}) + a = 2$ ，

解得： $a = 1 - \sqrt{3}$ ，

即方程的另一个根为 $1 - \sqrt{3}$ ，

故答案为： $1 - \sqrt{3}$ ．

【点睛】

本题主要考查了根与系数的关系，能熟记根与系数的关系的内容是解此题的关键．

8. $15 - 5\sqrt{5} \sqrt{5} + 15$

【分析】

根据黄金分割点的意义计算即可．

【详解】

∵ P 为 AB 的黄金分割 ($AP > PB$)，

$$\therefore AP = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} AB,$$

$$\therefore PB = AB - AP = AB - \frac{\sqrt{5} - 1}{2} AB$$

$$= \frac{3 - \sqrt{5}}{2} AB,$$

∵ $AB = 10$ ，

$$\therefore PB = \frac{(3 - \sqrt{5})}{2} \cdot 10 = 15 - 5\sqrt{5}.$$

故答案为： $15 - 5\sqrt{5}$ ．

【点睛】

本题考查了黄金分割点的应用，熟练掌握黄金分割点的意义是解题的关键．

9. $\frac{34}{5}$

【分析】

结合题意，根据平均数的性质，列一元一次方程并求解，即可得到 a ；再根据方差的性质计算，即可得到答案．

【详解】

$\because 1, a, 3, 6, 7$ ，它的平均数是 5

$$\therefore \frac{1+a+3+6+7}{5} = 5$$

$$\therefore a = 8$$

$$\therefore \text{这组数据的方差是: } \frac{1^2 + 8^2 + 3^2 + 6^2 + 7^2}{5} - 5^2 = \frac{34}{5}$$

故答案为: $\frac{34}{5}$ ．

【点睛】

本题考查了平均数、方差、一元一次方程的知识；解题的关键是熟练掌握平均数、方差的性质，从而完成求解．

10. 2018

【分析】

因为 α, β 是一元二次方程 $x^2+3x-2=0$ 的两个根，所以 $\alpha^2+3\alpha-2=0$ 即 $\alpha^2+3\alpha=2$ ， $\alpha+\beta=-3$ ，利用一元二次方程根的定义及根与系数的关系即可解决问题．

【详解】

$\because \alpha, \beta$ 是一元二次方程 $x^2+3x-2=0$ 的两个根，

$$\therefore \alpha^2+3\alpha-2=0 \text{ 即 } \alpha^2+3\alpha=2, \alpha+\beta=-3$$

$$\therefore \alpha^2+4\alpha+\beta+2019=(\alpha^2+3\alpha)+(\alpha+\beta)+2019=2+(-3)+2019$$

$$\therefore \alpha^2+4\alpha+\beta+2019=2018$$

故答案是：2018

【点睛】

考查了一元二次方程根的定义以及根与系数的关系，解题关键是把

$$\alpha^2+4\alpha+\beta+2019=\alpha^2+3\alpha+\alpha+\beta+2019$$

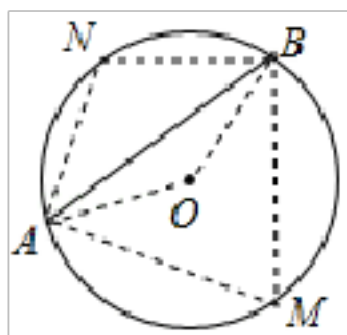
11. 75° 或 105°

【分析】

先根据弦把圆分成 $7:5$ 的两部分求出 $\angle AOB$ 的度数，再利用圆周角定理即可求得答案．

【详解】

解：如图所示，



∵ 弦 AB 把 $\odot O$ 分成 7 : 5 的两部分，

$$\angle AOB = 360^\circ \cdot \frac{5}{7+5} = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle AMB = \frac{1}{2} \angle AOB = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle ANB = 180^\circ - \angle AMB = 105^\circ,$$

∴ 弦 AB 所对的圆周角为 75° 或 105° ，

故答案为： 75° 或 105° .

【点睛】

本题考查的是圆心角、弧、弦的关系及圆周角定理，根据题意作出辅助线，构造出圆周角是解答此题的关键.

$$12. 200(1 - a\%)^2 = 148$$

【分析】

根据题意可得，原价 $\times (1 - a\%)^2 =$ 售价，据此列方程即可.

【详解】

解：由题意得： $200(1 - a\%)^2 = 148$ ，

故答案为： $200(1 - a\%)^2 = 148$.

【点睛】

本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程.

$$13. 2.3$$

【分析】

过 N 点作 $ND \perp PQ$ 于点 D，得到 $\frac{BC}{AB} = \frac{DN}{QD}$ ，求出 QD 的长，即可求出结果.

【详解】

解：如图，过 N 点作 $ND \perp PQ$ 于点 D，

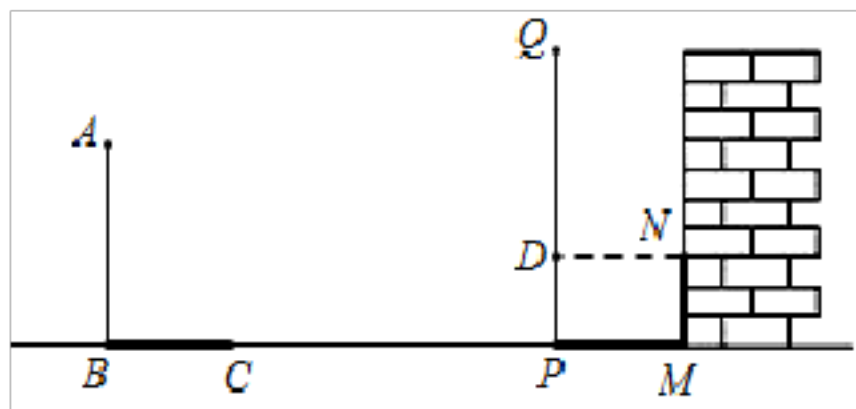
根据同一时刻木竿长和影子长的比是固定的，

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{DN}{QD},$$

$$\because AB = 2\text{m}, BC = 1.6\text{m}, PM = 1.2\text{m}, MN = 0.8\text{m},$$

$$\therefore QD = \frac{AB \cdot DN}{BC} = 1.5\text{m},$$

$$\therefore PQ = QD + DP = QD + MN = 1.5\text{m} + 0.8\text{m} = 2.3\text{m}.$$



【点睛】

本题考查相似三角形的应用，解题的关键是利用竿长和影长成比例列式求出结果．

$$14. 3\sqrt{5}$$

【分析】

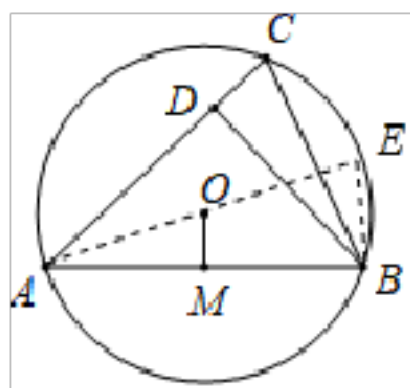
连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于 E，连接 BE，根据圆周角定理得到 $\angle E = \angle C$ ， $\angle ABE = 90^\circ$ ，根据相

似三角形的性质得到 $\frac{BE}{AB} = \frac{CD}{BD} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ，设 $BE = x$ ， $AB = 2x$ ，根据勾股定理得到 $AE = \sqrt{5}x$ ，根

据三角形的中位线的性质得到 $OM = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}x = 3$ ，于是得到结论．

【详解】

解：连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于 E，连接 BE，



则 $\angle E = \angle C$ ， $\angle ABE = 90^\circ$ ，

$\because BD \perp AC$ ，

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BDC = \angle ABE$ ，

$\therefore \triangle BDC \sim \triangle ABE$ ，

$$\therefore \frac{BE}{AB} = \frac{CD}{BD} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2},$$

设 $BE = x$, $AB = 2x$,

$$\therefore AE = \sqrt{5}x,$$

$$\because OM \perp AB,$$

$$\therefore OM \parallel BE,$$

$$\because AO = OE, AM = BM,$$

$$\therefore OM = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}x = 3,$$

$$\therefore x = 6,$$

$$\therefore AE = 6\sqrt{5},$$

$$\therefore AO = 3\sqrt{5},$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } 3\sqrt{5},$$

故答案为: $3\sqrt{5}$.

【点睛】

本题考查了三角形的外接圆与外心: 三角形外接圆的圆心是三角形三条边垂直平分线的交点, 叫做三角形的外心. 也考查了垂径定理和圆周角定理.

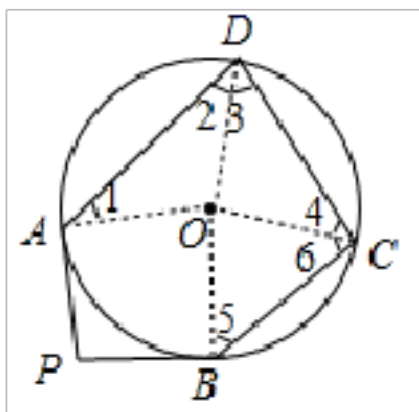
15. 219

【分析】

连接 OD 、 OA 、 OB 、 OC , 根据等腰三角形的性质得出 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle 5 = \angle 6$, 根据切线的性质得出 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$, 求出 $\angle 2 + \angle 3 + \angle 5 = 129^\circ$, 再求出答案即可.

【详解】

解: 如图, 连接 OD 、 OA 、 OB 、 OC ,



$$\because OA = OD = OB = OC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4, \angle 5 = \angle 6,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/765312010044012004>