2024 届南宁市重点中学高三下学期返校热身考试数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

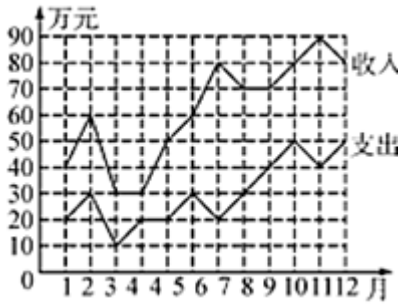
1．已知将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都关于 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，则下述四个结论：

①$\omega=3$ ②$\varphi=\frac{\pi}{4}$ ③$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④点$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$为函数 $f(x)$ 的一个对称中心

其中所有正确结论的编号是（　　）

A．①②③　　B．①③④　　C．①②④　　D．②③④

2．某网店 2019 年全年的月收支数据如图所示，则针对 2019 年这一年的收支情况，下列说法中错误的是（　　）



A．月收入的极差为 60　　B．7 月份的利润最大

C．这 12 个月利润的中位数与众数均为 30　　D．这一年的总利润超过 400 万元

3．过抛物线 $E:x^2=2py\left(p>0\right)$ 的焦点 *F* 作两条互相垂直的弦 *AB*，*CD*，设 *P* 为抛物线上的一动点，$Q(1,2)$，若 $\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{1}{4}$，则 $|PF|+|PQ|$ 的最小值是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{e\ln x}{x^2}$，若关于 x 的方程 $[f(x)]^2-mf(x)+\frac{1}{8}=0$ 有 4 个不同的实数根，则实数 m 的取值范围为（　　）

A．$(0,\frac{3}{4})$　　B．$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$　　C．$(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{3}{4})$　　D．$(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$

5．为了进一步提升驾驶人交通安全文明意识，驾考新规要求驾校学员必须到街道路口执勤站岗，协助交警劝导交通．现有甲、乙等 5 名驾校学员按要求分配到三个不同的路口站岗，每个路口至少一人，且甲、乙在同一路口的分配方案共有(　　)

A．12 种　　B．24 种　　C．36 种　　D．48 种

6．下列不等式正确的是（　　）

A．$\sin 130^\circ > \sin 40^\circ > \log_3 4$　　B．$\tan 226^\circ < \ln 0.4 < \tan 48^\circ$

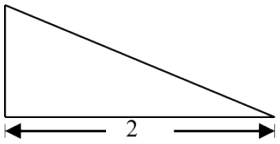
C．$\cos\left(-20^\circ\right) < \sin 65^\circ < \lg 11$　　D．$\tan 410^\circ > \sin 80^\circ > \log_5 2$

7．由实数组成的等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则“$a_1>0$”是“$S_9>S_8$”的（　　）

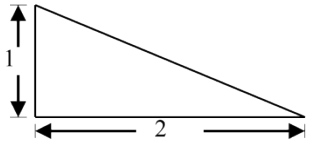
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

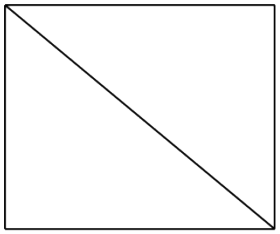
8．某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的体积为（　　）



正（主）视图



侧（左）视图


俯视图

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{4}{3}$　　C．2　　D．4

9．已知□(□)，□(□)都是偶函数，且在$[0,+\infty)$上单调递增，设函数□(□) = □(□) + □(1 − □) − |□(□) − □(1 − □)|，若□ > 0，则（ ）

A．□(−□) ≥ □(□)且□(1 + □) ≥ □(1 − □)

B．□(−□) ≥ □(□)且□(1 + □) ≤ □(1 − □)

C．□(−□) ≤ □(□)且□(1 + □) ≥ □(1 − □)

D．□(−□) ≤ □(□)且□(1 + □) ≤ □(1 − □)

10．若函数 $f(x)=x^3+ax^2+3x-9$ 在 $x=-3$ 时取得极值，则 $a=$（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

11．设一个正三棱柱 $ABC-DEF$，每条棱长都相等，一只蚂蚁从上底面 ABC 的某顶点出发，每次只沿着棱爬行并爬到另一个顶点，算一次爬行，若它选择三个方向爬行的概率相等，若蚂蚁爬行 10 次，仍然在上底面的概率为 P_{10}，则 P_{10} 为（　　）

A．$\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{10}+\frac{1}{2}$　　B．$\left(\frac{1}{3}\right)^{11}+\frac{1}{2}$

C．$\left(\frac{1}{3}\right)^{11}-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{10}+\frac{1}{2}$

12．设 $f(x)=\begin{cases}1-\sqrt{x}, x\geq 0\\ 2^x, x<0\end{cases}$，则 $f(f(-2))=$（ ）

A．-1　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{3}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．定义在 R 上的函数 $f\left(x\right)$ 满足：①对任意的 $x,y\in R$，都有 $f\left(x-y\right)=f\left(x\right)-f\left(y\right)$；②当 $x<0$ 时，$f\left(x\right)>0$，则函数 $f\left(x\right)$ 的解析式可以是_____.

14．双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的离心率为_____.

15．直线 l 是圆 C_1：$(x+1)^2+y^2=1$ 与圆 C_2：$(x+4)^2+y^2=4$ 的公切线，并且 l 分别与 x 轴正半轴，y 轴正半轴相交于 A，B 两点，则 ΔAOB 的面积为_____

16．若 $(2x+1)^6=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\cdots+a_6(x+1)^6$，则 $a_0+a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5+6a_6=$_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=a+2t\\ y=-t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{12}{3+\sin^2\theta}$.

（1）若 $a=-2$，求曲线 C 与 l 的交点坐标；

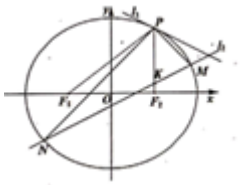
（2）过曲线 C 上任意一点 P 作与 l 夹角为 45°的直线，交 l 于点 A，且 $\left|PA\right|$ 的最大值为 $\sqrt{10}$，求 a 的值.

18．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=x+a\left(1-\mathrm{e}^x\right)$，$a\in R$.

（1）讨论 $f\left(x\right)$ 的单调性；

（2）当 $a\geq 1$ 时，证明：$f\left(x\right)-a\ln a+a\leq 1$.

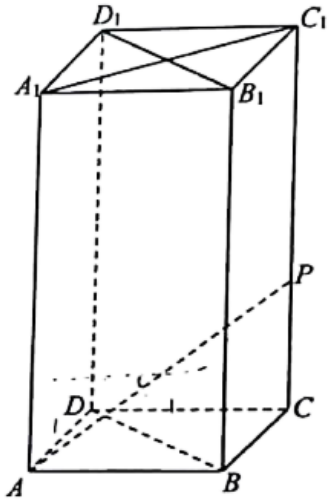
19.（12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点分别是 F_1,F_2，点 $P(1,\frac{3}{2})$ 在椭圆 C 上，满足 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=\frac{9}{4}$



（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）直线 l_1 过点 P，且与椭圆只有一个公共点，直线 l_1 与 l_2 的倾斜角互补，且与椭圆交于异于点 P 的两点 M,N，与直线 $x=1$ 交于点 K（K 介于 M,N 两点之间），是否存在直线 l_2，使得直线 l_1，l_2，PM,PN 的斜率按某种排序能构成等比数列？若能，求出 l_2 的方程，若不能，请说理由.

20.（12 分）如图，在底面边长为 1，侧棱长为 2 的正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，*P* 是侧棱 CC_1 上的一点，$CP=m$.



（1）若 $m=\frac{\sqrt{6}}{3}$，求直线 *AP* 与平面 BDD_1B_1 所成角；

（2）在线段 A_1C_1 上是否存在一个定点 *Q*，使得对任意的实数 *m*，都有 $D_1Q\perp AP$，并证明你的结论.

21.（12 分）已知函数 f(x）=xlnx，g(x)=$\frac{-x^2+ax-3}{2}$，

（1）求 f(x)的最小值；

（2）对任意 $x\in(0,+\infty)$，$f(x)\geq g(x)$ 都有恒成立，求实数 a 的取值范围；

（3）证明：对一切 $x\in(0,+\infty)$，都有 $\ln x>\frac{1}{e^x}-\frac{2}{ex}$ 成立.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=|x+a|+|2x-1|(a\in\mathbf{R})$.

（1）$a=-1$ 时，求不等式 $f(x)\geq 2$ 解集；

（2）若 $f(x)\leq 2x$ 的解集包含于 $\left[\frac{1}{2},3\right]$，求 *a* 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

首先根据三角函数的平移规则表示出 $g(x)$，再根据对称性求出 ω、φ，即可求出 $f(x)$ 的解析式，从而验证可得；

【详解】

解：由题意可得 $g(x)=\sin\left[\omega\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\varphi\right]=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi\right)$，

又∵ $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都关于 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，∴ $\begin{cases}\frac{\pi}{4}\omega+\varphi=k_1\pi+\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases}\left(k_1,k_2\in\mathbf{Z}\right)$，

∴解得 $\frac{\pi}{3}\omega=\left(k_1-k_2\right)\pi\left(k_1,k_2\in\mathbf{Z}\right)$，即 $\omega=3\left(k_1-k_2\right)\left(k_1,k_2\in\mathbf{Z}\right)$，又∵ $0<\omega<6$，∴ $\omega=3$，$\varphi=-\frac{\pi}{4}$，∴ $f(x)=\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$，∴ $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{3\pi}{6}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=0$，

∴①③④正确，②错误.

故选：B

【点睛】

本题考查三角函数的性质的应用，三角函数的变换规则，属于基础题.

2、D

【解析】

直接根据折线图依次判断每个选项得到答案.

【详解】

由图可知月收入的极差为$90-30=60$，故选项 A 正确；

1 至 12 月份的利润分别为 20，30，20，10，30，30，60，40，30，30，50，30，7 月份的利润最高，故选项 B 正确；

易求得总利润为 380 万元，众数为 30，中位数为 30，故选项 C 正确，选项 D 错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查了折线图，意在考查学生的理解能力和应用能力.

3、C

【解析】

设直线 *AB* 的方程为$y=kx+\frac{p}{2}$，代入$x^2=2py$得：$x^2-2pkx-p^2=0$，由根与系数的关系得$x_A+x_B=2pk$，

$x_Ax_B=-p^2$，从而得到$|AB|=2p\left(1+k^2\right)$，同理可得$|CD|=2p(1+\frac{1}{k^2})$，再利用$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{1}{4}$求得$p$的值，

当 *Q*，*P*，*M* 三点共线时，即可得答案.

【详解】

根据题意，可知抛物线的焦点为$(0,\frac{p}{2})$，则直线 *AB* 的斜率存在且不为 0，

设直线 *AB* 的方程为$y=kx+\frac{p}{2}$，代入$x^2=2py$得：$x^2-2pkx-p^2=0$.

由根与系数的关系得$x_A+x_B=2pk$，$x_Ax_B=-p^2$，

所以$|AB|=2p\left(1+k^2\right)$.

又直线 *CD* 的方程为$y=-\frac{1}{k}x+\frac{p}{2}$，同理$|CD|=2p(1+\frac{1}{k^2})$，

所以$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{1}{2p(1+k^2)}+\frac{1}{2p(1+\frac{1}{k^2})}=\frac{1}{2p}=\frac{1}{4}$，

所以$2p=4$.故$x^2=4y$.过点 *P* 作 *PM* 垂直于准线，*M* 为垂足，

则由抛物线的定义可得$|PF|=|PM|$.

所以$|PF|+|PQ|=|PM|+|PQ|\geq|MQ|=3$，当 *Q*，*P*，*M* 三点共线时，等号成立.

故选：C.

【点睛】

本题考查直线与抛物线的位置关系、焦半径公式的应用，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意取最值的条件.

4、C

【解析】

求导，先求出 $f\left(x\right)$ 在 $x\in\left(0,\sqrt{e}\right)$ 单增，在 $x\in\left(\sqrt{e},+\infty\right)$ 单减，且 $f(x)_{\max}=f(\sqrt{e})=\frac{1}{2}$ 知设 $f(x)=t$，则方程 $[f(x)]^2-mf(x)+\frac{1}{8}=0$ 有 4 个不同的实数根等价于方程

$t^2-mt+\frac{1}{8}=0$ 在 $(0,\frac{1}{2})$ 上有两个不同的实数根，再利用一元二次方程根的分布条件列不等式组求解可得.

【详解】

依题意，$f^{'}(x)=\frac{\frac{e}{x}\cdot x^2-2xe\ln x}{x^4}=\frac{e(1-2\ln x)}{x^3}$，

令 $f'\left(x\right)=0$，解得 $\ln x=\frac{1}{2}$，$x=\sqrt{e}$，故当 $x\in(0,\sqrt{e})$ 时，$f'\left(x\right)>0$，

当 $x\in(\sqrt{e},+\infty)$，$f'\left(x\right)<0$，且 $f(\sqrt{e})=\frac{e\ln\sqrt{e}}{e}=\frac{1}{2}$，

故方程 $t^2-mt+\frac{1}{8}=0$ 在 $(0,\frac{1}{2})$ 上有两个不同的实数根，

故 $\begin{cases}\Delta>0\\(t_1-\frac{1}{2})(t_2-\frac{1}{2})>0\\0<t_1+t_2<1\\t_1t_2>0\end{cases}$，$\begin{cases}m^2-\frac{1}{2}>0\\\frac{1}{8}-\frac{m}{2}+\frac{1}{4}>0\\0<m<1\end{cases}$

解得 $m\in(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{3}{4})$.

故选：C.

【点睛】

本题考查确定函数零点或方程根个数.其方法：

(1)构造法：构造函数 $g(x)$ ($g'(x)$ 易求，$g'(x)=0$ 可解)，转化为确定 $g(x)$

的零点个数问题求解，利用导数研究该函数的单调性、极值，并确定定义区间端点值的符号(或变化趋势)等，画出 $g(x)$ 的图象草图，数形结合求解；

(2)定理法：先用零点存在性定理判断函数在某区间上有零点，然后利用导数研究函数的单调性、极值(最值)及区间端点值符号，进而判断函数在该区间上零点的个数.

5、C

【解析】

先将甲、乙两人看作一个整体，当作一个元素，再将这四个元素分成 3 个部分，每一个部分至少一个，再将这 3 部分分配到 3 个不同的路口，根据分步计数原理可得选项.

【详解】

把甲、乙两名交警看作一个整体，5 个人变成了 4 个元素，再把这 4 个元素分成 3 部分，每部分至少有 1 个人，共有 C_4^2 种方法，再把这 3 部分分到 3 个不同的路口，有 A_3^3 种方法，由分步计数原理，共有 $C_4^2 \cdot A_3^3 = 36$ 种方案。

故选：C.

【点睛】

本题主要考查排列与组合,常常运用捆绑法，插空法，先分组后分配等一些基本思想和方法解决问题，属于中档题.

6、D

【解析】

根据 $\sin 40^\circ < 1 < \log_3 4, \ln 0.4 < 0 < \tan 226^\circ, \cos(-20^\circ) = \sin 70^\circ > \sin 65^\circ$，利用排除法，即可求解.

【详解】

由 $\sin 40^\circ < 1 < \log_3 4, \ln 0.4 < 0 < \tan 226^\circ, \cos(-20^\circ) = \cos 20^\circ = \sin 70^\circ > \sin 65^\circ$，

可排除 A、B、C 选项，

又由 $\tan 410^\circ = \tan 50^\circ > 1 > \sin 80^\circ > \frac{1}{2} = \log_5 \sqrt{5} > \log_5 2$，

所以 $\tan 410^\circ > \sin 80^\circ > \log_5 2$.

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了三角函数的图象与性质，以及对数的比较大小问题，其中解答熟记三角函数与对数函数的性质是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

7、C

【解析】

根据等比数列的性质以及充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

解：若{a_n}是等比数列，则 $S_9-S_8=a_9=a_1q^8, q\neq 0$，

若 $a_1>0$，则 $S_9-S_8=a_9=a_1q^8>0$，即 $S_9>S_8$ 成立，

若 $S_9>S_8$ 成立，则 $S_9-S_8=a_9=a_1q^8>0$，即 $a_1>0$，

故“$a_1>0$”是“$S_9>S_8$”的充要条件，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，利用等比数列的通项公式是解决本题的关键.

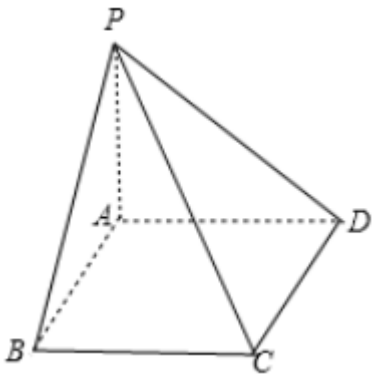
8、B

【解析】

由三视图知该四棱锥是底面为正方形，且一侧棱垂直于底面，由此求出四棱锥的体积.

【详解】

由三视图知该四棱锥是底面为正方形，且一侧棱垂直于底面，画出四棱锥的直观图，如图所示：



则该四棱锥的体积为 $V=\frac{1}{3}S_{正方形ABCD}\cdot PA=\frac{1}{3}\times 2^2\times 1=\frac{4}{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了利用三视图求几何体体积的问题，是基础题.

9、A

【解析】

试题分析：由题意得，$□(□)=\begin{cases}2□(1-□),□(□)\geq □(1-□)\\ 2□(□),□(□)<□(1-□)\end{cases}$，

$\therefore □(-□)=\begin{cases}2□(1+□),□(□)=□(-□)\geq □(1+□)\\ 2□(-□),□(□)=□(-□)<□(1+□)\end{cases}$，$□(□)=\begin{cases}2□(1-□),□(□)\geq □(1-□)\\ 2□(□),□(□)<□(1-□)\end{cases}$，

∵□ > 0，∴(□ + 1)² − (□ − 1)² = 4□ > 0，∴|1 + □| > |□ − 1| ⇒ □(1 + □) > □(1 − □)，

∴若□(□) > □(1 + □)：□(−□) = 2□(1 + □)，□(□) = 2□(1 − □)，∴□(−□) > □(□)，

若□(1 − □) ≤ □(□) ≤ □(1 + □)：□(−□) = 2□(−□) = 2□(□)，□(□) = 2□(1 − □)，∴□(−□) ≥ □(□)，

若□(□) < □(1 − □)：□(−□) = 2□(−□) = 2□(□)，□(□) = 2□(□)，∴□(−□) = □(□)，

综上可知□(−□) ≥ □(□)，同理可知□(1 + □) ≥ □(1 − □)，故选 A.

考点：1.函数的性质；2.分类讨论的数学思想.

【思路点睛】本题在在解题过程中抓住偶函数的性质，避免了由于单调性不同导致1 − □与1 + □大小不明确的讨论，从而使解题过程得以优化，另外，不要忘记定义域，如果要研究奇函数或者偶函数的值域、最值、单调性等问题，通常先在原点一侧的区间(对奇(偶)函数而言)或某一周期内(对周期函数而言)考虑，然后推广到整个定义域上.

10、D

【解析】

对函数求导，根据函数在 $x=-3$ 时取得极值，得到 $f'(-3)=0$，即可求出结果.

【详解】

因为 $f(x)=x^3+ax^2+3x-9$，所以 $f'(x)=3x^2+2ax+3$，

又函数 $f(x)=x^3+ax^2+3x-9$ 在 $x=-3$ 时取得极值，

所以 $f'(-3)=27-6a+3=0$，解得 $a=5$.

故选 D

【点睛】

本题主要考查导数的应用，根据函数的极值求参数的问题，属于常考题型.

11、D

【解析】

由题意，设第 n 次爬行后仍然在上底面的概率为 P_n.①若上一步在上面，再走一步要想不掉下去，只有两条路，其概率为 $\frac{2}{3}P_{n-1}$；②若上一步在下面，则第 $n-1$ 步不在上面的概率是 $1-P_{n-1}$.如果爬上来，其概率是 $\frac{1}{3}(1-P_{n-1})$，两种事件又是互斥的,可得 $P_n=\frac{2}{3}P_{n-1}+\frac{1}{3}(1-P_{n-1})$，根据求数列的通项知识可得选项.

【详解】

由题意，设第 n 次爬行后仍然在上底面的概率为 P_n.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/766002153225010210