

## 专题 16 解题技巧专题：不等式(组)中含参数问题压轴题五种模型全攻略



### 【考点导航】

### 目录



【典型例题】 .....	1
【类型一 根据不等式的解集求参数】 .....	1
【类型二 利用整数解求参数的取值范围】 .....	3
【类型三 根据不等式组的解集的情况求参数的取值范围】 .....	5
【类型四 整式方程(组)与不等式(组)结合求参数】 .....	6
【类型五 分式方程与不等式(组)结合求参数】 .....	9



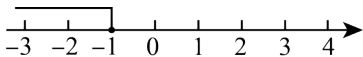
【过关检测】 .....	13
--------------	----



### 【典型例题】

#### 【类型一 根据不等式的解集求参数】

**例题** (2023 春·安徽合肥·七年级校考期中) 已知关于  $x$  的不等式  $2x - 3a \leq -1$  的解集在数轴上表示如图所示, 则  $a$  的值为 ( )



A.  $a = \frac{1}{3}$

B.  $a = -\frac{1}{3}$

C.  $a = 1$

D.  $a = -1$

**【答案】** B

**【分析】** 解不等式, 结合数轴上的解列等式求解即可得到答案.

**【详解】** 解: 解不等式得,

$$x \leq \frac{3a-1}{2},$$

由图像得, 不等式的解集为:  $x \leq -1$ ,

$$\therefore -1 = \frac{3a-1}{2},$$

解得： $a = -\frac{1}{3}$ ，

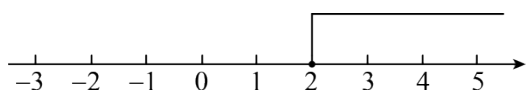
故选 B；

【点睛】本题考查不等式的解，解题的关键是看懂数轴得到解集.

### 【变式训练】

1. (2022·湖南长沙·校考一模) “▲”表示一种运算符号，其意义是  $a \blacktriangle b = 3a - 2b$ ，例如：

$4 \blacktriangle 5 = 3 \times 4 - 2 \times 5 = 2$ . 已知关于  $x$  的不等式  $x \blacktriangle k \geq -2$  的解集在数轴上如图表示，则  $k$  的取值是 ( )



A. 4

B. 2

C. 0

D. -2

【答案】A

【分析】根据  $x \blacktriangle k \geq -2$ ，可得  $3x - 2k \geq -2$ ，求得不等式的解集  $x \geq \frac{2k-2}{3}$ ，根据数轴得出  $\frac{2k-2}{3} = 2$ ，即可求解.

【详解】解： $\because x \blacktriangle k \geq -2$ ，

$$\therefore 3x - 2k \geq -2,$$

$$\therefore x \geq \frac{2k-2}{3},$$

从数轴可知  $\frac{2k-2}{3} = 2$ ，

解得  $k = 4$ ，

故选：A.

【点睛】本题考查实数的运算、解一元一次不等式、在数轴上表示不等式的解集和解一元一次方程，能正确识图是解题的关键.

2. (2023 秋·浙江杭州·八年级校考开学考试) 若不等式  $(2a-3)x < 2a-3$  的解集为  $x > 1$ ，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】 $a < \frac{3}{2}$

【分析】分两种情况：当  $2a-3 > 0$ ， $2a-3 < 0$  时，分别求不等式的解集，在确定与条件相符的情况即可求解.

【详解】解：解不等式  $(2a-3)x < 2a-3$ ，

当  $2a-3 > 0$ ，即  $a > \frac{3}{2}$  时，

原不等式可化为  $x < \frac{2a-3}{2a-3} = 1$ ，即  $x < 1$ ，与已知相矛盾；

当  $2a-3 < 0$  时，即  $a < \frac{3}{2}$  时，

原不等式可化为  $x > \frac{2a-3}{2a-3} = 1$ ，即  $x > 1$ ，符合题意；

$\therefore a$  的取值范围是  $a < \frac{3}{2}$ ，

故答案为： $a < \frac{3}{2}$ 。

**【点睛】** 本题考查解一元一次不等式，熟练掌握不等式的性质：在不等式两边同时除以一个负数时，要改变不等号的方向是解题的关键。

3. (2023 春·辽宁营口·七年级校考期中) 若不等式  $\frac{x+2}{2} < x - \frac{x-5}{3}$  的解都能使不等式  $x > 2m+3$  成立，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

**【答案】**  $m \leq -\frac{7}{2}$

**【分析】** 解不等式  $\frac{x+2}{2} < x - \frac{x-5}{3}$ ，得  $x > -4$ ，据此知  $x > -4$  都能使不等式  $x > 2m+3$  成立得到  $2m+3 \leq -4$ ，从而得解。

**【详解】** 解不等式  $\frac{x+2}{2} < x - \frac{x-5}{3}$ ，得  $x > -4$ ，

$\because x > -4$  都能使不等式  $x > 2m+3$  成立，

$\therefore 2m+3 \leq -4$ ，

$\therefore$  实数  $m$  的取值范围是  $m \leq -\frac{7}{2}$ ，

故答案为： $m \leq -\frac{7}{2}$ 。

**【点睛】** 本题考查了一元一次不等式，掌握解一元一次不等式的步骤及不等式的基本性质是解题的关键。

### 【类型二 利用整数解求参数的取值范围】

**例题：**(2023 春·浙江宁波·九年级校联考竞赛) 若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 3-2x \geq 1 \\ x \geq m+1 \end{cases}$  共有 2 个整数解，则  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m = -1$                       B.  $-2 < m \leq -1$                       C.  $-2 \leq m \leq -1$                       D.  $m < -1$

**【答案】** B

**【分析】**先解不等式 $3-2x \geq 1$ ，得 $x \leq 1$ ，结合不等式组的整数解的情况，得出关于 $m$ 的不等式组，求解即可。

**【详解】**解不等式 $3-2x \geq 1$ ，得 $x \leq 1$ ，

$\therefore$ 关于 $x$ 的不等式组 $\begin{cases} 3-2x \geq 1 \\ x \geq m+1 \end{cases}$ 共有2个整数解，

$\therefore$ 这两个整数解为0,1，

$\therefore -1 < m+1 \leq 0$ ，

解得 $-2 < m \leq -1$ ，

故选：B.

**【点睛】**本题考查一元一次不等式组的整数解，解答本题的关键是明确题意，得出关于 $m$ 的不等式组。

### 【变式训练】

1. (2023春·七年级课时练习) 已知关于 $x$ 的不等式 $2x+a \leq 1$ 只有3个正整数解，则 $a$ 的取值范围为( )

A.  $-7 < a \leq -5$       B.  $-7 < a < -5$       C.  $-7 \leq a < -5$       D.  $a \leq -5$

**【答案】**A

**【分析】**先解不等式求得不等式的解集，再根据不等式只有三个正整数解，可得到一个关于 $a$ 的不等式，最后求得 $a$ 的取值范围即可。

**【详解】**解：解不等式 $2x+a \leq 1$ ，解得： $x \leq \frac{1-a}{2}$ ，

不等式有三个正整数解，一定是1、2、3，

根据题意得： $3 \leq \frac{1-a}{2} < 4$ ，

解得： $-7 < a \leq -5$ ，

故选：A.

**【点睛】**本题主要考查了不等式的整数解，正确求解不等式得到解集是解答本题的关键。

2. (2023·山东泰安·新泰市实验中学学校考一模) 关于 $x$ 的不等式组 $\begin{cases} x-m > 0 \\ 2x-3 \geq 3(x-2) \end{cases}$ 恰有四个整数解，那么 $m$

的取值范围为( )

A.  $m \geq -1$       B.  $m < 0$       C.  $-1 \leq m < 0$       D.  $-1 < m \leq 0$

**【答案】**C

**【分析】**可先用 $m$ 表示出不等式组的解集，再根据恰有四个整数解可得到关于 $m$ 的不等组，可求得 $m$ 的取值范围。

【详解】 
$$\begin{cases} x-m > 0 \text{①} \\ 2x-3 \geq 3(x-2) \text{②} \end{cases},$$

解①得：  $x > m$ ，

解②得：  $x \leq 3$ ，

由题意可知原不等式组有解，

$\therefore$ 原不等式组的解集为：  $m < x \leq 3$ ，

$\therefore$ 不等式组  $\begin{cases} x-m > 0 \\ 2x-3 \geq 3(x-2) \end{cases}$  恰有四个整数解，

$\therefore$ 整数解为： 0、1、2、3，

$\therefore -1 \leq m < 0$ ，

故选： C

【点睛】 本题主要考查解不等式组，求得不等式组的解集是解题的关键，注意恰有四个整数解的应用。

### 【类型三 根据不等式组的解集的情况求参数的取值范围】

例题：（2023 春·七年级课时练习）若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 2x-1 > 2a+1 \\ \frac{x+2}{2} \leq a+1 \end{cases}$  无解，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

【答案】  $a \leq 1$

【分析】 先对原不等式组解答，再根据关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 2x-1 > 2a+1 \\ \frac{x+2}{2} \leq a+1 \end{cases}$  无解，从而可以得到  $a$  的取值范围，

本题得以解决。

【详解】 解： 
$$\begin{cases} 2x-1 > 2a+1 \text{①} \\ \frac{x+2}{2} \leq a+1 \text{②} \end{cases},$$

解不等式①，得  $x > a+1$ ，

解不等式②，得  $x \leq 2a$ ，

$\therefore$ 关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 2x-1 > 2a+1 \\ \frac{x+2}{2} \leq a+1 \end{cases}$  无解，

$\therefore a+1 \geq 2a$ ，解得，  $a \leq 1$ ，

故答案为：  $a \leq 1$ 。

**【点睛】** 本题考查解一元一次不等式组，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

**【变式训练】**

1. (2023 春·全国·八年级阶段练习) 若不等式组  $\begin{cases} x > a \\ x \geq -3 \end{cases}$  的解集为  $x > a$ ，则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a < 3$                   B.  $a \leq 3$                   C.  $a > -3$                   D.  $a \geq -3$

**【答案】** D

**【分析】** 根据不等式解集判断口诀同大取大可知： $a \geq -3$ .

**【详解】** 解：因为两不等式的解集均为大于号，根据同大取大可知  $a \geq -3$ .

故选：D.

**【点睛】** 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

2. (2023 秋·湖南长沙·八年级长沙市湘郡培粹实验学校考开学考试) 已知不等式组  $\begin{cases} 2x - a < 1 \\ x - 2b > 3 \end{cases}$  的解集为  $-1 < x < 1$ ，则  $(a+1)(b-1)$  的值是\_\_\_\_\_.

**【答案】** -6

**【分析】** 把  $a$  和  $b$  当做已知数，分别求解两个不等式，根据不等式组的解集，得出  $2b+3=-1, \frac{a+1}{2}=1$ ，求出  $a$  和  $b$  的值，最后将  $a$  和  $b$  的值代入即可求解.

**【详解】** 解：  $\begin{cases} 2x - a < 1 \text{①} \\ x - 2b > 3 \text{②} \end{cases}$

由①可得： $x < \frac{a+1}{2}$ ，

由②可得： $x > 2b+3$ ，

$\therefore$  不等式组解集为  $-1 < x < 1$ ，

$\therefore 2b+3=-1, \frac{a+1}{2}=1$ ，解得： $a=1, b=-2$ ，

$\therefore (a+1)(b-1)=(1+1)(-2-1)=-6$ ，

故答案为：-6.

**【点睛】** 本题主要考查了解一元一次不等式组，解题的关键是熟练掌握解一元一次不等式组的方法和步骤，以及写出不等式组解集的口诀“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到”.

### 【类型四 整式方程(组)与不等式(组)结合求参数】

**例题：**(2023春·浙江杭州·九年级专题练习) 已知关于  $x, y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} 2x+y=2m-1 \\ x+2y=m+4 \end{cases}$  的解满足

$$\begin{cases} x+y>2 \\ x-y<4 \end{cases}, \text{ 则 } m \text{ 的取值范围是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

**【答案】**  $1 < m < 9$

**【分析】** 由已知方程组得出  $x+y=m+1$  且  $x-y=m-5$ , 根据  $\begin{cases} x+y>2 \\ x-y<4 \end{cases}$  得出关于  $m$  的不等式组, 解之即可

得出答案.

**【详解】** 解:  $\begin{cases} 2x+y=2m-1 \text{ ①} \\ x+2y=m+4 \text{ ②} \end{cases},$

①+②, 得:  $3x+3y=3m+3,$

$\therefore x+y=m+1,$

①-②, 得:  $x-y=m-5,$

$$\therefore \begin{cases} x+y>2 \\ x-y<4 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} m+1>2 \\ m-5<4 \end{cases},$$

解得  $1 < m < 9,$

故答案为:  $1 < m < 9.$

**【点睛】** 本题主要考查解一元一次不等式组, 解二元一次方程组, 解题的关键是根据方程组和不等式组得出关于  $m$  的不等式组.

### 【变式训练】

1. (2023春·七年级课时练习) 若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{x-1}{6}+2>2x \\ a-x\leq 0 \end{cases}$  有解, 且关于  $x$  的方程  $4(3-x)+a=2x$  的

解为正整数, 则满足条件的所有整数  $a$  的个数是 ( )

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

**【答案】** B

**【分析】** 先解不等式组, 求出  $a$  的范围, 再根据  $4(3-x)+a=2x$  的解为正整数, 确定  $a$  的值, 从而求出答案.

【详解】 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{6} + 2 > 2x \text{①} \\ a - x \leq 0 \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得：  $x < 1$

解不等式②得：  $x \geq a$

∴关于  $x$  的不等式组 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{6} + 2 > 2x \\ a - x \leq 0 \end{cases}$$
 有解，

∴  $a \leq x < 1$

∴  $a < 1$

解  $4(3-x) + a = 2x$

$12 - 4x + a = 2x$

$6x = 12 + a$

$x = 2 + \frac{a}{6}$

∴关于  $x$  的方程  $4(3-x) + a = 2x$  的解为正整数

∴当  $a = 0$  时，  $x = 2 + \frac{a}{6} = 2$ ， ∴  $a = 0$

∴当  $a = -6$  时，  $x = 2 + \frac{a}{6} = 2 - 1 = 1$ ， ∴  $a = -6$

当  $a = -12$  时，  $x = 2 + \frac{a}{6} = 2 - 2 = 0$ ， ∴  $a = -12$  应舍去

当  $a < -12$  时，  $x = 2 + \frac{a}{6} < 0$ ， 不符合条件，

∴满足条件的所有整数  $a$  的个数是 2 个

故选 B.

【点睛】 本题考查解一元一次不等式组及一元一次方程中字母的值， 解题的关键是明确如何讨论  $a$  的个数.

2. (2023 春·四川成都·八年级成都市第二十中学校校考阶段练习) 若方程组 
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + 2y = m - 1 \end{cases}$$
 的解  $x, y$  满足  $x + y > 5$ ， 则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

【答案】  $m > 3$

【分析】 先将两个方程相加， 得到  $x + y$  的值， 然后求解即可.

【详解】解：解方程组  $\begin{cases} 2x-y=3 \text{①} \\ -x+2y=m-1 \text{②} \end{cases}$ ：

①+②得， $x+y=m+2$ ，

$\because x+y>5$ ，

$\therefore m+2>5$ ，

解得： $m>3$ 。

故答案为： $m>3$ 。

【点睛】题目主要考查解方程组及不等式，理解题意，熟练掌握运用求解方法是解题关键。

### 【类型五 分式方程与不等式(组)结合求参数】

例题：（2023春·安徽阜阳·七年级校考阶段练习）已知关于  $x$  的一元一次不等式组  $\begin{cases} 3-x < \frac{x+1}{3} \\ x-a > -2 \end{cases}$  的解集为

$x > 2$ ，且关于  $y$  的分式方程  $\frac{ay-5}{y-3} + \frac{4}{3-y} = 1$  的解为正整数，则所有满足条件的整数  $a$  的积为（ ）

A. 8

B. 24

C. 14

D. 28

【答案】A

【分析】利用不等式组的解为  $x > 2$ ，确定  $a$  的取值范围，解分式方程，当解为正整数时求得  $a$  值，将符合条件的  $a$  值相乘即可得出结论。

【详解】解： $\begin{cases} 3-x < \frac{x+1}{3} \text{①} \\ x-a > -2 \text{②} \end{cases}$ ，

解不等式①得， $3(3-x) < x+1$ ，解得  $x > 2$ ，

解不等式②得，解得  $x > a-2$ ，

$\therefore$  关于  $x$  的一元一次不等式组  $\begin{cases} 3-x < \frac{x+1}{3} \\ x-a > -2 \end{cases}$  的解集为  $x > 2$ ，

$\therefore a-2 \leq 2$ ，

$\therefore a \leq 4$ ，

关于  $y$  的分式方程  $\frac{ay-5}{y-3} + \frac{4}{3-y} = 1$  的解为  $y = \frac{6}{a-1}$ ，

$\because y=3$  是原分式方程的增根，

$$\therefore \frac{6}{a-1} \neq 3,$$

$$\therefore a \neq 3,$$

$\therefore$ 关于  $y$  的分式方程  $\frac{ay-5}{y-3} + \frac{4}{3-y} = 1$  的解为正整数,

$$\therefore \frac{6}{a-1} \text{ 为正整数,}$$

$$\therefore a = 2, 4, 7,$$

$$\therefore a \leq 4,$$

$$\therefore a = 2, 4,$$

$\therefore$ 所有满足条件的整数  $a$  的积为  $2 \times 4 = 8$ ,

故选:  $A$ .

**【点睛】** 本题主要考查了解一元一次不等式组, 分式方程的解, 注意解分式方程可能产生增根是解题的关键.

### 【变式训练】

1. (2023 春·江苏淮安·八年级统考期末) 若关于  $x$  的方程  $\frac{1}{x-2} + \frac{m}{2-x} = 2$  的解为正数, 则  $m$  的取值范围是 ( )

$A. m < 5$

$B. m < 5$  且  $m \neq 1$

$C. m > 5$

$D. m > 5$  且  $m \neq 7$

**【答案】**  $B$

**【分析】** 先解关于  $x$  的方程  $\frac{1}{x-2} + \frac{m}{2-x} = 2$  得到用  $m$  的代数式表达的  $x$  的值, 再根据原方程的解为正数, 列出关于  $m$  的不等式组, 解此不等式组即可求得  $m$  的取值范围.

**【详解】** 解: 由题意可知

$$\text{解关于 } x \text{ 的方程 } \frac{1}{x-2} + \frac{m}{2-x} = 2 \text{ 得: } x = \frac{5-m}{2},$$

$\therefore$ 关于  $x$  的方程  $\frac{1}{x-2} + \frac{m}{2-x} = 2$  的解为正数,

$$\therefore \begin{cases} \frac{5-m}{2} - 2 \neq 0 \\ \frac{5-m}{2} > 0 \end{cases},$$

解得:  $m < 5$  且  $m \neq 1$ .

故选:  $B$ .

**【点睛】** 本题考查分式方程的根, 解不等式组, 解题的关键是理解  $m$  的取值需同时满足以下两个条件: (1

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/766012203123010135>