

· 课件编辑说明 ·

版本要求

本课件需用office2010及以上版本打开，如果您的电脑是office2007及以下版本或者WPS软件，可能会出现不可编辑的文档。

乱码问题

如您在使用过程中遇到公式不显示或者乱码的情况，可能是因为您的电脑缺少字体，请登录网站www.canpointgz.cn/faq 下载。

联系我们

如您还有其他方面的问题，请登录网站www.canpointgz.cn/faq ，点击“常见问题” ，或致电010-58818058。



全品 学乐考

高中数学

选择性必修第二册 RJA



第四章数列

目录

CONTENTS

4.3 等比数列

4.3.2 等比数列的前 n 项和公式

第1课时等比数列的前 n 项和公式及其应用

课前预习 课中探究 备课素材



探究点一 等比数列的前 n 项和公式的基本运算

探究点二 等比数列前 n 项和公式的函数特征应用

探究点三 错位相减法求和

【学习目标】

1. 能推导等比数列的前 n 项和公式.
2. 能说明等比数列前 n 项和公式的特征，能灵活运用求和公式解决一些简单问题.
3. 理解等比数列前 n 项和的性质.

课前预习

知识点一等比数列的前n项和

1. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前n项和公式

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ($q \neq 0$), 其前n项和为 S_n , 则当 $q=1$ 时, $S_n = \underline{na_1}$; 当 $q \neq 1$ 时, $S_n = \underline{a_1 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$

2. 等比数列的前n项和公式的函数特征

设 $A = \frac{a_1}{q-1}$, 则等比数列的前n项和 $S_n = A(q^n - 1)$, 即 S_n 是n的指数函数.

型函数.

(2) 当公比 $q=1$ 时, 因为 $a_1 \neq 0$, 所以等比数列的前n项和 $S_n = \underline{na_1}$, S_n 是n的正比例函数.

课前预习

【诊断分析】判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 求等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和时, 可直接套用公式 $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$. (×)

[解析] 当公比为1时不能直接套用这个公式.

(2) 等比数列的前 n 项和 S_n , 不可能为0. (×)

[解析] 对于等比数列 $1, -1, 1, -1, \dots$, 其前4项和为0.

(3) 等比数列 $\{a_n\}$ 中, 只要 $a_1 > 0$, 公比 $q > 0$, 前 n 项和 S_n , 就可以趋向于 $+\infty$. (×)

[解析] 当 $q \in (0, 1)$ 且 n 无穷大时, q^n 趋向于0, 所以由 $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1}{1-q} - \frac{a_1}{1-q} \cdot q^n$ 知, S_n 不会趋向于 $+\infty$.

课前预习

(4) 若首项为 a 的数列既是等比数列又是等差数列, 则其前 n 项和 $S_n=na$. (✓)

[解析] 易知该数列是各项均为 a 的常数列, 所以 $S_n=na$

(5) 若 $a \in \mathbf{R}$, 则 $1+a+a^2+\cdots+a^{n-1}=\frac{1-a^n}{1-a}$ ($n \in \mathbf{N}^*$). (✗)

[解析] 当 $a=1$ 时, $1+a+a^2+\cdots+a^{n-1}=n$.

课前预习

知识点二 错位相减法

(1) 推导等比数列前 n 项和的方法叫错位相减法.

(2) 该方法一般适用于求一个等差数列与一个等比数列对应项积的前 n 项和, 即当 $\{b_n\}$ 是公差 $d \neq 0$ 的等差数列, $\{c_n\}$ 是公比 $q \neq 1$ 的等比数列, 求数列 $\{b_n c_n\}$ 的前 n 项和 S_n 时, 就可以用这种方法.

课前预习

【诊断分析】判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 求数列 $\{n \cdot 2^n\}$ 的前 n 项和可以用错位相减法. (√)

【解析】符合错位相减法使用的条件.

(2) 求数列 $\{n \cdot 2^n\}$ 的前 n 项和时, 只能在等式两边乘 2. (×)

【解析】不一定非要乘 2, 但乘 2 计算是最简洁的, 也可以乘 4 等.

课中探究

探究点一等比数列的前 n 项和公式的基本运算

[探索] 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式涉及几个量?至少要知道几个量才能求解其余的量?

解: 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式涉及 a_1, a, S, n, q , 共五个量, 至少要知道其中三个量才能求解其余的量, 即已知 a_1, a, q, n, S 中任意三个, 可求其余两个, 称为“知三求

课中探究

例1 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 前 n 项和为 S_n ,

(1) 若 $a_1=16$, $a_6=\frac{1}{2}$, 求 q 和 S_6 ;

解: 由题知 $16q^5=\frac{1}{2}$, 解得 $q=\frac{1}{2}$, 所以 $S_6=\frac{16 \times \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{63}{2}$

(2) 若 $a_1=2, S_3=14$, 求 q 和 a_3 ;

解: 若 $q=1$, 则 $S_3=3a_1=6 \neq 14$, 故 $q \neq 1$.

由题知

$$\text{解得} \begin{cases} q = 2, \\ a_3 = 8 \end{cases} \text{或} \begin{cases} q = -3, \\ a_3 = 18 \end{cases}$$

课中探究

(3) 若 $q = \frac{1}{2}$, $S_6 = \frac{189}{4}$, 求 a_1 和 a_6 ;

) _____ , 解得 $\begin{cases} a_1 = 24 \\ a_6 = \frac{3}{4} \end{cases}$

(4) 若 $a_1 = 1, a_n = 81, S_n = 121$, 求 q 和 n .

) am $\begin{cases} q^{n-1} = 81, \\ \frac{1-q^n}{1-q} = 121, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} q = 3, \\ n = 5. \end{cases}$

课中探究

变式(1) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_4=1, S_8=17$,则

$$a_n = \frac{1}{15} \times 2^{n-1} \text{ 或 } -\frac{1}{5} \times (-2)^{n-1}.$$

[解析] 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q .若 $q=1$,则 $S_8=2S_4$,不符合题意,所以 $q \neq 1$,则

$$S_4 = \frac{a_1(1-q^4)}{1-q} = 1, S_8 = \frac{a_1(1-q^8)}{1-q} = 17, \text{ 两式相除得 } \frac{1-q^8}{1-q^4} = 17 = 1+q^4 \text{ 解得 } q=2 \text{ 或 } q=-2 \text{ 当}$$

$q=2$ 时, 可得 $a_1 = \frac{1}{15}$, 此时 $a_n = \frac{1}{15} \times 2^{n-1}$; 当 $q=-2$ 时, 可得 $a_1 = -\frac{1}{5}$, 此时 $a_n = -\frac{1}{5} \times (-2)^{n-1}$. 故

$$a_n = \frac{1}{15} \times 2^{n-1} \text{ 或 } a_n = -\frac{1}{5} \times (-2)^{n-1}.$$

课中探究

(2) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=2^{n-1}$, 则 $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=\underline{\frac{1}{3}(4^n-1)}$.

[解析] $\because a_n=2^{n-1}, \therefore a_n^2=2^{2n-2}=4^{n-1}, \therefore$ 数列 $\{a_n^2\}$ 是以1为首项, 4为公比的等比数列,
 $\therefore a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{1}{3}(4^n-1)$.

(3) 计算: $2^{10}+2^9 \times 3+2^8 \times 3^2+\cdots+3^{10}=\underline{3^{11}-2^{11}}$

[解析] $2^{10}+2^9 \times 3+2^8 \times 3^2+\cdots+3^{10}$ 表示首项为 2^{10} , 公比为 $\frac{3}{2}$ 的等比数列的前11项和,

$$\text{所以 } 2^{10}+2^9 \times 3+2^8 \times 3^2+\cdots+3^{10}=\frac{2^{10} \times \left[1-\left(\frac{3}{2}\right)^{11}\right]}{1-\frac{3}{2}}=3^{11}-2^{11}.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/76615413223010141>