# 安徽省合肥一中、六中、八中 2025 年高三第二次高考科目质检数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

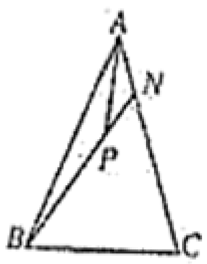
3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知复数 $z$ 满足 $i(3+z)=1+i$，则 $z$ 的虚部为（　　）

A．$-i$　　B．$i$　　C．$-1$　　D．1

2．如图，在 $\Delta ABC$ 中，$\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$，$P$ 是 $BN$ 上一点，若 $\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，则实数 $t$ 的值为（　　）




A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{3}{4}$

3．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x & (x\le 0)\\ \ln x & (x>0)\end{cases}$，且关于 $x$ 的方程 $f(x)+x-a=0$ 有且只有一个实数根，则实数 $a$ 的取值范围（　　）．

A．$[0,+\infty)$　　B．$(1,+\infty)$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$[-\infty,1)$

4．集合 $A=\left\{x\left|x^2-x-2\le 0\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x-1<0\right.\right\}$，则 $A\cup B$=( )

A．$\left\{x\left|x<1\right.\right\}$　　B．$\left\{x\left|-1\le x<1\right.\right\}$

C．$\left\{x\left|x\le 2\right.\right\}$　　D．$\left\{x\left|-2\le x<1\right.\right\}$

5．已知 $\vec{a}=(2\sin\frac{\omega x}{2},\cos\frac{\omega x}{2}),\vec{b}=(\sqrt{3}\cos\frac{\omega x}{2},2\cos\frac{\omega x}{2})$，函数 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$ 在区间 $[0,\frac{4\pi}{3}]$ 上恰有 3 个极值点，则正实数 $\omega$ 的取值范围为（　　）

A．$[\frac{8}{5},\frac{5}{2})$　　B．$[\frac{7}{4},\frac{5}{2})$　　C．$[\frac{5}{3},\frac{7}{4})$　　D．$(\frac{7}{4},2]$

6．已知集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid y=\lg(1-x)\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{2\}$　　B．$\{-1,0\}$　　C．$\{-1\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

7．设$a,b\in(1,+\infty)$，则“$a>b$ ”是“$\log_a b<1$”的（  ）

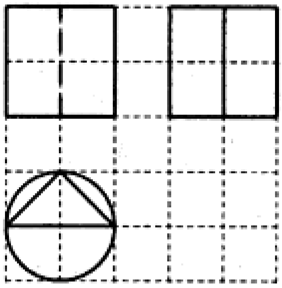
**A．** 充分而不必要条件　　**B．** 必要而不充分条件

**C．** 充分必要条件　　**D．** 既不充分也不必要条件

8．已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)+b(\omega>0)$，$f(\frac{\pi}{8}+x)=f(\frac{\pi}{8}-x)$，且$f(\frac{\pi}{8})=5$，则$b=$（　　）

**A．3**　　**B．3 或 7**　　**C．5**　　**D．5 或 8**

9．一个组合体的三视图如图所示（图中网格小正方形的边长为 1），则该几何体的体积是（  ）



**A．** $2\pi-\frac{1}{2}$　　**B．** $2\pi-1$　　**C．** $2\pi-2$　　**D．** $2\pi-4$

10．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点$E$，$F$，$G$分别为棱$A_1D_1$，$D_1D$，$A_1B_1$的中点，给出下列命题：①$AC_1\perp EG$；②$GC//ED$；③$B_1F\perp$平面$BGC_1$；④$EF$和$BB_1$成角为$\frac{\pi}{4}$.正确命题的个数是（　　）

**A．0**　　**B．1**　　**C．2**　　**D．3**

11．已知$a>b>0$，椭圆$C_1$的方程$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，双曲线$C_2$的方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，$C_1$和$C_2$的离心率之积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$C_2$的渐近线方程为（　　）

**A．** $x\pm\sqrt{2}y=0$　　**B．** $\sqrt{2}x\pm y=0$　　**C．** $x\pm 2y=0$　　**D．** $2x\pm y=0$

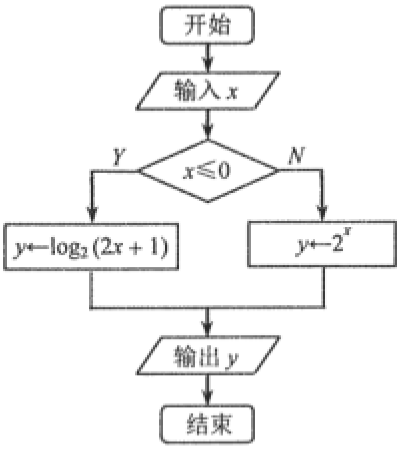
12．已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$，满足$|\vec{a}|=\frac{1}{3},|\vec{b}|=1$，且$|2\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

**A．** $\frac{\pi}{6}$　　**B．** $\frac{\pi}{3}$　　**C．** $\frac{2\pi}{3}$　　**D．** $\frac{5\pi}{6}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．将函数$f(x)=a\sin x+b\cos x(a,b\in\mathrm{R},a\neq 0)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到一个偶函数图象，则$\frac{b}{a}=$________.

14．如图是一个算法流程图，若输出的实数$y$的值为$-1$，则输入的实数$x$的值为______________.




15．若方程 $a^x = x\left(a>0, a\neq 1\right)$ 有两个不等实根，则实数 $a$ 的取值范围是____________.

16．已知命题 $P$：$\forall x>0$，$x^3>0$，那么 $P$ 是__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

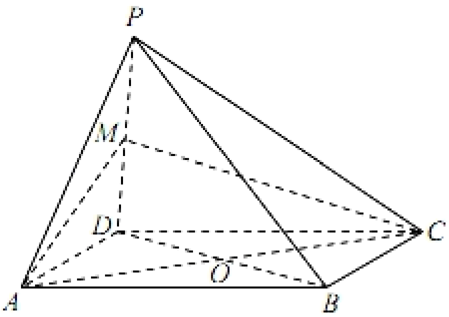
17．（12 分）已知函数 $f(x)=a\ln x+x$（$a\in\mathrm{R}$）.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若对 $\forall x\in(0,+\infty)$，$f(x)-\mathrm{e}^x-ax<0$ 恒成立，求 $a$ 的取值范围.

18．（12 分）如图，四棱锥 $P$- $ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，对角线 $AC,BD$ 交于点 $O,M$ 为棱 $PD$ 的中点，

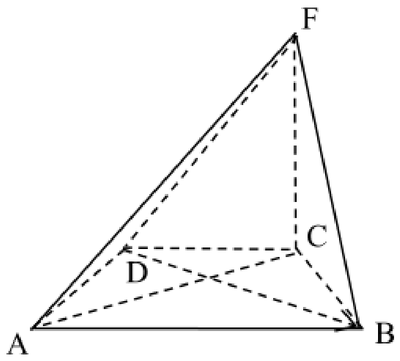
$MA=MC$．求证：




（1）$PB//$ 平面 $AMC$；

（2）平面 $PBD\perp$ 平面 $AMC$．

19．（12 分）在如图所示的四棱锥 $F-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，$AB//CD$，$\angle ABC=60^\circ$，$FC\perp$ 平面 $ABCD$，$AC\perp BF$，$CB=CD=1$.




（1）求证：$AC \perp$ 平面 $BCF$；

（2）已知二面角 $F-BD-C$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，求直线 $AF$ 与平面 $DFB$ 所成角的正弦值.

20.（12 分）已知椭圆 $E$：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别为 $F_1$ 和 $F_2$，右顶点为 $A$，且 $\left|AF_1\right|=3$，短轴长为 $2\sqrt{3}$.

（1）求椭圆 $E$ 的方程；

（2）若过点 $A$ 作垂直 $x$ 轴的直线 $l$，点 $T$ 为直线 $l$ 上纵坐标不为零的任意一点，过 $F_2$ 作 $TF_2$ 的垂线交椭圆 $E$ 于点 $P$ 和 $Q$，当 $\dfrac{\left|TF_2\right|}{|PQ|}=\dfrac{7\sqrt{2}}{24}$ 时，求此时四边形 $TPF_1Q$ 的面积.

21.（12 分）设函数 $f\left(x\right)=2x^2+a\ln x$，（$a\in\mathrm{R}$）.

（1）若曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程为 $y=2x+m$，求实数 **a**、**m** 的值；

（2）若 $f\left(2x-1\right)+2>2f\left(x\right)$ 对任意 $x\in\left[2,+\infty\right)$ 恒成立，求实数 **a** 的取值范围；

（3）关于 **x** 的方程 $f\left(x\right)+2\cos x=5$ 能否有三个不同的实根？证明你的结论.

22.（10 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+x}{x+1}-\ln(x+1)(a>0)$，且曲线 $y=f\left(x\right)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=\dfrac{1}{2}x+b$.

（1）求 $f\left(x\right)$ 的极值点与极值.

（2）当 $k\geq\dfrac{1}{2}$，$x\in\left[0,+\infty\right)$ 时，证明：$f\left(x\right)\leq kx^2$.

# 参考答案

**一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．C

**【解析】**

利用复数的四则运算可得 $z=-2-i$，即可得答案.

【详解】

$\because i(3+z)=1+i$，$\therefore 3+z=\dfrac{1+i}{i}=1-i$，

$\therefore z=-2-i$，$\therefore$复数 $z$ 的虚部为$-1$.

故选：C.

本题考查复数的四则运算、虚部概念，考查运算求解能力，属于基础题.

2．C

**【解析】**

由题意，可根据向量运算法则得到 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{2}{5}m\overrightarrow{AC}+$（1﹣ $m$）$\overrightarrow{AB}$，从而由向量分解的唯一性得出关于 $t$ 的方程，求出 $t$ 的值.

【详解】

由题意及图，$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{AB}+m\left(\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AB}\right)=m\overrightarrow{AN}+\left(1-m\right)\overrightarrow{AB}$，

又，$\overrightarrow{AN}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{NC}$，所以 $\overrightarrow{AN}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC}$，$\therefore \overrightarrow{AP}=\dfrac{2}{5}m\overrightarrow{AC}+$（1﹣ $m$）$\overrightarrow{AB}$，

又 $\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，所以 $\begin{cases}1-m=t\\ \dfrac{2}{5}m=\dfrac{1}{3}\end{cases}$，解得 $m=\dfrac{5}{6}$，$t=\dfrac{1}{6}$，

故选 $C$.

本题考查平面向量基本定理，根据分解的唯一性得到所求参数的方程是解答本题的关键，本题属于基础题.

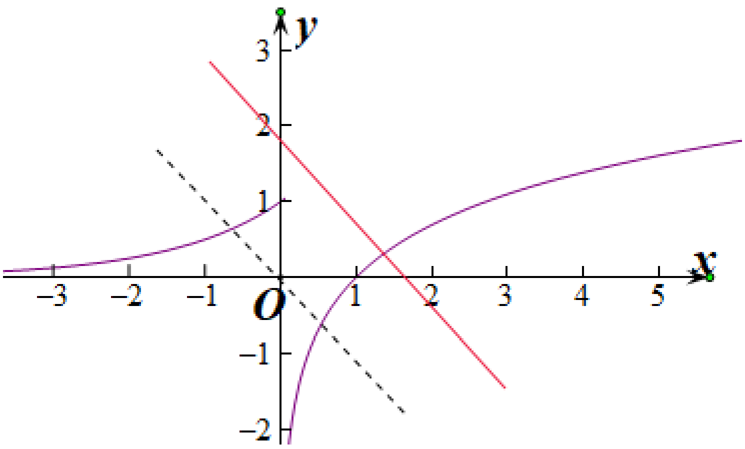
3．B

**【解析】**

根据条件可知方程 $f(x)+x-a=0$ 有且只有一个实根等价于函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=-x+a$ 只有一个交点，作出图象，数形结合即可.

【详解】

解：因为条件等价于函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=-x+a$ 只有一个交点，作出图象如图，




由图可知，$a>1$，

故选：B.

本题主要考查函数图象与方程零点之间的关系，数形结合是关键，属于基础题.

4．C

**【解析】**

先化简集合 A,B，结合并集计算方法，求解，即可.

【详解】

解得集合 $A=\left\{x\middle|\left(x-2\right)\left(x+1\right)\le 0\right\}=\left\{x\middle|-1\le x\le 2\right\}$，$B=\left\{x\middle|x<1\right\}$

所以 $A\cup B=\left\{x\middle|x\le 2\right\}$，故选 C.

本道题考查了集合的运算，考查了一元二次不等式解法，关键化简集合 A,B，难度较小.

5．B

**【解析】**

先利用向量数量积和三角恒等变换求出 $f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})+1$，函数在区间 $[0,\frac{4\pi}{3}]$ 上恰有 3 个极值点即为三个最值点，$\omega x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$ 解出，$x=\frac{\pi}{3\omega}+\frac{k\pi}{\omega},k\in Z$，再建立不等式求出 $k$ 的范围，进而求得 $\omega$ 的范围.

【详解】

解：$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\omega x+2\cos\frac{2\omega x}{2}=\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x+1$

$$=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})+1$$

令 $\omega x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$，解得对称轴 $x=\frac{\pi}{3\omega}+\frac{k\pi}{\omega},k\in Z$，$f(0)=2$，

又函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $[0,\frac{4\pi}{3}]$ 恰有 3 个极值点，只需 $\frac{\pi}{3\omega}+\frac{2\pi}{\omega}\le\frac{4\pi}{3}<\frac{\pi}{3\omega}+\frac{3\pi}{\omega}$

解得 $\frac{7}{4}\le\omega<\frac{5}{2}$.

故选：$B$.

本题考查利用向量的数量积运算和三角恒等变换与三角函数性质的综合问题.

(1)利用三角恒等变换及辅助角公式把三角函数关系式化成 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+t$ 或 $y=A\cos(\omega x+\varphi)+t$ 的形式; (2)根据自变量的范围确定 $\omega x+\varphi$ 的范围，根据相应的正弦曲线或余弦曲线求值域或最值或参数范围.

6．B

**【解析】**

求出集合 $B$，利用集合的基本运算即可得到结论.

【详解】

由 $1-x>0$，得 $x<1$，则集合 $B=\{x\mid x<1\}$，

所以，$A\cap B=\{-1,0\}$.

故选：B.

本题主要考查集合的基本运算，利用函数的性质求出集合 $B$ 是解决本题的关键，属于基础题.

7．C

**【解析】**

根据充分条件和必要条件的定义结合对数的运算进行判断即可.

【详解】

∵$a$，$b\in$（1，+∞），

∴$a>b\Rightarrow\log_a b<1$，

$\log_a b<1\Rightarrow a>b$，

∴$a>b$ 是 $\log_a b<1$ 的充分必要条件，

故选 $C$.

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据不等式的解法是解决本题的关键.

8．B

**【解析】**

根据函数的对称轴 $x=\dfrac{\pi}{8}$ 以及函数值，可得结果.

【详解】

函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)+b(\omega>0)$，

若 $f(\dfrac{\pi}{8}+x)=f(\dfrac{\pi}{8}-x)$，则 $f(x)$ 的图象关于 $x=\dfrac{\pi}{8}$ 对称，

又 $f(\dfrac{\pi}{8})=5$，所以 $2+b=5$ 或 $-2+b=5$，

所以$b$的值是 7 或 3.

故选：$B$.

本题考查的是三角函数的概念及性质和函数的对称性问题，属基础题

9．C

**【解析】**

根据组合几何体的三视图还原出几何体，几何体是圆柱中挖去一个三棱柱，从而解得几何体的体积.

【详解】

由几何体的三视图可得，

几何体的结构是在一个底面半径为 1 的圆、高为 2 的圆柱中挖去一个底面腰长为$\sqrt{2}$的等腰直角三角形、高为 2 的棱柱，

故此几何体的体积为圆柱的体积减去三棱柱的体积，

即$V = \pi \bullet 1^2 \bullet 2 - \frac{1}{2} \bullet \sqrt{2} \bullet \sqrt{2} \bullet 2 = 2\pi - 2$，

故选 C.

本题考查了几何体的三视图问题、组合几何体的体积问题，解题的关键是要能由三视图还原出组合几何体，然后根据几何体的结构求出其体积.

10．C

**【解析】**

建立空间直角坐标系，利用向量的方法对四个命题逐一分析，由此得出正确命题的个数.

【详解】

设正方体边长为$2$，建立空间直角坐标系如下图所示，$A(2,0,0),C_1(0,2,2),G(2,1,2)$，

$C(0,2,0),E(1,0,2),D(0,0,0),B_1(2,2,2),F(0,0,1),B(2,2,0)$.

①，$\overrightarrow{AC_1}=(-2,2,2),\overrightarrow{EG}=(1,1,0),\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{EG}=-2+2+0=0$，所以$AC_1\perp EG$，故①正确.

②，$\overrightarrow{GC}=(-2,1,-2),\overrightarrow{ED}=(-1,0,-2)$，不存在实数$\lambda$使$\overrightarrow{GC}=\lambda\overrightarrow{ED}$，故$GC//ED$不成立，故②错误.

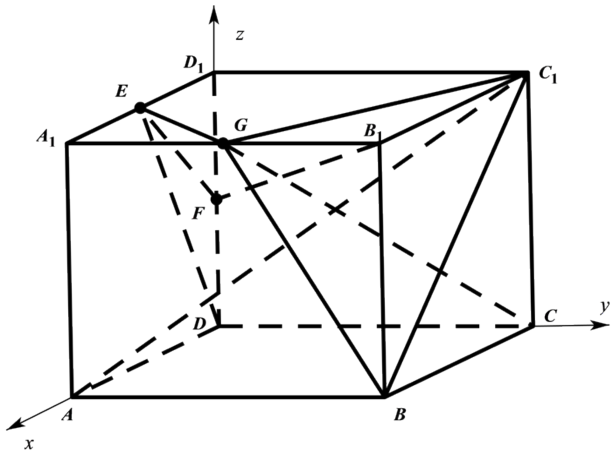
③，$\overrightarrow{B_1F}=(-2,-2,-1),\overrightarrow{BG}=(0,-1,2),\overrightarrow{BC_1}=(-2,0,2)$，$\overrightarrow{B_1F}\cdot\overrightarrow{BG}=0,\overrightarrow{B_1F}\cdot\overrightarrow{BC_1}=2\neq 0$，故$B_1F\perp$平面$BGC_1$不成立，故③错误.

④，$\overrightarrow{EF}=(-1,0,-1),\overrightarrow{BB_1}=(0,0,2)$，设$EF$和$BB_1$成角为$\theta$，则$\cos\theta=\left|\frac{\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BB_1}}{\left|\overrightarrow{EF}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BB_1}\right|}\right|=\left|\frac{-2}{\sqrt{2}\times 2}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}$，由于

$\theta \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right]$，所以$\theta = \dfrac{\pi}{4}$，故④正确.

综上所述，正确的命题有2个.

故选：C




本小题主要考查空间线线、线面位置关系的向量判断方法，考查运算求解能力，属于中档题.

11．A

**【解析】**

根据椭圆与双曲线离心率的表示形式，结合$C_1$和$C_2$的离心率之积为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，即可得$a,b$的关系，进而得双曲线的离心率方程.

【详解】

椭圆$C_1$的方程$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，双曲线$C_2$的方程为$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$，

则椭圆离心率$e_1=\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$，双曲线的离心率$e_2=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$，

由$C_1$和$C_2$的离心率之积为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

即$e_1e_2=\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}\times\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

解得$\dfrac{b}{a}=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

所以渐近线方程为$y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$，