

第10讲 第二章 函数与基本初等函数章节总结（精讲）

目录

第一部分：典型例题讲解.....	3
题型一：函数的定义域.....	3
角度1：具体函数的定义域	3
角度2：抽象函数的定义域	3
角度3：已知定义域求参数	3
题型二：函数的值域.....	4
角度1：单调性法求值域	4
角度2：分离常数法	4
角度3：指数型函数（对数型函数）值域或最值	4
角度4：分类讨论法解决二次函数中的值域（最值问题）	5
角度5：利用基本不等式求值域（最值）	6
题型三：求函数的解析式.....	6
题型四：分段函数问题.....	7
角度1：分段函数求值	7
角度2：分段函数的值域或最值	7
角度3：分段函数的单调性与参数	8
题型五：函数的单调性.....	9
角度1：根据函数的单调性求参数	9
角度2：根据单调性解不等式	9
角度3：比较大小	10
角度4：复合函数单调性	10
题型六：函数的单调性，奇偶性，对称性，周期性综合应用.....	11
角度1：利用函数的奇偶性求参数	11
角度2：利用函数的奇偶性解抽象函数不等式	11
角度3：构造奇偶函数求值	12
角度4：奇偶性与周期性综合问题	12
角度5：单调性与奇偶性综合问题	13
角度6：对称性，奇偶性，周期性综合问题	13
角度7：利用周期性求值	14
题型七：不等式中的恒成立问题.....	15
题型八：不等式中的能成立问题.....	16
题型九：函数的图象.....	16
角度1：利用函数解析式选择图象	16
角度2：利用动点研究函数图象	18
角度3：利用函数图象解决不等式问题	21
角度4：利用函数图象解决方程的根与交点问题	21
角度5：指对函数图象相结合	22
题型十：指数函数，对数函数，幂函数.....	24
角度1：定义域问题	24
角度2：值域问题	24
角度3：过定点问题	25

角度 4: 单调性问题	25
角度 5: 指对幂综合问题	26
题型十一: 函数中的零点问题	27
角度 1: 零点个数问题	27
角度 2: 零点所在区间问题	28
角度 3: 零点中的参数问题	28
角度 4: 零点的代数和 (积) 问题	29
题型十二: 函数模型的应用	30
第二部分: 新定义 (文化) 问题	33
第三部分: 高考新题型	34
角度 1: 开放性试题	34
角度 2: 劣够性试题	35
第四部分: 数学思想方法	36
角度 1: 函数与方程思想	36
角度 2: 分类讨论思想	37
角度 3: 数形结合思想	37
角度 4: 转化与化归思想	38
角度 5: 极限思想	39

温馨提醒: 浏览过程中按 [ctrl+Home](#) 可回到开头

第一部分：典型例题讲解

题型一：函数的定义域

角度 1：具体函数的定义域

1. (2023 春·江苏南京·高三江苏省南京市第十二中学校考阶段练习) 设全集 $U=\mathbf{R}$, 若集合

$$M=\left\{y\left|y=2^{\sqrt{2x-x^2+3}}\right.\right\}, \quad N=\left\{x\left|y=\lg \frac{x+3}{2-x}\right.\right\}, \quad \text{则 } (\complement_U M) \cap N = (\quad)$$

A.

B.

C. $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

D.

2. (2023 秋·北京西城·高一统考期末) 函数 $f(x)=\log_2(1-x)+\sqrt{x}$ 的定义域是_____.

3. (2023 秋·上海浦东新·高一校考期末) 函数的定义域为_____;

角度 2：抽象函数的定义域

1. (2023 秋·辽宁本溪·高一校考期末) 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[1, 2023]$, 则函数的定义域是 ()

A. $[0, 2022]$

B. $[-1, 1) \cup (1, 2022]$

C. $(1, 2024]$

D.

2. (2023 秋·辽宁沈阳·高一沈阳铁路实验中学校考期末) 设函数 $f(x)$ 的定义域为, 则函数的定义域为 ()

A.

B.

C. $(0, 1)$

D. $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$

角度 3：已知定义域求参数

1. (多选) (2023·全国·高三专题练习) 已知函数 $f(x)=\log_2(ax^2-2ax+3)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则实数 a 的取值可能是 ()

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

2. (2023·高一课时练习) 已知函数 $y=\lg(\sqrt{x^2-x+1}+ax)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是_____.

3. (2023·全国·高三专题练习) 函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{ax^2+3ax+1}}$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围为_____.

4. (2023·高三课时练习) 设函数 $f(x) = \sqrt{\frac{x+4}{2-x}}$ 的定义域为 A , 函数 $g(x) = \frac{1}{\sqrt{a-|x-4|}}$ 的定义域为 B , 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

题型二：函数的值域

角度 1：单调性法求值域

1. (2023·广西·校联考模拟预测) 已知函数 $f(x) = a^x + \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 的图象过点 $(1, 2)$, 若当 $0 < x_0 \leq k (k \in \mathbb{N}^*)$ 时, $f(x)$ 的值域中正整数的个数超过 2023 个, 则 k 的最小值为 ()
- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12
2. (2022 秋·上海金山·高一上海市金山中学校考期末) 函数 $y = x^2 - \log_a(x+1) - 4x + 4$, 若 $x \in (1, 2)$ 时, 函数值均小于 0, 则实数 a 的取值范围为_____.
3. (2023·高三课时练习) 设 $f(x) = x + \frac{a}{x+1} (a \in \mathbb{R})$, $x \in [0, +\infty)$, 求 $f(x)$ 的最小值.

角度 2：分离常数法

1. (2023·全国·高三专题练习) 函数 $y = \frac{5x-1}{4x+2}$ 的值域为_____.
2. (2023·全国·高三专题练习) 函数 $y = \frac{1-x}{2+x}$ 的值域为_____.
3. (2022 秋·广西桂林·高一校考期中) 函数的值域为_____.

角度 3：指数型函数（对数型函数）值域或最值

1. (2022 秋·山东德州·高一校考阶段练习) 函数, $x \in [2, 5]$ 的值域为 ()
- A. B. C. D.
2. (2022 秋·海南海口·高一海口一中校考阶段练习) 函数 $f(x) = \log_2 x \cdot \log_2 \left(\frac{x}{2}\right)$, $x \in [1, 2]$ 时, $f(x)$ 的值域为_____.
3. (2021 秋·重庆璧山·高一重庆市璧山来凤中学校校考阶段练习) 已知指数函数 $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 经过点 $(2, 9)$.
- (1) 求函数 $y = a^{x^2-4x+3}$ 的单调递减区间;

(2)求函数 $y = a^{2x} - 4a^x + 3$, $x \in [0, 1]$ 的值域.

4. (2022 秋·辽宁辽阳·高一校联考期末) 已知函数.

(1)求 $f(x)$ 的定义域;

(2)求 $f(x)$ 的值域.

5. (2023 秋·江苏镇江·高一统考期末) 已知函数, 则 $f(x)$ 的值域为_____ ; 函数 $y = f(x)$ 图象的对称中心为_____.

角度 4: 分类讨论法解决二次函数中的值域 (最值问题)

1. (2022 秋·新疆克拉玛依·高一克拉玛依市高级中学校考期中) 已知函数 $f(x) = -x^2 + ax - \frac{a}{4} + \frac{1}{2}$,

(1)当 $a = 2$ 时, 解不等式 $f(x) \geq 0$;

(2)若 $x \in [-1, 1]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值和最大值.

2. (2022 秋·福建泉州·高一石狮市第一中学校考期中) 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 满足 $f(0) = 2$, 且 $f(x+1) - f(x) = -2x - 1$

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式.

(2)当 $x \in [t, t+2]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值 $g(t)$ (用 t 表示)

角度 5: 利用基本不等式求值域 (最值)

1. (2023 春·湖南长沙·高一校联考阶段练习) 命题 $p: \exists x_0 \in (0, +\infty)$, 使得 $x_0^2 - \lambda x_0 + 4 < 0$ 成立. 若 p 是假命题, 则实数 λ 取值范围是 ()

A. B. C. D.

2. (2023 秋·吉林延边·高一统考期末) 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 $4a + 9b$ 的最小值是 ()

A. 23 B. 26 C. 22 D. 25

3. (2023 秋·广东深圳·高一统考期末) 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $x + y = 1$, 则 $\frac{3x}{y} + \frac{1}{xy}$ 的最小值为_____.

4. (2023 秋·广东河源·高一龙川县第一中学统考期末) 求函数 $f(x) = \frac{1}{x-2} + x$ 的值域.

题型三：求函数的解析式

1. (2023 秋·云南楚雄·高一统考期末) 设 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbb{R}$ 的单调函数, 且, 则 ()

A. $f(-1) = -1$ B. $f(0) = 1$ C. $f(1) = 2$ D. $f(2) = 3$

2. (2023 春·河南开封·高一校考阶段练习) 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + 2f(-x) = x$, 则 $f(1) =$ ()

A. -1 B. 1 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

3. (2023·全国·高三专题练习) 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $2f(x) - f(-x) = x + 1$, 则 $f(x) =$ ()

A. $\frac{x}{3} + 1$ B. $x + \frac{1}{3}$ C. $\frac{x+1}{3}$ D. $x + 1$

4. (2023·全国·高三专题练习) 根据下列条件, 求函数 $f(x)$ 的解析式.

(1) 已知 $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$, 则 $f(x)$ 的解析式为_____.

(2) 已知 $f(x)$ 满足 $2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$, 求 $f(x)$ 的解析式.

(3) 已知 $f(0) = 1$, 对任意的实数 x, y 都有 $f(x - y) = f(x) - y(2x - y + 1)$, 求 $f(x)$ 的解析式.

题型四：分段函数问题

角度 1：分段函数求值

1. (2023·全国·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x+\ln 2}, & x \leq 0 \\ f(x-3), & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(2023) =$ ()

A. $\frac{2}{e}$ B. $2e$ C. $\frac{2}{e^2}$ D. $2e^2$

2. (2023 秋·福建三明·高一统考期末) 若函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2(-x), & x < 0 \\ g(x), & x > 0 \end{cases}$ 为奇函数, 则 $f(g(2)) =$ ()

- A. 2 B. 1 C. 0 D. -1

3. (2023 春·四川雅安·高一雅安中学校考开学考试) 函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq 1 \\ f(x+2), & x < 1 \end{cases}$, 则_____.

4. (2023 春·湖南长沙·高三湖南师大附中校考阶段练习) 已知 $f(x) = \begin{cases} f(x+1), & x < 4, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x \geq 4 \end{cases}$, 则 $f(\log_2 3) =$ _____.

角度 2: 分段函数的值域或最值

1. (2023·河北·高二统考学业考试) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \leq 0 \\ \log_2(x+2), & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 的最小值是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

2. (2023 秋·山东菏泽·高一山东省东明县第一中学校考期末) 已知, 设, 则函数 $f(x)$ 的最小值是 ()

- A. -2 B. -1 C. 2 D. 3

3. (2023 秋·上海松江·高一校考期末) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-|x-a|}, & x < 1 \\ -\frac{3}{4}x+1, & x \geq 1 \end{cases}$, 若 $f(1)$ 是函数 $f(x)$ 的最大值, 则实数 a 的取值范围为_____.

4. (2023·高一课时练习) 若函数 $y = f(x)$ 的表达式为 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 1 \\ -\log_2 x, & x \geq 1 \end{cases}$, 则函数 $f(x)$ 的值域是_____.

5. (2023 秋·浙江杭州·高一浙江省杭州第二中学校考期末) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_a x, & 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{x}, & x > 2 \end{cases}$. 若函数 $f(x)$ 存在最大值, 则实数 a 的取值范围是_____.

6. (2023·云南昆明·云南省昆明市第十中学校考模拟预测) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & -2 \leq x \leq c \\ \frac{1}{2x}, & c < x \leq 3 \end{cases}$, 若 $c = 0$, 则 $f(x)$ 的值域是_____; 若 $f(x)$ 的值域是 $\left[-\frac{1}{4}, 2\right]$, 则参数 c 的取值范围是_____.

角度 3: 分段函数的单调性与参数

1. (2023 秋·云南保山·高一统考期末) 已知函数是上的减函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $\left[\frac{2}{5}, \frac{1}{2}\right)$ B. C. D.

2. (2023 春·安徽·高一合肥市第八中学校联考开学考试) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2 - x - \frac{1}{4}, & x \leq 1 \\ \log_a x - 1, & x > 1 \end{cases}$, 且满足对任

意的实数 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$

B.

C.

D.

3. (2023·安徽·高二马鞍山二中校考学业考试) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2ax - 11, & x \leq 2 \\ \frac{a}{x-1}, & x > 2 \end{cases}$ 满足对任意 $x_1 \neq x_2$, 都

有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

A.

B.

C.

D.

4. (多选) (2023 秋·陕西西安·高一统考期末) 若 $f(x) = \begin{cases} 2a^x, & x < 2 \\ x^2 - ax + a^3, & x \geq 2 \end{cases}$, 且 ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 则 a 的值可能是 ()

A. $\frac{3}{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. 3

D. $\frac{9}{2}$

5. (2023 春·黑龙江佳木斯·高一富锦市第一中学校考阶段练习) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a^x, & x > 0 \\ ax + 3a - 8, & x \leq 0 \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数, 那么实数 a 的取值范围是_____.

6. (2023 春·上海杨浦·高一上海市控江中学校考开学考试) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_a x, & 0 < x \leq 1 \\ (3-a)x - a, & x > 1 \end{cases}$ 在上严格增, 则实数 a 的取值范围是_____.

题型五：函数的单调性

角度 1：根据函数的单调性求参数

1. (2023·全国·高三专题练习) 使得“函数 $f(x) = 3^{x^2 - 3tx}$ 在区间 $(2, 3)$ 上单调递减”成立的一个充分不必要条件可以是 ()

A. $t \geq 2$

B. $t \leq 2$

C. $t \geq 3$

D. $\frac{4}{3} \leq t \leq 3$

2. (2023 秋·广东广州·高一统考期末) 函数在 $[5, 20]$ 上不单调, 则实数 k 的取值范围为_____.

3. (2023·高一课时练习) 若奇函数 $f(x) = (-3k + 2)x + b$ 在 $\mathbf{R}$ 上是严格减函数, 则 $k + b$ 的取值范围是

_____. (结果用区间表示)

4. (2023·全国·高三专题练习) 函数 $f(x) = \frac{ax+1}{x+a}$ 在上单调递增, 则实数 a 的取值范围是_____.

5. (2023·全国·高三专题练习) 函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-ax+b}$ 的最大值为 2, 且在上单调递增, 则 a 的范围是_____, $b + \frac{4}{a}$ 的最小值为_____.

角度 2: 根据单调性解不等式

1. (2023 秋·山东枣庄·高一·枣庄八中校考阶段练习) 已知函数 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称, 且 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 则满足的实数 x 的取值范围是 ()

- A. $\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right)$ C. $\left[-\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}\right)$

2. (2023·河北邯郸·统考一模) 已知函数 $f(x-1)$ 为偶函数, 且函数 $f(x)$ 在上单调递增, 则关于 x 的不等式 $f(1-2^x) < f(-7)$ 的解集为 ()

- A. B. C. D.

3. (2023·北京平谷·统考模拟预测) 已知函数 $f(x) = \log_2 x - \frac{3}{x+1}$, 则不等式 $f(x) > 0$ 的解集是 ()

- A. $(-1, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (-1, 2)$

4. (2023 春·安徽阜阳·高一·安徽省颍上第一中学校考阶段练习) 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbb{R}$ 的减函数, 若 $f(2-2m) > f(1+m)$, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. B. C. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ D.

5. (2023 秋·上海杨浦·高一·复旦附中校考期末) 已知函数 $y = f(x)$ 是在定义域上的严格减函数, 且为奇函数. 若 $f(1) = -1$, 则不等式 $f(x-2) \leq 1$ 的解集是_____.

6. (2023 秋·河北承德·高一·统考期末) 已知函数 $f(x) = 2^{|x|} - \frac{1}{x^2+1}$, 则不等式 $f(x-1) < \frac{19}{5}$ 的解集为_____.

角度 3: 比较大小

1. (2023 秋·江苏镇江·高一·统考期末) 若 $a = 2^{\frac{1}{3}}$, $b = \log_2 \frac{1}{3}$, $c = \sin \frac{1}{3}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
C. $b > a > c$ D. $b > c > a$

2. (2023 春·陕西安康·高一统考开学考试) 设 $a = 2^{0.1}$, $b = \log_2 0.1$, $c = \cos 0.1$, 则 ()
- A. $a > b > c$
- B. $b > a > c$
- C. $c > a > b$
- D. $a > c > b$
3. (多选) (2023 秋·湖南益阳·高一统考期末) 已知 $a = \sqrt{2}$, $b = \log_2 \frac{1}{3}$, $c = \log_3 2$, 则 ()
- A. $a > b$
- B. $b > c$
- C. $a > c$
- D. $ac < 1$

角度 4: 复合函数单调性

- (2023·全国·高三专题练习) 函数 $f(x) = \ln(2x^2 - 3x + 1)$ 的单调递减区间为 ()
A. B. C. $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$ D. $(1, +\infty)$
- (2023·全国·高三专题练习) 已知函数 $f(x) = \lg(x^2 - x - 6)$ 在 $(a, +\infty)$ 上单调递增, 则 a 的取值范围是 _____
- (2023·高三课时练习) 函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{8-2x-x^2}$ 的单调递减区间为 _____.
- (2023 秋·山西大同·高一大同一中校考期末) 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 + 2ax + 2)$ 在区间上单调递增, 则实数 a 的取值范围为 _____.
- (2023·全国·高三专题练习) 函数 $y = \frac{1}{x^2 - ax - a}$ 在上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 _____.

题型六：函数的单调性，奇偶性，对称性，周期性综合应用

角度 1: 利用函数的奇偶性求参数

1. (2023·全国·哈尔滨三中校联考一模) 若为奇函数, 则实数 $a =$ _____.
2. (2023 春·江西·高三校联考阶段练习) 若函数 $f(x) = \log_2(16^x + 1) - ax$ 是偶函数, 则 $\log_a 2 =$ _____.
3. (2023 春·北京·高一校考开学考试) 已知函数 $f(x) = |x^2 - ax| - 2$, 且函数 $f(x+2)$ 是偶函数, 求实数 $a =$ _____.

角度 2：利用函数的奇偶性解抽象函数不等式

1. (2023 春·湖南长沙·高一校联考阶段练习) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$, 满足 $f(3)=0$, 函数

$y=f(x+1)$ 的图象关于点中心对称,且对任意的 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, , 不等式 $\frac{x_1^{2023}f(x_1)-x_2^{2023}f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$ 恒成立,

则不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 ()

- A. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
C. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

2. (2021 秋·河南南阳·高一校考阶段练习) 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 在单调递减, 且 $f(3)=0$, 则满足 $xf(x-2) \geq 0$ 的 x 的取值范围是 ()

- A. B. $(-1, 0] \cup (2, 5]$
C. $[-1, 0] \cup [2, 5]$ D.

3. (2023·全国·高三专题练习) 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 记, 且函数 $g(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 则不等式的解集为_____

4. (2023 春·浙江·高三开学考试) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上可导函数 $f(x)$, 对于任意的实数 x 都有 $f(-x)=f(x)-4x$ 成立, 且当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, 都有 $f'(x) < 2x+2$ 成立, 若 $f(m+1) \leq f(-m)+6m+3$, 则实数 m 的取值范围是_____.

5. (2023 春·河北石家庄·高一石家庄二十三中校考开学考试) 已知是偶函数, 则 $k=$ _____, $f(x)$ 的最小值为_____.

角度 3: 构造奇偶函数求值

1. (2023 秋·湖北武汉·高一武汉市第十七中学校联考期末) 设函数的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $M+m=$ ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

2. (2022 秋·安徽芜湖·高一芜湖一中校考期中) $f(x)=x^5+100x^3+x+1$, 若 $f(m)=-2$, 则 $f(-m)=$ _____.

3. (2023·高一课时练习) 已知函数 $y=f(x)$, 其中 $f(x)=a \tan 5x-b \sin 3x+2cx+1$, $a、b、c \in \mathbf{R}$, 且 $f(1)=6$, 则 $f(-1)=$ _____.

4. (2023 秋·山东济宁·高一曲阜一中校考期末) 函数 $f(x)=a \frac{2^x-1}{2^x+1}+b \sin x+1$, (a, b 为常实数), 若 $f(-2023)=-1$, 则 $f(2023)=$ _____.

5. (2023 秋·河北保定·高一校考期末) 已知关于 x 的函数 $f(x)=\frac{5x^3+tx^2+3x+\sin x+t^2}{x^2+t}$ 在 $[-2022, 2022]$ 上的最大值为 M , 最小值 N , 且 $M+N=4044$, 则实数 t 的值是_____.

角度 4: 奇偶性与周期性综合问题

1. (2023·黑龙江哈尔滨·哈尔滨三中校考一模) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足. 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x^3 + 3x$, 则 $f(2023) =$ ()
- A. -4 B. 4 C. 14 D. 0
2. (2023·河南·统考模拟预测) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x+1)$ 为奇函数, $f(x+2)$ 为偶函数, 当 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x) = ax^2 + b$. 若 $f(0) + f(3) = 3$, 则 $f\left(\frac{9}{2}\right) =$ ()
- A. $-\frac{5}{4}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{5}{4}$
3. (多选) (2023·吉林·东北师大附中校考二模) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x-3) = -f(x)$, 当 $x \in [0, 3]$ 时, $f(x) = x^2 - 3x$, 则下列结论正确的是 ()
- A. $f(x+6) = f(x)$ B. $x \in [-6, -3]$ 时, $f(x) = x^2 - 3x - 6$
- C. $f(2021) + f(2023) = f(2022)$ D.
4. (2023·山东泰安统考一模) 设 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数, 且. 若 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$, 则 $f\left(\frac{11}{2}\right)$ 的值是_____.

角度 5: 单调性与奇偶性综合问题

1. (2022 秋·四川·高一四川省平昌中学校考阶段练习) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 对任意都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 3$, 若 $f(3) = 9$, 则不等式 $f(x) - 3x < 0$ 的解集是 ()
- A. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ B. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$
- C. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$ D. $(-3, 0) \cup (0, 3)$
2. (多选) (2023 春·浙江杭州·高一校联考阶段练习) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(2x)+1$ 为奇函数, $f(2x+1)$ 为偶函数, 且对任意的 $x_1, x_2 \in (1, 2)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > -1$, 则下列结论正确的为 ()
- A. $f(x)$ 可能是偶函数 B.
- C. D.
3. (2023 春·吉林长春·高一长春市第二中学校考开学考试) 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 其中 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 且 $f(x) + g(x) = ax^2 - x + 2$. 若对于任意 $1 < x_1 < x_2 < 2$, 都有

$\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2} > -4$ ，则实数 a 的取值范围是_____.

4. (2023 秋·云南昆明·高一昆明一中统考期末) 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且对任意 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$

5. (2022 秋·云南玉溪·高二统考期末) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ， $y = f(x+3)+2$ 是偶函数，当 $x \geq 3$ 时， $f(x) = \log_2 x$ ，则不等式 $f(2x+2) > f(x-1)$ 的解集为_____.

角度 6：对称性，奇偶性，周期性综合问题

1. (辽宁省抚顺市 2023 届普通高中应届毕业生高考模拟数学试题) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 同时满足：① $f(1+x)+f(1-x)=0$ ，② $f(-1+x)+f(-1-x)=0$ ，则下列结论不正确的是 ()

- A. 函数 $f(1+x)$ 为奇函数
B. $(x-1)f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称
C. $f(2)+f(6)=0$
D. 函数 $f(x)$ 的周期 $T=4$

2. (2023·云南昆明·统考一模) 已知函数 $f(x)$ ， $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$ ， $f(x)$ 为偶函数且 $f(x)+f(x+2)=3$ ， $g(x)+g(10-x)=2$ ，则 ()

- A. 21
B. 22
C. $\frac{45}{2}$
D. $\frac{47}{2}$

3. (2023 春·上海浦东新·高三上海市建平中学校考阶段练习) 设函数 $f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}$ ， $f(x-1)$ 为奇函数， $f(x+1)$ 为偶函数，当 $x \in (-1, 1)$ 时， $f(x) = -x^2 + 1$ ，则下列四个结论错误个数是 ()

(1) $f\left(\frac{7}{2}\right) = -\frac{3}{4}$

(2) $f(x+7)$ 为奇函数

(3) $f(x)$ 在 $(6, 8)$ 上为减函数

(4) $f(x)$ 的一个周期为 8

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

4. (2023 秋·安徽安庆·高一统考期末) 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且当 $x \in [0, 1]$ 时， $f(x) = x^2$ ，则下列关于函数 $y = f(x)$ 的判断中，其中正确的判断是 () .

- A. 函数 $y = f(x)$ 的最小正周期为 4
B. $f\left(\frac{11}{2}\right) = \frac{1}{4}$
C. 函数 $y = f(x)$ 在上单调递增
D. 不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集为.

5. (2023 秋·湖南益阳·高一统考期末) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $y=f(x)$ 满足 $y=f(x+1)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且 $f(1)=\frac{1}{2}$, 则_____.
6. (2023 春·新疆乌鲁木齐·高一乌市八中校考开学考试) 已知偶函数 $y=f(x)$ 在区间上单调递增, 且满足 $f(1-x)+f(1+x)=0$, 给出下列判断: ① $f(-3)=0$; ② $f(x)$ 在上是增函数; ③ $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称; ④ 函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得最小值, 其中判断正确的序号是_____.

角度 7: 利用周期性求值

1. (2023 秋·安徽芜湖·高一安徽师范大学附属中学校考期末) 设 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数, 且 $f(1+x)=f(-x)$, 若 $f\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$, 则 $f\left(\frac{13}{3}\right)=$ ()
- A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{1}{3}$
2. (多选) (2023 秋·浙江·高一期末) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, $g(x)$ 满足 $f(x)-g(2-x)=4, g(x)+f(x+2)=2$, 且 $f(x+1)$ 为偶函数, $f(1)=5$, 则 ()
- A. $f(x)=f(2-x)$ B. $g(x)+g(-x)=0$
- C. $f(x)+f(x+2)=6$ D. $g(1)+g(2)+g(3)+\cdots+g(22)=-22$
3. (2023 春·福建漳州·高三福建省漳州第一中学校考开学考试) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)\cdot f(y)$ 对任意的 $x, y \in \mathbf{R}$ 恒成立, 若 $f(1)=\frac{1}{2}$, 则_____
4. (2023 秋·江苏南京·高一统考期末) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4)=f(x)$, 且当 $x \in [0, 4)$ 时, $f(x)=2^x+m$, 若 $f(2023)=3f(1)$, 则 $m=$ _____.

题型七: 不等式中的恒成立问题

1. (多选) (2023 秋·云南德宏·高一统考期末) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: 对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 当 $x_1 > x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 若不等式 $f(m+1) > f(2m)$ 恒成立, 则实数 m 的可能取值为 ()
- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 0 D. 1
2. (2023·全国·高三专题练习) 若不等式 $x^2+x-1 < m^2x^2-mx$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是_____.
3. (2023 秋·四川眉山·高一校考期末) 已知 $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数, 且满足 $f(x)-g(x)=2^x$. 若对任意的 $x \in \left[-1, \frac{1}{2}\right]$ 都有不等式 $mf(x)+g(x) \leq 0$ 成立, 则实数 m 的最大值为_____.

4. (2023 秋·广东汕尾·高一统考期末) 已知函数 $f(x) = \sqrt{\lambda x^2 + \lambda x + 1} - x$.

(1) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 求实数 λ 的取值范围;

(2) 若不等式 $f(\ln x) \leq 0$ 对任意都成立, 求实数 λ 的取值范围.

题型八：不等式中的能成立问题

1. (2023 秋·山东枣庄·高一枣庄八中校考阶段练习) 设函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $x \in \left[\frac{1}{2}, 3\right]$, 若 $\exists x \in \left[\frac{1}{2}, 3\right]$, 使得 $a^2 - a \geq f(x)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

2. (2023 春·辽宁大连·高一大连市一〇三中学校考阶段练习) 已知函数, $g(x) = x^2 - 2x + a$, $\exists x_1 \in [2, +\infty)$, $\forall x_2 \in \left[\frac{1}{3}, 3\right]$ 有, 则实数 a 的取值范围是_____.

3. (2023 秋·广东深圳·高二校考期末) 已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$, $g(x) = 2^x + a - 1$, 若对于任意 $x_1 \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$, 存在 $x_2 \in [2, 3]$, 使得 $f(x_1) < g(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是_____.

4. (2023 秋·湖北黄冈·高一统考期末) 已知 $f(x) = \frac{x^4 - 2x^2 + 9}{x^2}$, $g(x) = x^2 - tx + \frac{9}{2}$, 若对 $\forall x_1 \in [1, 2]$, 总存在 $x_2 \in [2, 3]$, 使得 $g(x_1) > f(x_2)$ 成立, 则实数 t 的取值范围为_____.

题型九：函数的图象

角度 1：利用函数解析式选择图象

1. (2023·陕西咸阳·武功县普集高级中学统考二模) 函数 $f(x) = \frac{xe^x}{|x|}$ 的大致图象为 ()

A. B.

C.

D.

2. (2023·全国·模拟预测) 函数 $f(x) = \frac{1}{(x-1)\ln|x|}$ 的大致图象是 ().

A.

B.

C.

D.

3. (2023·云南昆明·统考一模) 函数 $y = \sin x \ln(e^x + e^{-x})$ 在区间上的图象大致为 ()

A.

B.

C.

D.

4. (2022 秋·广东深圳·高一深圳中学校考期末) 若函数 $f(x) = \lg|x| + \cos x$, 则函数 $f(x)$ 的大致图象是 ()

A.

B.

C.

D.

5. (2021 春·陕西延安·高二子长中学校考期末) 函数 $y = \frac{x^2}{2^x + 2^{-x}}$ 的部分图像大致为 ()

A.

B.

C.

D.

角度 2: 利用动点研究函数图象

1. (2022 秋·北京房山·高一统考期中) 如图, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, 点 E 由 A 沿线段 AB 向 B 移动, 过点 E 作 AB 的垂线 l , 设 $AE = x$, 记 $\triangle ABC$ 位于直线 l 左侧的图形的面积为 y , 那么 y 与 x 的函数关系的图象大致是 ()

A.

B.

C.

D.

2. (2021 秋·湖北武汉·高一武汉市第四十九中学校考期中) 直角梯形 $OABC$ 中, $AB \parallel OC$, $AB = 1$, $OC = BC = 2$, 直线 $l: x = t$ 截该梯形所得位于 l 左边图形面积为 S , 则函数 $S = f(t)$ 的图象大致为 ()

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/767050113026006163>