

2022 年浙江省宁波市镇海区蛟川书院中考数学模拟试卷(4 月份)

一、选择题(每小题 5 分,共 40 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求)

1. (5 分) 已知 $xy = -1$, $x + y = 2$, 则 $\frac{1}{2}x^3y + x^2y^2 + \frac{1}{2}xy^3 =$ ()

- A. -2 B. 2 C. -4 D. 4

2. (5 分) 数轴上某一个点表示的数为 a , 比 a 小 4 的数用 b 表示, 那么 $|a| + |b|$ 的最小值为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

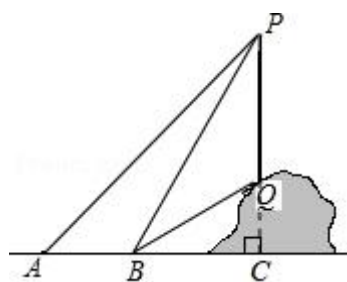
3. (5 分) 已知整数 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 满足下列条件: $a_1 = 0$, $a_2 = -|a_1 + 1|$, $a_3 = -|a_2 + 2|$, $a_4 = -|a_3 + 3| \dots$, 以此类推, 则 a_{2022} 的值为 ()

- A. -2021 B. -1010 C. -1011 D. -1009

4. (5 分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x - a > 1 \\ \frac{x+2}{3} > 1 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是 ()

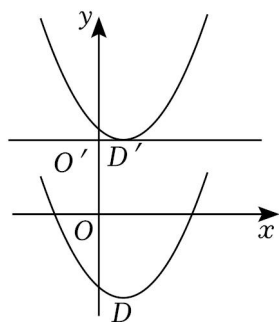
- A. $1 < a < 2$ B. $-1 < a < 1$ C. $a > 1$ D. $a < 1$

5. (5 分) 如图, 为了测量山坡上一棵树 PQ 的高度, 小明在点 A 处利用测角仪测得树顶 P 的仰角为 45° , 然后他沿着正对树 PQ 的方向前进 $12m$ 到达点 B 处, 此时测得树顶 P 和树底 Q 的仰角分别是 60° 和 30° , 设 PQ 垂直于 AB , 且垂足为 C . 则树 PQ 的高度为 () (结果精确到 $0.1m$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



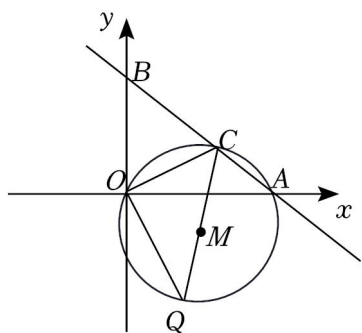
- A. 18.9 B. 18.8 C. 19.0 D. 19.1

6. (5 分) 已知抛物线: $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$ 顶点为 D , 将抛物线向上平移, 使得新的抛物线的顶点 D' 落在直线 $l: y = \frac{15}{8}x$ 上, 设直线 l 与 y 轴的交点为 O' , 原抛物线上的点 P 平移后的对应点为 Q , 若 $O'P = O'Q$, 则点 Q 的纵坐标为 ()



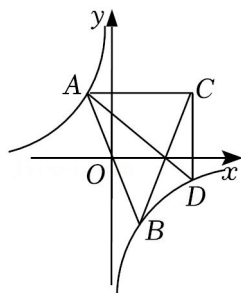
- A. $\frac{23}{8}$ B. $\frac{35}{8}$ C. 4 D. $\sqrt{17}$

7. (5分) 如图, 已知点 $A(4,0)$, $B(0,3)$, 直线 l 经过 A 、 B 两点, 点 $C(x,y)$ 为直线 l 在第一象限的动点, 作 $\triangle AOC$ 的外接圆 $\odot M$, 延长 CM 交 $\odot M$ 于点 Q , 则 $\triangle OCQ$ 的面积最小值为()



- A. 4 B. 4.5 C. $\frac{24}{5}$ D. $\frac{96}{25}$

8. (5分) 如图, 点 A , B 是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上两点, 且 A , B 关于原点 O 中心对称, $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 底边 $AC \parallel x$ 轴, 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴交双曲线于点 D , 若 $S_{\triangle ACD} = 24$, 则 k 的值是()



- A. -7 B. -8 C. -9 D. -10

二、填空题 (每小题 5 分, 共 50 分)

9. (5分) 若 $\sqrt{a+b+5} + |2a-b+1| = 0$, 则 $(b-a)^{2020}$ 的值为_____.

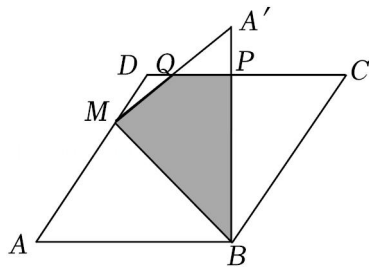
10. (5分) 定义一种新运算 (a,b) , 若 $a^c = b$, 则 $(a,b) = c$, 例 $(2,8) = 3$, $(3,81) = 4$. 已知 $(4,$

8)+(4, 7)=(4, x), 则x的值为 ____.

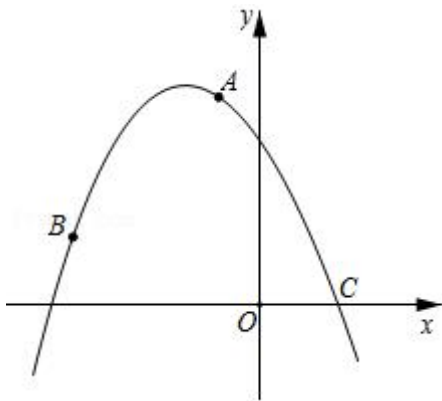
11. (5分) 小华统计了自己过去五个学期期末考试数学成绩, 分别为87, 84, 90, 89, 95, 这组数据的方差为 ____.

12. (5分) 对正整数 n , 记 $1 \times 2 \times \dots \times n = n!$ 若 $M = 1! \times 2! \times \dots \times 6!$, 则 M 的正因数中共有完全立方数为 ____个.

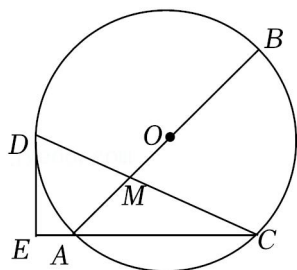
13. (5分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$, $AB = 7$, $BC = 2\sqrt{10}$, $\tan \angle C = 3$, M 为 AD 上一点, 将 $\triangle ABM$ 沿 BM 折叠, 得到 $\triangle A'BM$, 且 $A'B \perp CD$ 交 CD 于点 P , $A'M$ 交 CD 于点 Q , 则图中阴影部分(四边形 $BMQP$)的面和为 ____.



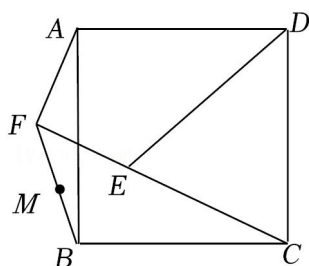
14. (5分) 如图, 已知抛物线 $y = a(x+3)(x-2)$ 过点 $A(-1, 6)$ 和点 $B(-2, m)$, 与 x 轴的正半轴交于点 C , 点 M 是抛物线上一点且 A, B 两点到直线 MC 的距离相等, 点 M 的横坐标为 ____.



15. (5分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 连结 AC , DE 为 $\odot O$ 的切线, 过切点 D 作 $DE \perp AC$, 交直线 AC 于点 E , 连结 DC 交 AB 于点 M , 若 $AE = 1$, $AC = 8$, 则 $\tan \angle AMD =$ ____.

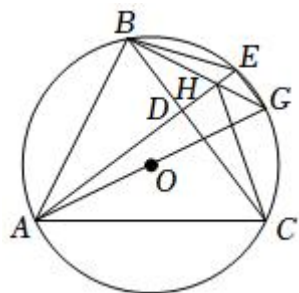


16. (5分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 将边 CD 绕点 D 顺时针旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$, 得到线段 DE , 连接 CE , 过点 A 作 $AF \perp CE$ 交线段 CE 的延长线于点 F , 连接 BF , 若点 M 为线段 BF 中点, 则点 M 与点 C 距离的最大值为 ____.



17. (5分) 在平面直角坐标系中, 若某函数图象上至少存在不同的两点关于 y 轴对称, 则把该函数称之为“ Y 函数”, 其图象上关于 y 轴对称的不同两点叫做一对“ Y 点”. 若关于 x 的“ Y 函数” $y = ax^2 + bx + c (a > 0, \text{ 且 } a, b, c \text{ 是常数})$ 经过坐标原点 O , 且与直线 $l: y = mx + n (m \neq 0, n > 0, \text{ 且 } m, n \text{ 是常数})$ 交于 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 两点, 当 x_1, x_2 满足 $4(2 - x_2)^{-1} + x_1 = 2$ 时, 则直线 l 经过的定点为 ____.

18. (5分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 在劣弧 BC 上存在点 E 满足 $\angle AEB = 2\angle BAE$, 连结 AE 交 BC 于点 D , 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 G , 连结 BG 交 AE 于点 H , 连结 CH , 若 $EG = DH$, $\odot O$ 半径为 $\frac{5}{2}$, 则 $S_{\triangle ABH} =$ ____.



三、解答题 (共 6 小题, 满分 60 分)

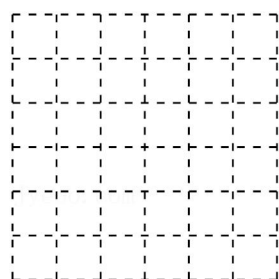
19. (5分) 为弘扬中华民族传统文化, 我校举办了“诗话蛟川, 吟诵经典”活动, 比赛的形式是“飞花令”, 要求每组随机选择标有“风”, “雨”, “云”, “花”的卡片, 然后说出包

含该字的诗句，选好卡片后不放回．第一轮是蛟蛟队和川川队比赛，则恰好蛟蛟队抽中“云”且川川队抽中“花”的概率是多少？蛟蛟队和川川队都没有抽到“雨”的概率是多少？请用画树状图或列表的方法进行说明．

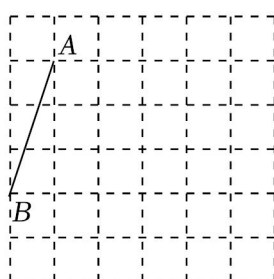
20. (7分) 如图所示，正方形网格中的每个小正方形边长都是1，每个小格的顶点叫格点，以格点为顶点分别按下列要求画图，要求它的顶点均在格点上．

(1) 在图(1)中画一个面积为6的菱形．

(2) 在图(2)中，作以 AB 为一边的平行四边形 $ABDE$ ，点 D ， E 在小正方形的顶点上，且满足平行四边形 $ABDE$ 的面积为11．



图①



图②

21. (10分) 2021年12月5日，镇海区爆发新冠疫情，广大居民捐资捐物，经过全区人民的共同努力，镇海区用两周的时间解除了疫情．某商店也将商品两周的盈利捐出用于购买抗疫物资．经市场调查发现，该商品的周销售量 y （件）关于售价 x （元/件）的一次函数为 $y = -2x + 200$ ，当售价为40元时，周销售利润为2400元．

(1) 该商品每件的进价是多少元？

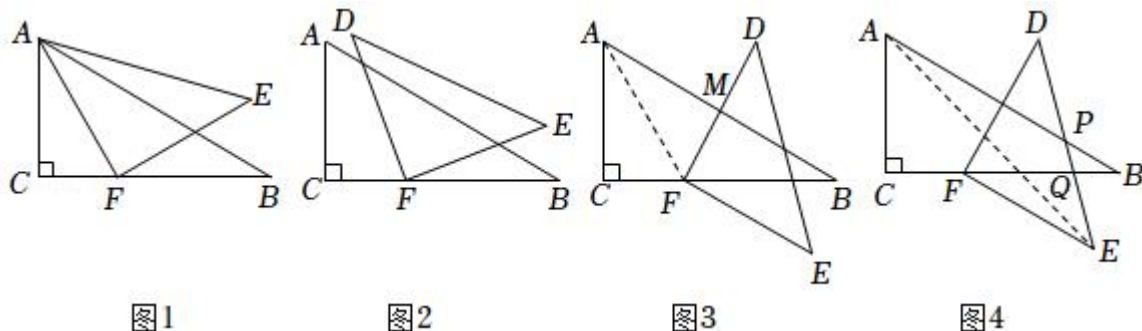
(2) 当每件售价 x 为多少时，周销售利润 w 最大？并求出此时的最大利润．

22. (12分) 如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，作 $\angle CAB$ 平分线 AF 交 BC 于点 F ，以 AF 为边作等腰直角 $\triangle AFE$ ，且 $\angle AFE = 90^\circ$ ，如图2将 $\triangle AFE$ 绕点 F 每秒 3° 的速度顺时针旋转得到三角形 DFE （当点 D 落在射线 FB 上时停止旋转），则旋转时间为 t 秒．

(1) 当 $t = \underline{\hspace{1cm}}$ 秒， $DE \parallel AB$ ；

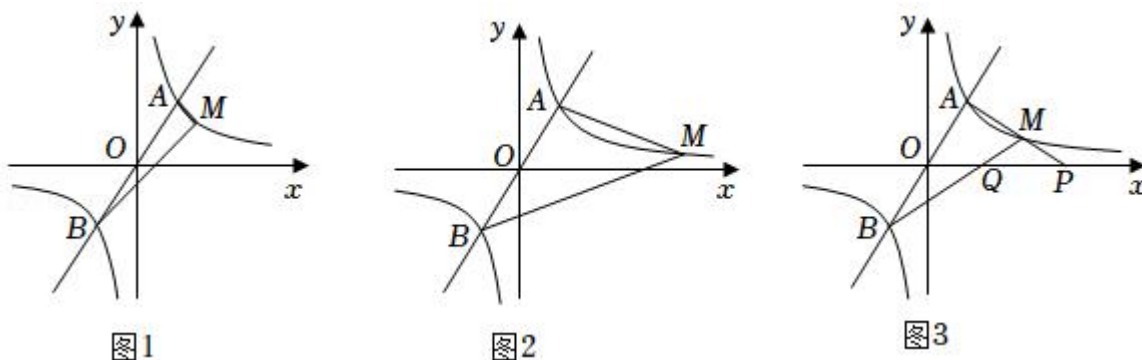
(2) 在旋转过程中， DF 与 AB 的交点记为 M ，如图3，若 $\triangle AMF$ 为等腰三角形，求 t 的值；

(3) 当边 DE 与边 AB 、 BC 分别交于点 P 、 Q 时，如图4，连接 AE ，设 $\angle BAE = x^\circ$ ， $\angle AED = y^\circ$ ， $\angle DFB = z^\circ$ ，试探究 x ， y ， z 之间的关系．



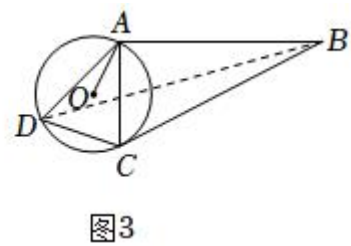
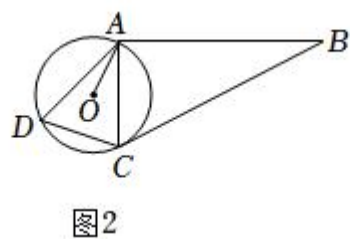
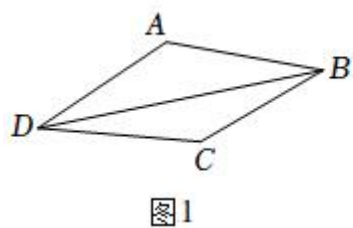
23. (12 分) 如图, 直线 $y = \frac{3}{2}x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于 A 、 B 两点, M 是第一象限内的双曲线上任意一点.

- (1) 若点 A 坐标为 $(2, 3)$, $\angle AMB = 90^\circ$, 求 M 点坐标.
- (2) 若 $\angle ABM = 45^\circ$, 连接 BM , 若 $\triangle ABM$ 的面积是 34, 求 k 值.
- (3) 设直线 AM 、 BM 分别与 x 轴相交于 P 、 Q 两点, 且 $MA = pMP$, $MB = qMQ$, 求 $q - p$ 的值.



24. (14 分) 定义: 如果一个四边形的一组对角互余, 那么我们称这个四边形为“对角互余四边形”.

- (1) 如图 1, 在“对角互余四边形” $ABCD$ 中, $AD = CD$, $BD = 6.5$, $\angle ABC + \angle ADC = 90^\circ$, $AB = 4$, $CB = 3$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.
- (2) 如图 2, 在四边形 $ABCD$ 中, 连接 AC , $\angle BAC = 90^\circ$, 点 O 是 $\triangle ACD$ 外接圆的圆心, 连接 OA , $\angle OAC = \angle ABC$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是“对角互余四边形”;
- (3) 在 (2) 的条件下, 如图 3, 已知 $AD = a$, $DC = b$, $AB = 3AC$, 连接 BD , 求 BD^2 的值. (结果用带有 a , b 的代数式表示)



2022 年浙江省宁波市镇海区蛟川书院中考数学模拟试卷(4 月份)

参考答案与试题解析

一、选择题(每小题 5 分,共 40 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求)

1. (5 分) 已知 $xy = -1$, $x + y = 2$, 则 $\frac{1}{2}x^3y + x^2y^2 + \frac{1}{2}xy^3 =$ ()

A. -2

B. 2

C. -4

D. 4

【分析】先对所求的式子进行因式分解,再整体代入计算即可.

【解答】解: $\because xy = -1$, $x + y = 2$,

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2}x^3y + x^2y^2 + \frac{1}{2}xy^3 &= \frac{1}{2}xy(x^2 + 2xy + y^2) \\ &= \frac{1}{2}xy(x + y)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times (-1) \times 2^2 \\ &= -2. \end{aligned}$$

故选: A.

【点评】本题考查了整式的因式分解,掌握提公因式法与公式法的综合运用是解决本题的关键.

2. (5 分) 数轴上某一个点表示的数为 a , 比 a 小 4 的数用 b 表示, 那么 $|a| + |b|$ 的最小值为 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【分析】利用比 a 小的数表示为 $b = a - 4$, 代入式子计算即可.

【解答】解: $\because b = a - 4$,

$$\therefore |a| + |b| = |a - 0| + |a - 4|,$$

表示的是 a 到 0 和 4 的距离的和,

所以当 a 在 0 和 4 之间时, 有最小值 4.

故选: B.

【点评】本题考查的是绝对的和的最小值问题, 解题的关键是把原式化成一个数到两个已知数的最小值问题.

3. (5 分) 已知整数 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 满足下列条件: $a_1 = 0$, $a_2 = -|a_1 + 1|$, $a_3 = -|a_2 + 2|$,

$a_4 = -|a_3 + 3| \dots$ ，以此类推，则 a_{2022} 的值为()

A. -2021

B. -1010

C. -1011

D. -1009

【分析】根据前几个数可以发现：从第2个数开始，如果顺序数为偶数，最后的数值为 $a_n = -\frac{n}{2}$ ，

如果顺序数为奇数，最后的数值为 $a_n = -\frac{n-1}{2}$ ，再根据规律求解即可。

【解答】解： $a_1 = 0$ ，

$$a_2 = -|a_1 + 1| = -1,$$

$$a_3 = -|a_2 + 2| = -1,$$

$$a_4 = -|a_3 + 3| = -2,$$

$$a_5 = -|a_4 + 4| = -2,$$

$$a_6 = -|a_5 + 5| = -3,$$

$$a_7 = -|a_6 + 6| = -3,$$

...

$\therefore$ 当 n 为偶数时， $a_n = -\frac{n}{2}$ ，当 n 为奇数时， $a_n = -\frac{n-1}{2}$ ，

$$\therefore a_{2022} = -\frac{2022}{2} = -1011,$$

故选：C。

【点评】本题主要考查规律性：数字的变化类，根据前几个数字找出最后数值与顺序数之间的规律是解决本题的关键。

4. (5分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x - a \cdot 1 \\ \frac{x+2}{3} > 1 \end{cases}$ 无解，则 a 的取值范围是()

A. $1 < a \cdot 2$

B. $-1 < a < 1$

C. $a > 1$

D. $a \cdot 1$

【分析】不等式组整理后，根据无解确定出 a 的范围即可。

【解答】解：不等式组整理得： $\begin{cases} x \cdot \frac{a+1}{2} \\ x > 1 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 不等式组无解，

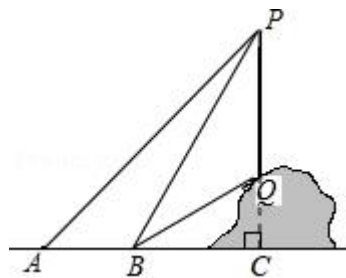
$$\therefore \frac{a+1}{2} \cdot 1,$$

解得： $a \cdot 1$.

故选： D .

【点评】此题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握不等式组的解法是解本题的关键.

5. (5分) 如图，为了测量山坡上一棵树 PQ 的高度，小明在点 A 处利用测角仪测得树顶 P 的仰角为 45° ，然后他沿着正对树 PQ 的方向前进 $12m$ 到达点 B 处，此时测得树顶 P 和树底 Q 的仰角分别是 60° 和 30° ，设 PQ 垂直于 AB ，且垂足为 C 。则树 PQ 的高度为() (结果精确到 $0.1m$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



A. 18.9

B. 18.8

C. 19.0

D. 19.1

【分析】设 $PC = x m$ ，在 $Rt\triangle APC$ 和 $Rt\triangle BPC$ 中，求出 AC 和 BC ，根据 $AB = AC - BC$ 即可列出方程求得 x 的值，再在 $Rt\triangle BQC$ 中利用三角函数求得 QC 的长，则 PQ 的长度即可求解.

【解答】解：设 $PC = x m$.

在 $Rt\triangle APC$ 中， $\angle PAC = 45^\circ$ ，

$$\therefore AC = PC = x ;$$

$$\because \angle PBC = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle BPC = 30^\circ .$$

$$\text{在 } Rt\triangle BPC \text{ 中, } BC = \frac{\sqrt{3}}{3} PC = \frac{\sqrt{3}}{3} x ,$$

$$\because AB = AC - BC = 6 ,$$

$$\therefore x - \frac{\sqrt{3}}{3} x = 12 ,$$

$$\text{解得: } x = 18 + 6\sqrt{3} ,$$

$$\text{则 } BC = 6\sqrt{3} + 6 ,$$

$$\text{在 } Rt\triangle BQC \text{ 中, } QC = \frac{\sqrt{3}}{3} BC = 6 + 2\sqrt{3} ,$$

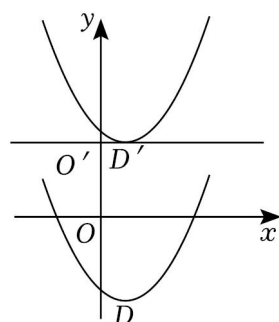
$$\therefore PQ = PC - QC = 18 + 6\sqrt{3} - (6 + 2\sqrt{3}) = 12 + 4\sqrt{3} \approx 18.9(m) .$$

答：树 PQ 的高度约为 $18.9m$.

故选： A .

【点评】本题考查了解直角三角形的应用－仰角俯角问题，三角函数的定义等知识；运用三角函数求出 PC 和 QC 是解决问题的关键.

6. (5 分) 已知抛物线： $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$ 顶点为 D ，将抛物线向上平移，使得新的抛物线的顶点 D' 落在直线 $l: y = \frac{15}{8}$ 上，设直线 l 与 y 轴的交点为 O' ，原抛物线上的点 P 平移后的对应点为 Q ，若 $O'P = O'Q$ ，则点 Q 的纵坐标为()



A. $\frac{23}{8}$

B. $\frac{35}{8}$

C. 4

D. $\sqrt{17}$

【分析】先根据顶点的变化规律写出平移后的抛物线的解析式，即可求得平移的距离，根据 $O'P = O'Q$ ，得出 Q 点的纵坐标为 $\frac{15}{8} + \frac{5}{2} = \frac{35}{8}$.

【解答】解： $\because y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 = \frac{1}{2}(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{25}{8}$,

由题意得向上平移后的抛物线解析式为 $y = \frac{1}{2}(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{15}{8}$,

$\therefore$ 抛物线向上平移了 5 个单位，

由题意得 $O'(0, \frac{15}{8})$,

$\because O'P = O'Q$,

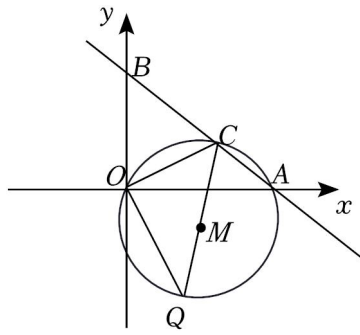
$\therefore Q$ 点的纵坐标为 $\frac{15}{8} + \frac{5}{2} = \frac{35}{8}$

故选 B .

【点评】本题主要考查二次函数的图象与几何变换，二次函数的图象和性质，二次函数图象上点的坐标特征，根据题意得到关于 x 的方程是解题的关键.

7. (5 分) 如图，已知点 $A(4,0)$ ， $B(0,3)$ ，直线 l 经过 A 、 B 两点，点 $C(x,y)$ 为直线 l 在第一象限的动点，作 $\triangle AOC$ 的外接圆 $\odot M$ ，延长 CM 交 $\odot M$ 于点 Q ，则 $\triangle OCQ$ 的面积最小值

为()



A. 4

B. 4.5

C. $\frac{24}{5}$

D. $\frac{96}{25}$

【分析】根据已知可得 $OA=4$ ， $OB=3$ ，从而在在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中，利用勾股定理求出 AB 的长，再根据直径所对的圆周角是直角可得 $\angle COQ=90^\circ$ ，然后利用同弧所对的圆周角相等可得 $\angle BAO=\angle CQO$ ，从而可得 $\frac{BO}{OA}=\frac{OC}{OQ}=\frac{3}{4}$ ，进而可得 $OQ=\frac{4}{3}OC$ ，最后根据垂线段最短可知，当 $OC\perp AB$ 时， OC 最小，从而可得 $\triangle OCQ$ 的面积最小，进行计算即可解答．

【解答】解： $\because$ 点 $A(4,0)$ ， $B(3,0)$ ，

$\therefore OA=4$ ， $OB=3$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中， $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$ ，

$\because CQ$ 是 $\odot M$ 的直径，

$\therefore \angle COQ=90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAO=\angle CQO$ ，

$\therefore \tan \angle BAO=\tan \angle CQO$ ，

$\therefore \frac{BO}{OA}=\frac{OC}{OQ}=\frac{3}{4}$ ，

$\therefore OQ=\frac{4}{3}OC$ ，

$\therefore \triangle OCQ$ 的面积 $=\frac{1}{2}OC\cdot OQ$

$=\frac{1}{2}OC\cdot \frac{4}{3}OC$

$=\frac{2}{3}OC^2$ ，

$\therefore$ 当 OC 最小时， $\triangle OCQ$ 的面积最小，

$\therefore$ 当 $OC\perp AB$ 时， OC 最小，

$\therefore \triangle AOB$ 的面积 $=\frac{1}{2}AB\cdot OC=\frac{1}{2}OB\cdot OA$ ，

$$\therefore AB \cdot OC = OB \cdot OA,$$

$$\therefore OC = \frac{OB \cdot OA}{AB} = \frac{12}{5},$$

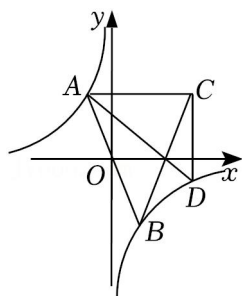
$$\therefore \triangle OCQ \text{ 的面积的最小值} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{12}{5}\right)^2$$

$$= \frac{96}{25},$$

故选：D.

【点评】 本题考查了解直角三角形，三角形的外接圆与外心，坐标与图形的性质，熟练掌握锐角三角函数的定义是解题的关键.

8. (5分) 如图，点A，B是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上两点，且A，B关于原点O中心对称， $\triangle ABC$ 是等腰三角形，底边AC//x轴，过点C作 $CD \perp x$ 轴交双曲线于点D，若 $S_{\triangle ACD} = 24$ ，则k的值是()



A. -7

B. -8

C. -9

D. -10

【分析】 过点B作 $BH \perp AC$ 于点H，记AC与y轴的交点为点E，则 $OE \parallel BH$ ，由 $\triangle ABC$ 是等腰三角形得到 $AH = CH$ ，由A、B关于点O中心对称得到点E是AH的中点，则 $AH = 2AE$ ，即有 $AC = 4AE$ ，设 $AE = a$ ，则 $CE = 3a$ ，得到点A、点C和点D的坐标，再由 $\triangle ACD$ 的面积求得k的值.

【解答】 解：如图，过点B作 $BH \perp AC$ 于点H，记AC与y轴的交点为点E，则 $OE \parallel BH$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形， $AC \parallel x$ 轴，
 $\therefore AH = CH$ ，
 $\therefore A、B$ 关于点O中心对称，
 $\therefore$ 点E是AH的中点，
 $\therefore AH = 2AE$ ，
 $\therefore AC = 4AE$ ，
 设 $AE = a$ ，则 $CE = 3a$ ， $AC = 4a$ ，

$$\therefore \text{点 } A(-a, -\frac{k}{a}), \text{ 点 } C(3a, -\frac{k}{a}), \text{ 点 } D(3a, \frac{k}{3a}),$$

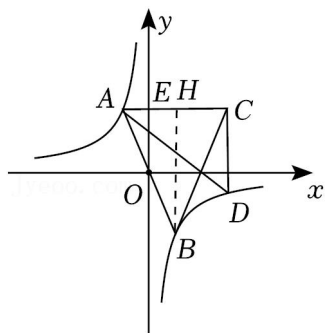
$$\therefore CD = -\frac{k}{a} - \frac{k}{3a} = -\frac{4k}{3a},$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot CD = 24,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot (-\frac{4k}{3a}) = 24,$$

解得： $k = -9$ ，

故选： C ．



【点评】 本题考查了等腰三角形的性质，中心对称性，反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是熟知等腰三角形的性质设出点 A 的坐标．

二、填空题（每小题 5 分，共 50 分）

9.（5 分）若 $\sqrt{a+b+5} + |2a-b+1| = 0$ ，则 $(b-a)^{2020}$ 的值为 1 ．

【分析】 利用非负数的性质列出方程组，求出方程组的解得到 a 与 b 的值，代入原式计算即可求出值．

【解答】 解： $\because \sqrt{a+b+5} + |2a-b+1| = 0$ ，

$$\therefore a+b+5=0, \quad 2a-b+1=0, \quad \text{即} \begin{cases} a+b=-5 \text{①} \\ 2a-b=-1 \text{②} \end{cases},$$

$$\text{①} + \text{②} \text{得： } 3a = -6,$$

$$\text{解得： } a = -2,$$

$$\text{把 } a = -2 \text{ 代入①得： } b = -3,$$

$$\text{则原式} = [-3 - (-2)]^{2020} = (-1)^{2020} = 1.$$

故答案为： 1．

【点评】 此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法．

10. (5分) 定义一种新运算 (a,b) , 若 $a^c = b$, 则 $(a,b) = c$, 例 $(2,8) = 3$, $(3,81) = 4$. 已知 $(4, 8) + (4, 7) = (4, x)$, 则 x 的值为 56.

【分析】根据题目中的新定义和 $(4, 8) + (4, 7) = (4, x)$, 可以求得 x 的值.

【解答】解: 设 $4^m = 8$, $4^n = 7$,

$$\therefore (4, 8) + (4, 7) = (4, x),$$

$$\therefore m + n = (4, x),$$

$$\therefore 4^{m+n} = x,$$

$$\therefore 4^m \times 4^n = x,$$

$$\therefore 8 \times 7 = x,$$

$$\therefore x = 56,$$

故答案为: 56.

【点评】本题考查有理数的混合运算、新定义, 解答本题的关键是明确题意, 会用新定义解答问题.

11. (5分) 小华统计了自己过去五个学期期末考试数学成绩, 分别为 87, 84, 90, 89, 95, 这组数据的方差为 13.2.

【分析】根据方差计算公式求解即可.

【解答】解: 平均数 $= \frac{1}{5}(84 + 87 + 89 + 90 + 95) = 89$,

$$\therefore S^2 = \frac{1}{5}[(89 - 84)^2 + (89 - 87)^2 + (89 - 89)^2 + (89 - 90)^2 + (89 - 95)^2] = 13.2,$$

故答案为: 13.2.

【点评】本题考查方差, 解题的关键是记住方差公式. $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$.

12. (5分) 对正整数 n , 记 $1 \times 2 \times \dots \times n = n!$ 若 $M = 1! \times 2! \times \dots \times 6!$, 则 M 的正因数中共有完全立方数为 10 个.

【分析】先把 M 分解成 $= 2^{12} \times 3^5 \times 5^2$ 的形式, 然后分别讨论 2^{12} , 3^5 , 5^2 , 含有的立方数约数, 最后求解.

【解答】解: $M = 1! \times 2! \times 3! \times 4! \times 5! \times 6! = 2^{12} \times 3^5 \times 5^2$,

$\therefore$ 一个完全立方数 n (n 属于 M) 应该具有的形式为 $n = 2^{3x} 3^{3y} 5^{3z}$ (x, y, z 均为自然数), 且

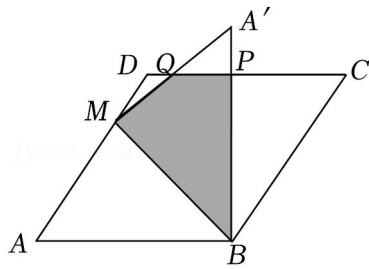
$$3x \leq 12, 3y \leq 5, 3z \leq 2,$$

故这样的 n 有 $5 \times 2 \times 1 = 10$ 个，

故答案为 10.

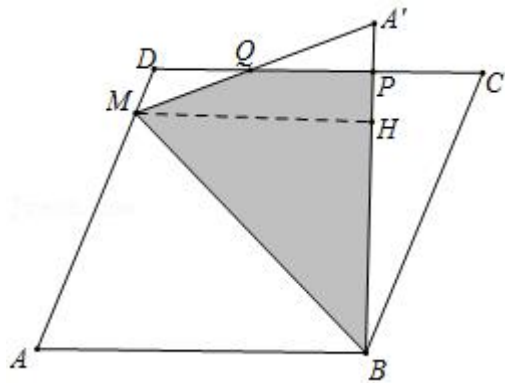
【点评】本题主要考查完全平方数的知识，解答此题的关键是把 M 分解成 $= 2^{12} \times 3^5 \times 5^2$ 的形式，难度较大.

13. (5 分) 如图，已知平行四边形 $ABCD$, $AB = 7$, $BC = 2\sqrt{10}$, $\tan \angle C = 3$, M 为 AD 上一点，将 $\triangle ABM$ 沿 BM 折叠，得到 $\triangle A'BM$, 且 $A'B \perp CD$ 交 CD 于点 P , $A'M$ 交 CD 于点 Q , 则图中阴影部分 (四边形 $BMQP$) 的面和为 $-\frac{135}{8}$.



【分析】过 M 作 $MH \perp A'B$ 于 H , 由 $A'B \perp CD$, $\tan \angle C = 3$, 设 $PC = x$, 则 $PB = 3x$, 得 $(3x)^2 + x^2 = (2\sqrt{10})^2$, 解得 $PB = 3x = 6$, 根据将 $\triangle ABM$ 沿 BM 折叠, 得到 $\triangle A'BM$, 可得 $A'P = A'B - PB = 1$, 又四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 可得 $\angle A = \angle C$, $CD \parallel AB$, 从而可得 $\triangle BHM$ 是等腰直角三角形, $\frac{PQ}{A'P} = 3 = \frac{MH}{A'H}$, 设 $A'H = y$, 则 $MH = BH = 3y$, 可得 $3y + y = 7$, 即得 $MH = 3y = \frac{21}{4}$, 故 $S_{\text{四边形}BMQP} = S_{\triangle A'MB} - S_{\triangle A'PQ} = \frac{135}{8}$.

【解答】解：过 M 作 $MH \perp A'B$ 于 H , 如图：



$\therefore A'B \perp CD$,

$\therefore \angle BPC = 90^\circ = \angle A'PQ$,

$\therefore \tan \angle C = 3$,

$$\therefore \frac{PB}{PC} = 3,$$

设 $PC = x$ ，则 $PB = 3x$ ，

$$\therefore PB^2 + PC^2 = BC^2,$$

$$\therefore (3x)^2 + x^2 = (2\sqrt{10})^2,$$

解得 $x = 2$ （负值已舍去），

$$\therefore PB = 3x = 6,$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABM$ 沿 BM 折叠，得到 $\triangle A'BM$ ，

$$\therefore A'B = AB = 7, \quad \angle ABM = \angle A'BM, \quad \angle A = \angle A',$$

$$\therefore A'P = A'B - PB = 1,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle A = \angle C, \quad CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle A' = \angle C, \quad \angle ABP = \angle BPC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A'BM = \angle ABM = \frac{1}{2} \angle ABP = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle BHM$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore \tan A' = \tan C = 3,$$

$$\therefore \frac{PQ}{A'P} = 3 = \frac{MH}{A'H},$$

$$\therefore PQ = 3A'P = 3, \quad MH = 3A'H,$$

设 $A'H = y$ ，则 $MH = BH = 3y$ ，

$$\therefore A'B = AB = 7,$$

$$\therefore BH + A'H = 7, \quad \text{即 } 3y + y = 7,$$

$$\therefore y = \frac{7}{4},$$

$$\therefore MH = 3y = \frac{21}{4},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}BMQP}$$

$$= S_{\triangle A'MB} - S_{\triangle A'PQ}$$

$$= \frac{1}{2} A'B \cdot MH - \frac{1}{2} A'P \cdot PQ$$

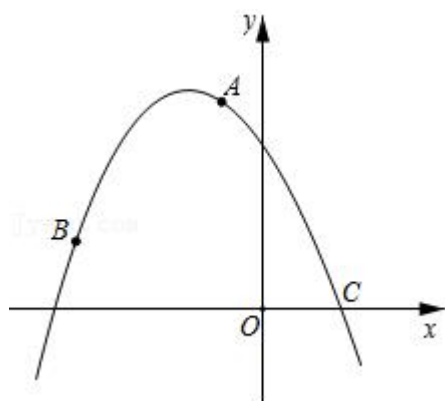
$$= \frac{1}{2} \times 7 \times \frac{21}{4} - \frac{1}{2} \times 1 \times 3$$

$$= \frac{135}{8},$$

故答案为: $\frac{135}{8}$.

【点评】 本题考查平行四边形中的翻折问题, 涉及锐角三角函数, 等腰直角三角形等知识, 解题的关键是掌握翻折的性质及作辅助线构造直角三角形.

14. (5 分) 如图, 已知抛物线 $y = a(x+3)(x-2)$ 过点 $A(-1, 6)$ 和点 $B(-2, m)$, 与 x 轴的正半轴交于点 C , 点 M 是抛物线上一点且 A, B 两点到直线 MC 的距离相等, 点 M 的横坐标为 $-\frac{11}{7}$ 或 -5 .



【分析】 利用待定系数法求解二次函数的解析式, 进而得 B, C 点坐标, 连接 AB , 设 AB 的中点为 T . 分两种情形: ①当直线 CM 经过 AB 的中点 T 时, 满足条件. ② $CM' \parallel AB$ 时, 满足条件. 根据方程组求出点 M 的坐标即可.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = a(x+3)(x-2)$ 过点 $A(-1, 6)$,

$$\therefore 6 = -6a,$$

$$\therefore a = -1,$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -(x+3)(x-2),$$

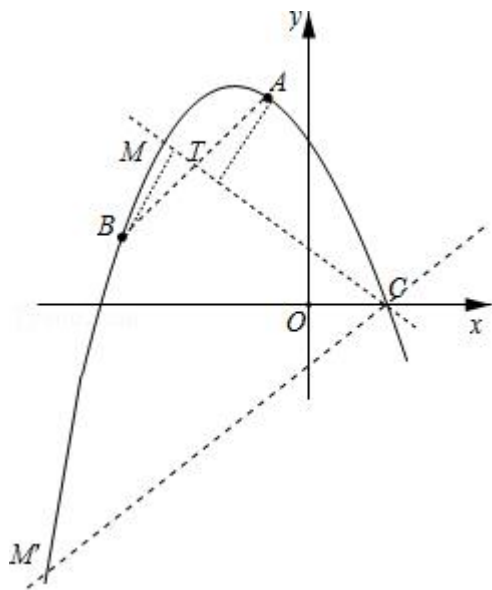
令 $y = 0$, 则 $-(x+3)(x-2) = 0$, 解得 $x = -3$ 或 2 ,

$$\therefore C(2, 0),$$

把 $B(-2, m)$ 代入 $y = -(x+3)(x-2)$, 得 $m = -(-2+3)(-2-2) = 4$,

$$\therefore B(-2, 4),$$

连接 AB , 设 AB 的中点为 T ,



①当直线 CM 经过 AB 的中点 T 时，满足条件．

$$\because A(-1,6), B(-2,4), TA=TB,$$

$$\therefore T(-1.5,5),$$

$$\because C(2,0),$$

$$\therefore \text{直线 } CT \text{ 的解析式为 } y = -\frac{10}{7}x + \frac{20}{7},$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = -\frac{10}{7}x + \frac{20}{7} \\ y = -(x+3)(x-2) \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{11}{7} \\ y = \frac{250}{49} \end{cases}$$

$$\therefore M(-\frac{11}{7}, \frac{250}{49});$$

② $CM' \parallel AB$ 时，满足条件，

$$\because \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = 2x + 8,$$

$$\therefore \text{直线 } CM' \text{ 的解析式为 } y = 2x - 4,$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -(x+3)(x-2) \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-5 \\ y=-14 \end{cases},$$

$$\therefore M'(-5, -14),$$

综上所述，满足条件的点 M 的横坐标为 $-\frac{11}{7}$ 或 -5 ．

【点评】 本题属于二次函数综合题，考查了二次函数的性质，一次函数的性质等知识，解题的关键是分情况讨论．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/767051063144006064>