

宁夏银川二十四中 2024 年高考数学倒计时模拟卷

注意事项：

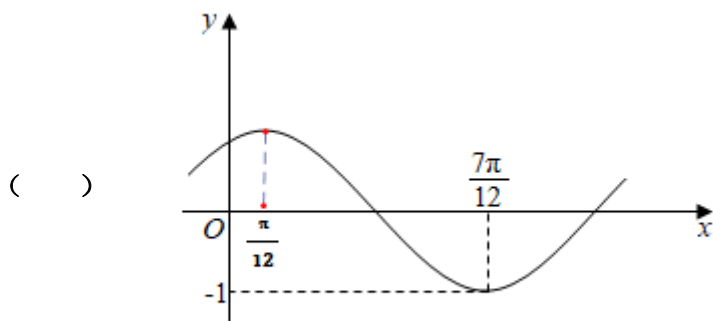
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. P 是正四面体 $ABCD$ 的面 ABC 内一动点， E 为棱 AD 中点，记 DP 与平面 BCE 成角为定值 θ ，若点 P 的轨迹为一段抛物线，则 $\tan \theta =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $2\sqrt{2}$

2. 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的图象如图所示，为了得到 $g(x) = \cos \omega x$ 的图象，可将 $f(x)$ 的图象



- A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位 D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

3. 设命题 $p: \exists n > 1, n^2 > 2^n$, 则 $\neg p$ 为 ()

- A. $\forall n > 1, n^2 > 2^n$ B. $\exists n \leq 1, n^2 \leq 2^n$
 C. $\forall n > 1, n^2 \leq 2^n$ D. $\exists n > 1, n^2 \leq 2^n$

4. 设 \vec{a}, \vec{b} 为非零向量，则“ $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ”是“ \vec{a} 与 \vec{b} 共线”的 ()

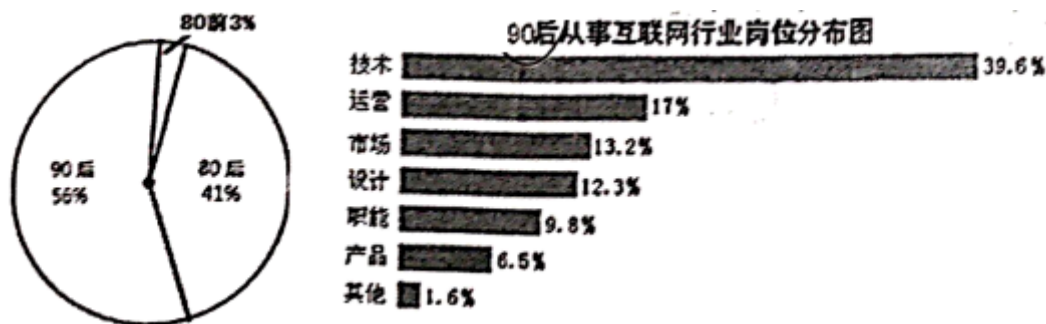
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x) & x \leq 0 \\ f(x-5) & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(2019) =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

6. 某调查机构对全国互联网行业进行调查统计, 得到整个互联网行业从业者年龄分布饼状图, 90 后从事互联网行业岗位分布条形图, 则下列结论中不正确的是 ()

注: 90 后指 1990 年及以后出生, 80 后指 1980-1989 年之间出生, 80 前指 1979 年及以前出生.



- A. 互联网行业从业人员中 90 后占一半以上
 B. 互联网行业中从事技术岗位的人数超过总人数的 20%
 C. 互联网行业中从事运营岗位的人数 90 后比 80 前多
 D. 互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多

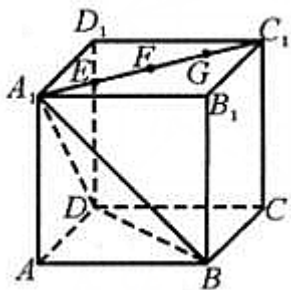
7. 已知 $x = 0$ 是函数 $f(x) = x(ax - \tan x)$ 的极大值点, 则 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, 1]$
 C. $[0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

8. “十二平均律” 是通用的音律体系, 明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例, 为这个理论的发展做出了重要贡献. 十二平均律将一个纯八度音程分成十二份, 依次得到十三个单音, 从第二个单音起, 每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$. 若第一个单音的频率为 f , 则第八个单音的频率为

- A. $\sqrt[3]{2}f$ B. $\sqrt[3]{2^2}f$
 C. $\sqrt[12]{2^5}f$ D. $\sqrt[12]{2^7}f$

9. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 E 、 F 、 G 分别是线段 A_1C_1 上的点, 且 $A_1E = EF = FG = GC_1$. 则下列直线与平面 A_1BD 平行的是 ()



- A. CE B. CF C. CG D. CC₁

10. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 给出下列四个命题: ①若 $m \parallel n, m \perp \beta$, 则 $n \perp \beta$; ②若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$; ③若 $m \perp \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \perp n$; ④若 $m \parallel \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$; 其中真命题的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. 从装有除颜色外完全相同的 3 个白球和 m 个黑球的布袋中随机摸取一球, 有放回的摸取 5 次, 设摸得白球数为 X , 已知 $E(X) = 3$, 则 $D(X) = ()$

- A. $\frac{8}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

12. 若 i 为虚数单位, 则复数 $z = -\sin \frac{2\pi}{3} + i \cos \frac{2\pi}{3}$ 的共轭复数 \bar{z} 在复平面内对应的点位于 ()

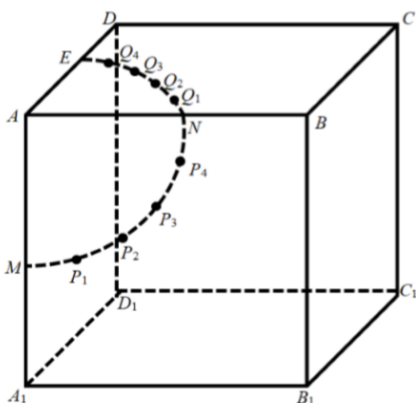
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_1 + a_2 = -2, a_2 + a_3 = 6$, 则 $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 4, x \in \mathbb{Z}\}, B = \{1, m\}$, 若 $A \cup B = A$, 且 $3 - m \in A$, 则实数 m 所有的可能取值构成的集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图, 棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M, N, E 分别为棱 AA_1, AB, AD 的中点, 以 A 为圆心, 1 为半径, 分别在面 ABB_1A_1 和面 $ABCD$ 内作弧 MN 和 NE , 并将两弧各五等分, 分点依次为 M, P_1, P_2, P_3, P_4, N 以及 N, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, E . 一只蚂蚁欲从点 P_1 出发, 沿正方体的表面爬行至 Q_4 , 则其爬行的最短距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$. 参考数据: $\cos 9^\circ = 0.9877; \cos 18^\circ = 0.9511; \cos 27^\circ = 0.8910$



16. 已知函数 $f(x) = \frac{(e^x - ax)(e^x - \ln x)}{\ln x - ax}$, 若在定义域内恒有 $f(x) < 0$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知 $x > 0, y > 0, z > 0, x^2 + y^2 + z^2 = 1$, 证明:

(1) $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (x + z)^2 \geq 4$;

(2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > 1 + 2\sqrt{xy} + 2\sqrt{xz} + 2\sqrt{yz}$.

18. (12 分) 某中学为研究学生的身体素质与体育锻炼时间的关系, 对该校 200 名高三学生平均每天体育锻炼时间进行调查, 如表: (平均每天锻炼的时间单位: 分钟)

平均每天锻炼的时间/分钟	[0,10)	[10,20)	[20,30)	[30,40)	[40,50)	[50,60)
总人数	20	36	44	50	40	10

将学生日均体育锻炼时间在 $[40, 60)$ 的学生评价为“锻炼达标”.

(1) 请根据上述表格中的统计数据填写下面 2×2 列联表:

	锻炼不达标	锻炼达标	合计
男			
女		20	110
合计			

并通过计算判断, 是否能在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为“锻炼达标”与性别有关?

(2) 在“锻炼达标”的学生中, 按男女用分层抽样方法抽出 10 人, 进行体育锻炼体会交流.

(i) 求这 10 人中, 男生、女生各有多少人?

(ii) 从参加体会交流的 10 人中, 随机选出 2 人发言, 记这 2 人中女生的人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

临界值表:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635

19. (12分) 唐诗是中国文学的瑰宝.为了研究计算机上唐诗分类工作中检索关键字的选取,某研究人员将唐诗分成7大类别,并从《全唐诗》48900多篇唐诗中随机抽取了500篇,统计了每个类别及各类别包含“花”、“山”、“帘”字的篇数,得到下表:

	爱情婚姻	咏史怀古	边塞战争	山水田园	交游送别	羁旅思乡	其他	总计
篇数	100	64	55	99	91	73	18	500
含“山”字的篇数	51	48	21	69	48	30	4	271
含“帘”字的篇数	21	2	0	0	7	3	5	38
含“花”字的篇数	60	6	14	17	32	28	3	160

(1) 根据上表判断,若从《全唐诗》含“山”字的唐诗中随机抽取一篇,则它属于哪个类别的可能性最大,属于哪个类别的可能性最小,并分别估计该唐诗属于这两个类别的概率;

(2) 已知检索关键字的选取规则为:

- ①若有超过95%的把握判断“某字”与“某类别”有关系,则“某字”为“某类别”的关键字;
- ②若“某字”被选为“某类别”关键字,则由其对应列联表得到的 K^2 的观测值越大,排名就越靠前;

设“山”“帘”“花”和“爱情婚姻”对应的 K^2 观测值分别为 k_1 , k_2 , k_3 .已知 $k_1 \approx 0.516$, $k_2 \approx 31.962$,请完成下面列联表,并从上述三个字中选出“爱情婚姻”类别的关键字并排名.

	属于“爱情婚姻”类	不属于“爱情婚姻”类	总计
含“花”字的篇数			
不含“花”的篇数			
总计			

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a+b+c+d$ 。

$P(K^2 \geq k)$	0.05	0.025	0.010
k	3.841	5.024	6.635

20. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln(2x+a)$ ($x > 0, a > 0$)，曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线在 y 轴上的截距为 $\ln 3 - \frac{2}{3}$ 。

(1) 求 a ；

(2) 讨论函数 $g(x) = f(x) - 2x$ ($x > 0$) 和 $h(x) = f(x) - \frac{2x}{2x+1}$ ($x > 0$) 的单调性；

(3) 设 $a_1 = \frac{2}{5}$, $a_{n+1} = f(a_n)$ ，求证： $\frac{5-2^{n+1}}{2^n} < \frac{1}{a_n} - 2 < 0$ ($n \geq 2$)。

21. (12分) 已知函数 $f(x) = |x-3| + |x-1|$ 。

(1) 若不等式 $f(x) \leq x+m$ 有解，求实数 m 的取值范围；

(2) 函数 $f(x)$ 的最小值为 n ，若正实数 a, b, c 满足 $a+b+c=n$ ，证明： $4ab+bc+ac \geq 8abc$ 。

22. (10分) 已知抛物线 $E: y^2 = 2px$ ($p > 0$)，焦点 F 到准线的距离为 3，抛物线 E 上的两个动点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ ，其中 $x_1 \neq x_2$ 且 $x_1+x_2=1$ 。线段 AB 的垂直平分线与 x 轴交于点 C 。

(1) 求抛物线 E 的方程；

(2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

设正四面体的棱长为 2，建立空间直角坐标系，求出各点的坐标，求出面 BCE 的法向量，设 P 的坐标，求出向量

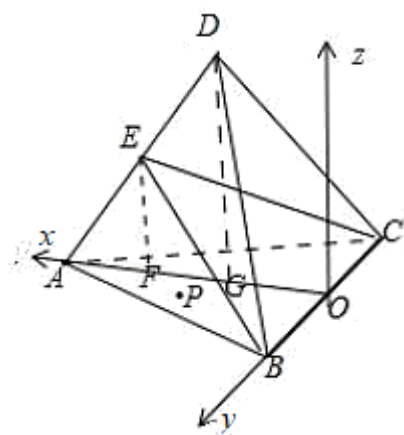
\vec{DP} , 求出线面所成角的正弦值, 再由角 θ 的范围 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 结合 θ 为定值, 得出 $\sin \theta$ 为定值, 且 P 的轨迹为一段抛物线, 所以求出坐标的关系, 进而求出正切值.

【详解】

由题意设四面体 $ABCD$ 的棱长为 2, 设 O 为 BC 的中点,

以 O 为坐标原点, 以 OA 为 x 轴, 以 OB 为 y 轴, 过 O 垂直于面 ABC 的直线为 z 轴, 建立如图所示的空间直角坐标系

$O-xyz$,



则可得 $OB = OC = 1$, $OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$, 取 OA 的三等分点 G 、 F 如图,

则 $OG = \frac{1}{3}OA = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $AG = OF = \frac{2}{3}OA = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $DG = \sqrt{AD^2 - AG^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$, $EF = \frac{1}{2}DG = \frac{\sqrt{6}}{3}$,

所以 $B(0,1,0)$ 、 $C(0,-1,0)$ 、 $A(\sqrt{3},0,0)$ 、 $D\left(\frac{\sqrt{3}}{3},0,\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$ 、 $E\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},0,\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$,

由题意设 $P(x,y,0)$, $\vec{DP} = \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}, y, -\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$,

$\triangle VABD$ 和 $\triangle VACD$ 都是等边三角形, E 为 AD 的中点, $\therefore BE \perp AD$, $CE \perp AD$,

$\because BE \cap CE = E$, $\therefore AD \perp$ 平面 BCE , $\therefore \vec{AD} = \left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0, \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$ 为平面 BCE 的一个法向量,

因为 DP 与平面 BCE 所成角为定值 θ , 则 $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$,

由题意可得

$$\sin \theta = \left| \cos \langle \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DP} \rangle \right| = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DP}|}{|\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{DP}|} = \frac{\left| -\frac{2\sqrt{3}}{3} \times \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) - \left(\frac{2\sqrt{6}}{3} \right)^2 \right|}{2 \times \sqrt{\left(x - \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 + y^2 + \left(-\frac{2\sqrt{6}}{3} \right)^2}}$$

$$= \frac{|x + \sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3}x - 1)^2 + 3y^2 + 8}} = \sqrt{\frac{(x + \sqrt{3})^2}{3x^2 + 3y^2 - 2\sqrt{3}x + 9}} = \sqrt{\frac{x^2 + 2\sqrt{3}x + 3}{3x^2 + 3y^2 - 2\sqrt{3}x + 9}},$$

因为 P 的轨迹为一段抛物线且 $\tan \theta$ 为定值, 则 $\sin \theta$ 也为定值,

$$\therefore \frac{2\sqrt{3}x}{3y^2 - 2\sqrt{3}x} = \frac{x^2}{3x^2} = \frac{3}{9}, \text{ 可得 } 3y^2 = 8\sqrt{3}x, \text{ 此时 } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 则 } \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}, \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故选: B.

【点睛】

考查线面所成的角的求法, 及正切值为定值时的情况, 属于中等题.

2、C

【解析】

根据正弦型函数的图象得到 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 结合图像变换知识得到答案.

【详解】

由图象知: $\frac{T}{2} = \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \pi, \therefore \omega = 2.$

又 $x = \frac{\pi}{12}$ 时函数值最大,

所以 $2 \times \frac{\pi}{12} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} + 2k\pi.$ 又 $\varphi \in (0, \pi),$

$\therefore \varphi = \frac{\pi}{3},$ 从而 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right), g(x) = \cos 2x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{3}\right],$

只需将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位即可得到 $g(x)$ 的图象,

故选 C.

【点睛】

已知函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + B (A > 0, \omega > 0)$ 的图象求解析式

(1) $|A| = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2}, B = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2}.$ (2) 由函数的周期 T 求 $\omega, T = \frac{2\pi}{\omega}.$

(3) 利用“五点法”中相对应的特殊点求 $\varphi,$ 一般用最高点或最低点求.

3、C

【解析】

根据命题的否定，可以写出 $\neg p$ ： $\forall n > 1, n^2 \leq 2^n$ ，所以选 C.

4、A

【解析】

根据向量共线的性质依次判断充分性和必要性得到答案.

【详解】

若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ，则 \vec{a} 与 \vec{b} 共线，且方向相同，充分性；

当 \vec{a} 与 \vec{b} 共线，方向相反时， $|\vec{a} + \vec{b}| \neq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ，故不必要.

故选：A.

【点睛】

本题考查了向量共线，充分不必要条件，意在考查学生的推断能力.

5、C

【解析】

推导出 $f(2019) = f(403 \times 5 + 4) = f(4) = f(-1) = \log_2 2$ ，由此能求出 $f(2019)$ 的值.

【详解】

\therefore 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x) & x \leq 0 \\ f(x-5) & x > 0 \end{cases}$,

$\therefore f(2019) = f(403 \times 5 + 4) = f(4) = f(-1) = \log_2 2 = 1$ ，故选 C.

【点睛】

本题主要考查函数值的求法，解题时要认真审题，注意函数性质的合理运用，属于中档题.

6、D

【解析】

根据两个图形的数据进行观察比较，即可判断各选项的真假.

【详解】

在 A 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图得到互联网行业从业人员中 90 后占 56%，所以是正确的；

在 B 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分布条形图得到：

$56\% \times 39.6\% = 22.176\% > 20\%$ ，互联网行业从业技术岗位的人数超过总人数的 20%，所以是正确的；

在 C 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分别条形图得到：

$13.7\% \times 39.6\% = 9.52\% > 3\%$ ，互联网行业从事运营岗位的人数 90 后比 80 后多，所以是正确的；

在 D 中，互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后所占比例为 $56\% \times 39.6\% = 22.176\% < 41\%$ ，所以不能判断互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多。

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了命题的真假判定，以及统计图表中饼状图和条形图的性质等基础知识的应用，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

7、B

【解析】

方法一：令 $g(x) = ax - \tan x$ ，则 $f(x) = x \cdot g(x)$ ， $g'(x) = a - \frac{1}{\cos^2 x}$ ，

当 $a \leq 1$ ， $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 时， $g'(x) \leq 0$ ， $g(x)$ 单调递减，

$\therefore x \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ 时， $g(x) > g(0) = 0$ ， $f(x) = x \cdot g(x) < 0$ ，且 $f'(x) = xg'(x) + g(x) > 0$ ，

$\therefore f'(x) > 0$ ，即 $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ 上单调递增，

$x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时， $g(x) < g(0) = 0$ ， $f(x) = x \cdot g(x) < 0$ ，且 $f'(x) = xg'(x) + g(x) < 0$ ，

$\therefore f'(x) < 0$ ，即 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减， $\therefore x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点， $\therefore a \leq 1$ 满足题意；

当 $a > 1$ 时，存在 $t \in (0, \frac{\pi}{2})$ 使得 $\cos t = \frac{1}{\sqrt{a}}$ ，即 $g'(t) = 0$ ，

又 $g'(x) = a - \frac{1}{\cos^2 x}$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减， $\therefore x \in (0, t)$ 时， $g(x) > g(0) = 0$ ，所以 $f(x) = x \cdot g(x) > 0$ ，

这与 $x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点矛盾。

综上， $a \leq 1$ 。故选 B.

方法二：依据极值的定义，要使 $x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点，须在 $x = 0$ 的左侧附近， $f(x) < 0$ ，即 $ax - \tan x > 0$ ；

在 $x = 0$ 的右侧附近， $f(x) < 0$ ，即 $ax - \tan x < 0$ 。易知， $a = 1$ 时， $y = ax$ 与 $y = \tan x$ 相切于原点，所以根据 $y = ax$ 与 $y = \tan x$ 的图象关系，可得 $a \leq 1$ ，故选 B.

8、D

【解析】

分析：根据等比数列的定义可知每一个单音的频率成等比数列，利用等比数列的相关性质可解。

详解：因为每一个单音与前一个单音频率比为 $\sqrt[3]{2}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/768035005045006076>