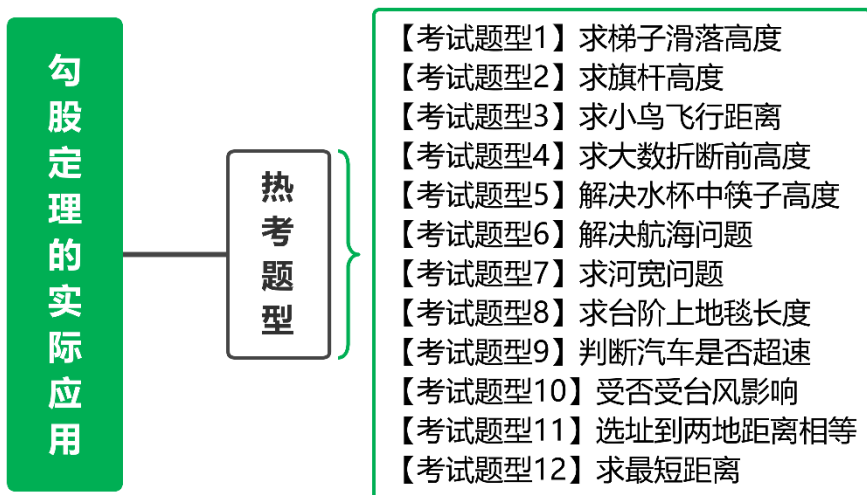


清单 08 勾股定理的实际应用

(12 种题型解读 (30 题))



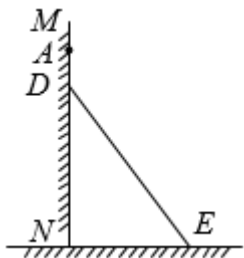
【知识导图】



【知识清单】

【考试题型 1】求梯子滑落高度

1. 如图, 某火车站内部墙面 MN 上有破损处 (看作点 A), 现维修师傅需借助梯子 DE 完成维修工作. 梯子的长度为 5m , 将其斜靠在这面墙上, 测得梯子底部 E 离墙角 N 处 3m , 维修师傅爬到梯子顶部使用仪器测量, 此时梯子顶部 D 距离墙面破损处 1m .



(1) 该火车站墙面破损处 A 距离地面有多高?

(2) 如果维修师傅要使梯子顶部到地面的距离为 4.8m . 那么梯子底部需要向墙角方向移动多少米?

【答案】(1) 该火车站墙面破损处 A 距离地面的高度为 5m

(2) 梯子底部需要向墙角方向移动 $\frac{8}{5}\text{m}$

【分析】(1) 利用勾股定理求出 DN 的长度，则 $AN = AD + DN$ ；

(2) 设 BC 是梯子移动后的位置，利用勾股定理求出 BN ，则 $BE = EN - BN$ 。

【详解】(1) 解：根据题意，得在 $Rt\triangle DEN$ 中， $DE = 5m$ ， $EN = 3m$ ，

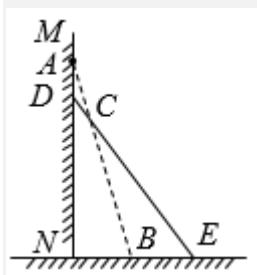
由勾股定理，得 $DN = \sqrt{DE^2 - EN^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(m)$ 。

$\therefore AD = 1m$ ，

$\therefore AN = AD + DN = 1 + 4 = 5(m)$ 。

答：该火车站墙面破损处 A 距离地面的高度为 $5m$ 。

(2) 解：如图，此时 BC 是梯子移动后的位置。



$\therefore$ 在 $Rt\triangle BCN$ 中， $BC = 5m$ ， $CN = 4.8m$ 。

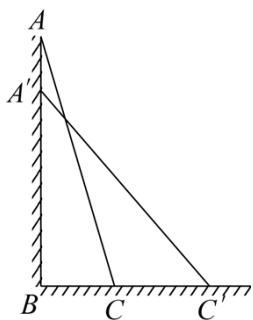
$\therefore$ 由勾股定理，得 $BN = \sqrt{BC^2 - CN^2} = \sqrt{5^2 - 4.8^2} = \frac{7}{5}(m)$ 。

$\therefore BE = EN - BN = 3 - \frac{7}{5} = \frac{8}{5}(m)$ 。

答：梯子底部需要向墙角方向移动 $\frac{8}{5}m$ 。

【点睛】本题考查勾股定理的应用，解题的关键是掌握勾股定理，即直角三角形两角直角边长平方的和等于斜边长的平方。

2. 一梯子 AC 长 $2.5m$ ，如图那样斜靠在一面墙上，梯子底端离墙 $0.7m$ 。



(1) 这架梯子的顶端离地面有多高？

(2) 设梯子顶端到水平地面的距离为 m ，底端到垂直墙面的距离为 n ，若 $\frac{m}{n} = a$ ，根据经验可知：当 $2.7 < a < 5.6$ 时，梯子最稳定，使用时最安全。若梯子的顶端下滑了 $0.4m$ ，请问这时使用是否安全。

【答案】(1) 这架梯子的顶端离地面 $2.4m$ ；

(2)此时使用不安全

【分析】(1) 利用勾股定理求解；

(2) 由勾股定理求出 BC' ，利用公式 $\frac{m}{n} = a$ 求出 a 进行判断即可.

【详解】(1) 解：由题意可知

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AC = 2.5$ ， $BC = 0.7$ ，

$\therefore$ 由勾股定理可得， $AB^2 = AC^2 - BC^2$ ，

即 $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{2.5^2 - 0.7^2}$ ，

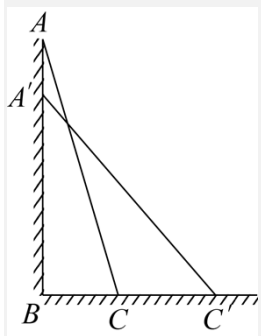
$\therefore AB = 2.4(\text{m})$ ，即这架梯子的顶端离地面 2.4m ；

(2) 解：如图所示， $AA' = 0.4$ ，则在 $\triangle A'BC'$ 中， $A'B = AB - AA' = 2.4 - 0.4 = 2$ ， $A'C' = 2.5$ ，

$\therefore$ 由勾股定理可得， $BC' = \sqrt{A'C'^2 - A'B^2} = \sqrt{2.5^2 - 2.0^2} = 1.5$ ，

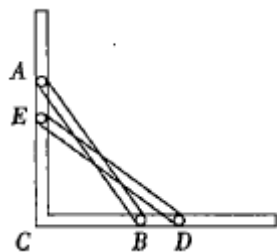
$\therefore$ 可得 $\frac{m}{n} = \frac{2}{1.5} = \frac{4}{3} < 2.7$ ，

$\therefore$ 此时使用不安全.



【点睛】此题考查了勾股定理的实际应用，正确掌握勾股定理的计算公式及正确理解题意是解题的关键.

3. 如图，滑杆在机械槽内运动， $\angle ACB$ 为直角，已知滑杆 AB 长 2.5 米，顶端 A 在 AC 上运动，滑杆下端 B 距 C 点的距离为 1.5 米，当端点 B 向右移动 0.5 米 (D 处) 时，求滑杆顶端 A 下滑多少米 (E 处) .



【答案】梯子下滑 0.5 米.

【分析】由题意可知滑杆 AB 与 AC 、 CB 正好构成直角三角形，同理 DE 与 CE 、 CD 正好构成直角三角形，故可用勾股定理进行计算.

【详解】解：设 AE 的长为 x 米，依题意得 $CE = AC - x$ ，

$$\because AB = DE = 2.5 \text{ 米}, BC = 1.5 \text{ 米}, \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 - BC^2 = 2.5^2 - 1.5^2 = 4,$$

$$\therefore AC = 2 \text{ 米},$$

$$\therefore BD = 0.5 \text{ 米},$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle ECD \text{ 中}, CE^2 = DE^2 - CD^2 = 2.5^2 - (CB + BD)^2 = 1.5^2,$$

$$\therefore 2 - x = 1.5, x = 0.5, \text{ 即 } AE = 0.5 \text{ 米},$$

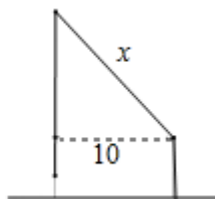
答：梯子下滑 0.5 米.

【点睛】本题考查正确运用勾股定理. 善于观察题目的信息是解题以及学好数学的关键.

【考试题型 2】求旗杆高度

4. 《算法统宗》是中国古代数学名著，作者是我国明代数学家程大位. 在《算法统宗》中有一道“荡秋千”的问题：“平地秋千未起，踏板一尺离地. 送行二步与人齐，五尺人高曾记. 仕女佳人争蹴，终朝笑语欢嬉. 良工高士素好奇，算出索长有几.”(注：1 步=5 尺)

译文：“有一架秋千，当它静止时，踏板离地 1 尺，将它往前推送 10 尺(水平距离)时，秋千的踏板就和人一样高，这个人的身高为 5 尺，秋千的绳索始终拉得很直，问绳索有多长.”



【答案】 $\frac{29}{2}$ 尺

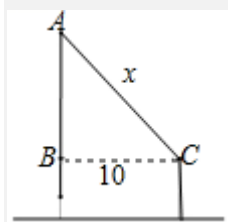
【分析】设秋千的绳索长为 x 尺，根据题意可得 $AB = (x-4)$ 尺，利用勾股定理可得 $x^2 = 10^2 + (x-4)^2$ ，解之即可.

【详解】解：设秋千的绳索长为 x 尺，根据题意可列方程为：

$$x^2 = 10^2 + (x-4)^2,$$

$$\text{解得：} x = \frac{29}{2},$$

$\therefore$ 秋千的绳索长为 $\frac{29}{2}$ 尺.



【点睛】此题主要考查了勾股定理的应用，关键是正确理解题意，表示出 AB 、 AC 的长，掌握直角三角形中两直角边的平方和等于斜边的平方。

5. 学过《勾股定理》后，某班兴趣小组来到操场上测量旗杆 AB 的高度，得到如下信息：

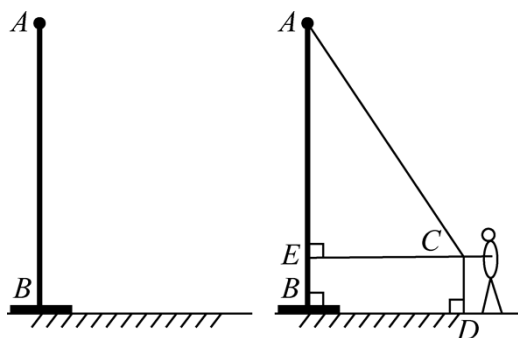


图1

图2

①测得从旗杆顶端垂直挂下来的升旗用的绳子比旗杆长 1 米（如图 1）；

②当将绳子拉直时，测得此时拉绳子的手到地面的距离 CD 为 1 米，到旗杆的距离 CE 为 6 米（如图 2）。

根据以上信息，求旗杆 AB 的高度。

【答案】9 米

【分析】设 $AB = x$ ，则 $AC = x + 1$ ， $AE = x - 1$ ，再根据勾股定理可列出关于 x 的等式，解出 x 即得出答案。

【详解】解：设 $AB = x$

依题意可知：在 $\text{Rt} \triangle ACE$ 中， $\angle AEC = 90^\circ$ ， $AC = x + 1$ ， $AE = x - 1$ ， $CE = 6$ ，

根据勾股定理得： $AC^2 = AE^2 + CE^2$ ，即： $(x + 1)^2 = (x - 1)^2 + 6^2$ ，

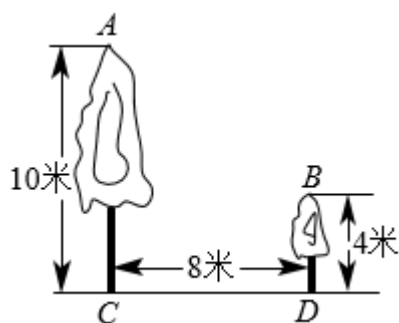
解得： $x = 9$

答：旗杆 AB 的高度是 9 米。

【点睛】本题考查勾股定理的实际应用。结合题意，利用勾股定理列出含未知数的等式是解题关键。

【考试题型 3】求小鸟飞行距离

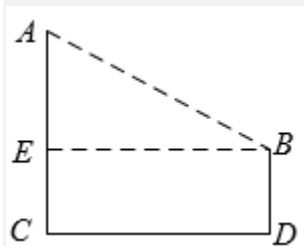
6. 如图，有两棵树，一棵树高 AC 是 10 米，另一棵树高 BD 是 4 米，两树相距 8 米（即 $CD = 8$ 米），一只小鸟从一棵树的树梢 A 点处飞到另一棵树的树梢 B 点处，则小鸟至少要飞行多少米？



【答案】小鸟至少飞行了 10 米

【分析】根据“两点之间线段最短”可知：小鸟沿着两棵树的树梢进行直线飞行，所行的路程最短，运用勾股定理可将两点之间的距离求出．

【详解】解：如图，大树高为 $AC=10$ 米，小树高为 $BD=4$ 米，



过点 B 作 $BE \perp AC$ 于 E ，则四边形 $EBDC$ 是矩形，连接 AB ，

$\therefore EC=BD=4$ （米）， $EB=CD=8$ （米），

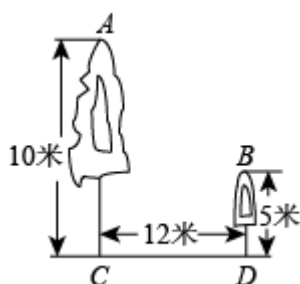
$\therefore AE=AC-EC=10-4=6$ （米），

在 $Rt \triangle AEB$ 中， $AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 10$ （米），

答：小鸟至少飞行了 10 米．

【点睛】本题考查勾股定理的应用，善于观察题目的信息是解题的关键．

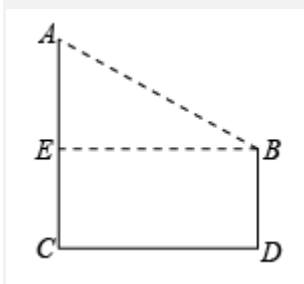
7. 如图，有两棵树，大树 AC 高为 10 米，小树 BD 高为 5 米，两树相距 12 米．若一只小鸟从一棵树的树梢 A 飞到另一棵树的树梢 B ，求小鸟飞行的最短路程．



【答案】小鸟飞行的最短路程为 13 米．

【分析】根据“两点之间线段最短”可知：小鸟沿着两棵树的顶端进行直线飞行，所行的路程最短，运用勾股定理可将两点之间的距离求出．

【详解】解：如图，过 B 点作 $BE \perp AC$ 于点 E ，则四边形 $EBDC$ 是长方形，连接 AB ．



$\therefore AC = 10$ 米， $BD = 5$ 米，

$\therefore EC = 5$ 米, $EB = 12$ 米, $AE = AC - EC = 10 - 5 = 5$ 米,

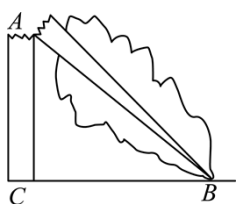
在Rt $\triangle AEB$ 中, $AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 13$ (米),

故小鸟飞行的最短路程为 13 米.

【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用, 解题的关键是将现实问题建立数学模型, 运用数学知识进行求解.

【考试题型 4】求大树折断前高度

8. 如图, 在一次地震中, 一棵垂直于地面且高度为 16 米的大树被折断, 树的顶部落在离树根 8 米处, 即 $BC = 8$, 求这棵树在离地面多高处被折断 (即求 AC 的长度)?



【答案】这棵树在离地面 6 米处被折断

【分析】设 $AC = x$, 利用勾股定理列方程求解即可.

【详解】解: 设 $AC = x$,

$\therefore$ 在Rt $\triangle ABC$ 中, $AC^2 + BC^2 = AB^2$,

$\therefore x^2 + 8^2 = (16 - x)^2$,

$\therefore x = 6$.

答: 这棵树在离地面 6 米处被折断

【点睛】本题考查了勾股定理, 熟练掌握勾股定理是解答本题的关键. 直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方. 当题目中出现直角三角形, 且该直角三角形的一边为待求量时, 常使用勾股定理进行求解. 有时也可以利用勾股定理列方程求解.

9. 我国古代的数学名著《九章算术》中记载“今有竹高一丈八, 末折抵地, 去本 6 尺. 问: 折者高几何?”

译文: 一根竹子, 原高一丈八, 虫伤有病, 一阵风将竹子折断, 其竹梢恰好着地, 着地处离原竹子根部 6 尺远. 问: 折处离地还有多高的竹子? (1 丈=10 尺)



【答案】8 尺

【分析】设原处还有 x 尺高的竹子，由题意得到折后竹子竖直高度+斜倒部分的长度=18尺，再运用勾股定理列方程即可求解.

【详解】解：设折处离地还有 x 尺高的竹子，

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC=x$ 尺，

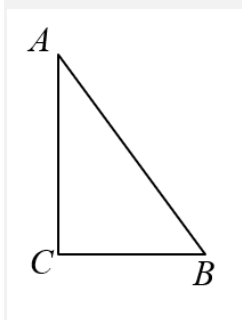
则 $AB=一丈八-AC=(18-x)$ 尺

由勾股定理得 $AC^2+BC^2=AB^2$ ，

所以 $x^2+6^2=(18-x)^2$ ，

解得： $x=8$.

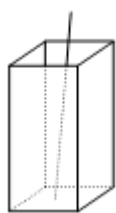
答：折处离地还有8尺高的竹子.



【点睛】此题考查勾股定理解决实际问题. 此题中的直角三角形只知道一直角边，另两边未知往往要列方程求解.

【考试题型 5】解决水杯中筷子高度

10. 如图，将一根 25cm 长的细木棒放入长、宽、高分别为 8cm、6cm 和 $10\sqrt{3}$ cm 的长方体无盖盒子中，求细木棒露在盒外面的最短长度是多少？



【答案】5cm

【分析】利用勾股定理求出盒子的对角线长即可.

【详解】盒子底面的对角线长为 $\sqrt{6^2+8^2}=10$ cm，

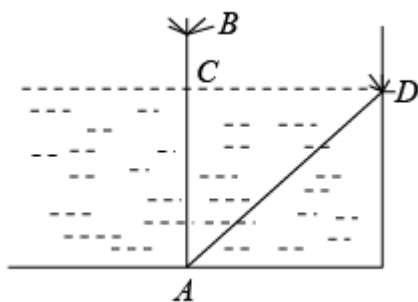
$\therefore$ 盒子的对角线长为 $\sqrt{10^2+(10\sqrt{3})^2}=20$ cm，

则细木棒露在盒外面的最短长度是 $25-20=5$ cm.

【点睛】本题考点：勾股定理的应用.

11. 如图，水池中离岸边 D 点 4 米的 C 处，直立长着一根芦苇，出水部分 BC 的长是 2 米，把芦苇拉到岸

边，它的顶端 B 恰好落到 D 点，则水池的深度 AC 为多少米.



【答案】水池的深度 AC 为 3 米.

【分析】首先设水池中水的深度 AC 为 x 米，则 $AB = AD = (x + 2)$ 米，然后再利用勾股定理可得方程 $x^2 + 4^2 = (x + 2)^2$ ，再解即可.

【详解】解：设水池中水的深度 AC 为 x 米，

则 $AB = AD = (x + 2)$ 米.

在 $\text{Rt} \triangle ACD$ 中，根据勾股定理，得 $AC^2 + CD^2 = AD^2$ ，

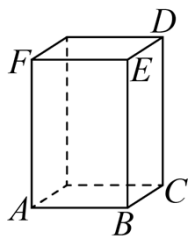
即 $x^2 + 4^2 = (x + 2)^2$.

解得 $x = 3$.

所以水池的深度 AC 为 3 米.

【点睛】此题主要考查了勾股定理的应用，在应用勾股定理解决实际问题时勾股定理与方程的结合是解决实际问题常用的方法.

12. 如图，一个无盖长方体小杯子放置在桌面上， $AB = BC = 6\text{cm}$ ， $CD = 16\text{cm}$;



(1)一只蚂蚁从 A 点出发，沿小杯子外表面爬到 D 点，求蚂蚁怎样走最短，最短路程是多少？

(2)为了怕杯子落入灰尘又方便使用，现在需要给杯子盖上盖子，并把一双筷子放进杯子里，请问，筷子的最大长度是多少？

【答案】(1)最短路程是 20cm

(2)筷子的最大长度是 $2\sqrt{82}\text{cm}$

【分析】(1) 利用勾股定理求解即可；

(2) 求得长方体盒子的体对角线即可求解。

【详解】(1) 解：如图 1 所示：

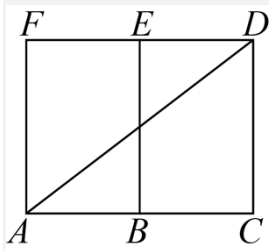


图 1

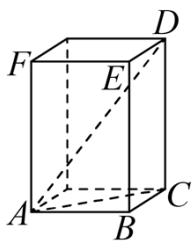
由题意得： $AB = BC = 6\text{cm}$ ， $CD = 16\text{cm}$ ，

$\therefore AC = AB + BC = 12\text{cm}$ ，

在 $\text{Rt} \triangle ACD$ 中，由勾股定理得 $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = 20\text{cm}$ ；

$\therefore$ 最短路程是 20cm ；

(2) 将筷子斜着放，



$\therefore AB = BC = 6\text{cm}$ ， $CD = 16\text{cm}$ ，

$\therefore AC = 6\sqrt{2}\text{cm}$

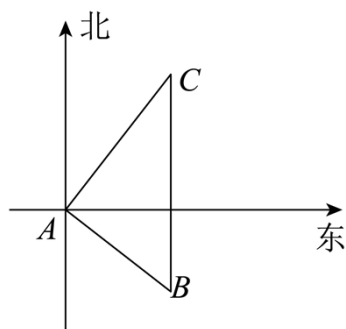
$\therefore AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = 2\sqrt{82}\text{cm}$ ，

即筷子的最大长度是 $2\sqrt{82}\text{cm}$ 。

【点睛】此题考查了勾股定理的应用，解题的关键是理解题意，灵活利用勾股定理进行求解。

【考试题型 6】解决航海问题

13. 如图，甲乙两船从港口 A 同时出发，甲船以 16 海里/时速度沿北偏东 40° 方向航行，乙船沿南偏东 50° 方向航行，3 小时后，甲船到达 C 岛，乙船到达 B 岛。若 C 、 B 两岛相距 60 海里，问：乙船的航速是多少？



【答案】乙船的航速是 12 海里/时。

【分析】根据甲船和乙船航行的角度，可知 $\angle CAB=90^\circ$ ，用勾股定理即可求出 AB 的长度，最后求出乙船的速度即可．

【详解】解： $\because$ 甲船沿北偏东 40° 方向航行，乙船沿南偏东 50° 方向航行，

$$\therefore \angle CAB=90^\circ,$$

在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle CAB=90^\circ$ ，

$$\therefore AC=16\times 3=48, BC=60,$$

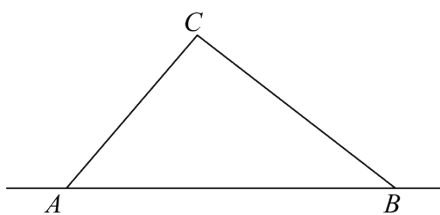
$$\therefore AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=36,$$

$$\therefore \text{乙船的航速是 } 36\div 3=12 \text{ 海里/时},$$

答：乙船的航速是 $36\div 3=12$ 海里/时．

【点睛】本题主要考查了勾股定理的实际应用，熟练掌握“在直角三角形中两直角边的平方和等于斜边大的平方”是解题的关键．

14. 台风是一种自然灾害，它以台风中心为圆心在周围上千米的范围内形成极端气候，有极强的破坏力，有一台风中心沿东西方向 AB 由点 A 行驶向点 B ，已知点 C 为一海港，且点 C 与直线 AB 上两点 A 、 B 的距离分别为300km和400km，又 $AB=500$ km，以台风中心为圆心周围250km以内为受影响区域．



(1) 海港 C 会受台风影响吗？为什么？

(2) 若台风的速度为20km/h，台风影响该海港持续的时间有多长？

【答案】(1) 会，理由见解析

(2) 7h

【分析】(1) 利用勾股定理的逆定理得出 $\triangle ABC$ 是直角三角形，进而利用三角形面积得出 CD 的长，从而判断出海港 C 是否受台风影响；

(2) 利用勾股定理得出 ED 以及 EF 的长，进而得出台风影响该海港持续的时间．

【详解】(1) 解：如图所示，过点 C 作 $CD\perp AB$ 于 D 点，

$$\therefore AC=300\text{km}, BC=400\text{km}, AB=500\text{km},$$

$$\therefore AC^2+BC^2=AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形，

$$\therefore \frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot CD,$$

$$\therefore 300 \times 400 = 500CD,$$

$$\therefore CD = 240\text{km},$$

$\therefore$ 以台风中心为圆心周围 250km 以内为受影响区域,

$\therefore$ 海港 C 会受到台风影响;

(2) 由 (1) 得 $CD=240\text{km}$,

如图所示, 当 $EC=FC=250\text{km}$ 时, 即台风经过 EF 段时, 正好影响到海港 C ,

此时 $\triangle ECF$ 为等腰三角形,

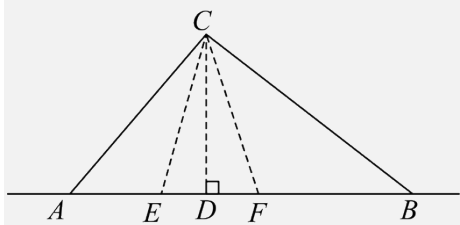
$$\therefore ED = \sqrt{EC^2 - CD^2} = 70\text{km},$$

$$\therefore EF=140\text{km},$$

$\therefore$ 台风的速度为 20km/h ,

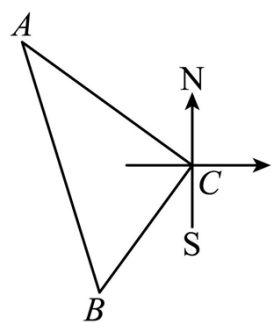
$$\therefore 140 \div 20 = 7\text{h},$$

$\therefore$ 台风影响该海港持续的时间有 7h.



【点睛】 本题考查的是勾股定理在实际生活中的运用, 解答此类题目的关键是构造出直角三角形, 再利用勾股定理解答.

15. 在海平面上有 A, B, C 三个标记点, 其中 A 在 C 的北偏西 54° 方向上, 与 C 的距离是 800 海里, B 在 C 的南偏西 36° 方向上, 与 C 的距离是 600 海里.



(1) 求点 A 与点 B 之间的距离;

(2) 若在点 C 处有一灯塔, 灯塔的信号有效覆盖半径为 500 海里, 每隔半小时会发射一次信号, 此时在点 B 处有一艘轮船准备沿直线向点 A 处航行, 轮船航行的速度为每小时 20 海里. 轮船在驶向 A 处的过程中, 最多能收到多少次信号? (信号传播的时间忽略不计).

【答案】 (1) $AB = 1000$ 海里

(2)最多能收到 14 次信号

【分析】(1) 由题意易得 $\angle ACB$ 是直角，由勾股定理即可求得点 A 与点 B 之间的距离；

(2) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 交 AB 于点 H ，在 AB 上取点 M, N ，使得 $CN=CM=500$ 海里，分别求得 NH 、 MH 的长，可求得此时轮船过 MN 时的时间，从而可求得最多能收到的信号次数；

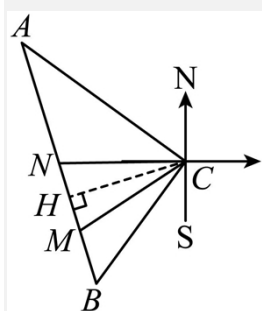
【详解】(1) 由题意，得： $\angle NCA=54^\circ$ ， $\angle SCB=36^\circ$ ；

$$\therefore \angle ACB=90^\circ;$$

$$\because AC=800, BC=600;$$

$$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=1000\text{海里};$$

(2) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 交 AB 于点 H ，在 AB 上取点 M, N ，使得 $CN=CM=500$ 海里。



$$\because CH \perp AB;$$

$$\therefore \angle CHB=90^\circ;$$

$$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC \cdot BC=\frac{1}{2}AB \cdot CH;$$

$$\therefore CH=480;$$

$$\because CN=CM=500;$$

$$\therefore NH=MH=\sqrt{CM^2-CH^2}=140;$$

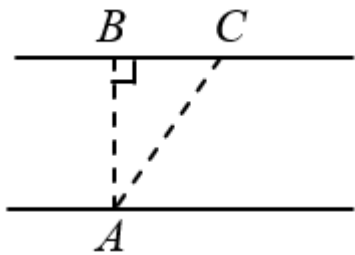
则信号次数为 $140 \times 2 \div 20=14$ (次)。

答：最多能收到 14 次信号。

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，直角三角形的判定等知识，涉及路程、速度、时间的关系，熟练掌握勾股定理是关键。

【考试题型 7】求河宽问题

16. 如图，某人从点 A 划船横渡一条河，由于水流的影响，实际上岸地点 C 离欲到达点 B 有 45m，已知他在水中实际划了 75m，求该河流的宽度 AB 。



【答案】60m

【分析】从实际问题中找出直角三角形，利用勾股定理进行计算即可得到该河流的宽度．

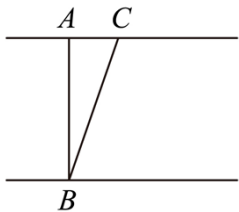
【详解】解：根据图中数据，由勾股定理可得：

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{75^2 - 45^2} = 60 \text{ (m)}.$$

∴该河流的宽度为 60 m.

【点睛】此题考查了勾股定理的应用，关键是从题中抽象出勾股定理这一数学模型，画出准确的示意图．

17. 如图，某渡船从点 B 处沿着与河岸垂直的路线 AB 横渡，由于受水流的影响，实际沿着 BC 航行，上岸地点 C 与欲到达地点 A 相距 70 米，结果发现 BC 比河宽 AB 多 10 米．



(1) 求该河的宽度 AB ；（两岸可近似看作平行）

(2) 设实际航行时，速度为每秒 5 米，从 C 回到 A 时，速度为每秒 4 米，求航行总时间．

【答案】(1) $AB = 240$ 米

(2) 航行总时间为 67.5 秒

【分析】(1) 根据题意可知 $\triangle ABC$ 为直角三角形，根据勾股定理就可求出直角边 AB 的距离．

(2) 根据时间 = 路程 ÷ 速度，求出行驶的时间即可．

【详解】(1) 解：设 $AB = x$ 米，则 $BC = (x + 10)$ 米，

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中，根据勾股定理得：

$$x^2 + 70^2 = (x + 10)^2,$$

解得： $x = 240$ ，

答：河宽 240 米．

(2) 解： $(240 + 10) \div 5 = 50$ (秒)，

$$70 \div 4 = 17.5 \text{ (秒)},$$

$$50 + 17.5 = 67.5 \text{ (秒)},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/768101041014006115>