

江苏省泰兴市洋思中学 2023-2024 学年高考冲刺押题（最后一卷）数学试卷

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 抛物线 $x^2 = 3ay$ 的准线方程是 $y = 1$ ，则实数 $a =$ ()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

2. 抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，点 $A(6, y_0)$ 是 C 上一点， $|AF| = 2p$ ，则 $p =$ ()

- A. 8 B. 4 C. 2 D. 1

3. 设集合 $A = \{x | -2 < x < a\}$ ， $B = \{0, 2, 4\}$ ，若集合 $A \cap B$ 中有且仅有 2 个元素，则实数 a 的取值范围为

- A. $(0, 2)$ B. $(2, 4]$
C. $[4, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

4. 已知双曲线 C 的两条渐近线的夹角为 60° ，则双曲线 C 的方程不可能为 ()

- A. $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{5} = 1$ B. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{15} = 1$ C. $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{12} = 1$ D. $\frac{y^2}{21} - \frac{x^2}{7} = 1$

5. 《周易》是我国古代典籍，用“卦”描述了天地世间万象变化。如图是一个八卦图，包含乾、坤、震、巽、坎、离、艮、兑八卦（每一卦由三个爻组成，其中“”表示一个阳爻，“”表示一个阴爻）若从八卦中任取两卦，这两卦的六个爻中恰有两个阳爻的概率为 ()



- A. $\frac{3}{56}$ B. $\frac{3}{28}$ C. $\frac{3}{14}$ D. $\frac{1}{4}$

6. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_3 + a_1 = S_2$, $a_4 = 6$, 则 $S_5 =$ ()

- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

7. 若 $z = 1 - i + \frac{2}{i}$, 则 z 的虚部是

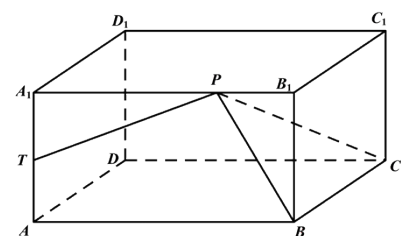
- A. 3 B. -3 C. 3i D. -3i

8. 若复数 z 满足 $(1+i)\bar{z} = 1+2i$, 则 $|z| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

9. 如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $2AB = 3AA_1 = 6$, $\vec{A_1P} = 2\vec{PB_1}$, 点 T 在棱 AA_1 上, 若 $TP \perp$ 平面 PBC . 则

$\vec{TP} \cdot \vec{B_1B} =$ ()



- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦点为 F_1, F_2 , 且 C 上点 P 满足 $\vec{PF_1} \cdot \vec{PF_2} = 0$, $|\vec{PF_1}| = 3$,

$|\vec{PF_2}| = 4$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 5

11. “ $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$ ”是“ $\alpha = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

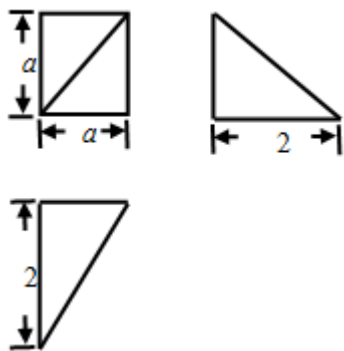
12. 已知数列 $\left\{\frac{1}{a_n} - 1\right\}$ 是公比为 $\frac{1}{3}$ 的等比数列, 且 $a_1 > 0$, 若数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则 a_1 的取值范围为 ()

- A. (1, 2) B. (0, 3) C. (0, 2) D. (0, 1)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知点 P 是抛物线 $x^2 = 4y$ 上动点, F 是抛物线的焦点, 点 A 的坐标为 $(0, -1)$, 则 $\frac{PF}{PA}$ 的最小值为_____.

14. 如图是一个几何体的三视图, 若它的体积是 $\frac{2}{3}$, 则 $a =$ _____, 该几何体的表面积为 _____.

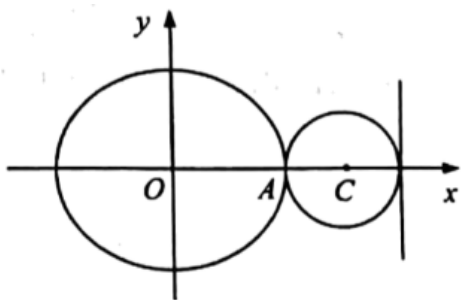


15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 4x - 1, & x \geq 0, \\ 2x^2 + bx + c, & x < 0 \end{cases}$ 是偶函数，直线 $y = t$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象自左向右依次交于四个不同点 A, B, C, D 。若 $AB = BC$ ，则实数 t 的值为_____。

16. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列， S_n 为其前 n 项和，若 $a_1 = 6$ ， $a_3 + a_5 = 0$ ，则 $S_6 =$ _____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

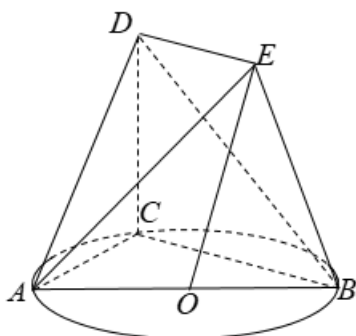
17. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $C: (x-3)^2 + y^2 = 1$ ，椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右顶点 A 在圆 C 上，右准线与圆 C 相切。



(1) 求椭圆 E 的方程；

(2) 设过点 A 的直线 l 与圆 C 相交于另一点 M ，与椭圆 E 相交于另一点 N 。当 $AN = \frac{12}{7} AM$ 时，求直线 l 的方程。

18. (12 分) 如图，点 C 是以 AB 为直径的圆 O 上异于 A, B 的一点，直角梯形 $BCDE$ 所在平面与圆 O 所在平面垂直，且 $DE \parallel BC, DC \perp BC$ ， $DE = \frac{1}{2} BC = 2, AC = CD = 3$ 。



(1) 证明: $EO \parallel$ 平面 ACD ;

(2) 求点 E 到平面 ABD 的距离.

19. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , $b \sin A = 3c \sin B$, $a = 3$, $\cos B = \frac{2}{3}$.

(I) 求 b 的值;

(II) 求 $\cos(2B - \frac{\pi}{6})$ 的值.

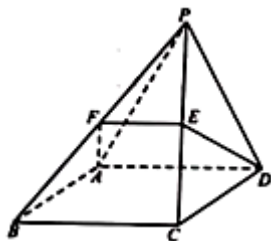
20. (12 分) 已知函数 $f(x) = x \ln x - 2 \ln x + 3x - 5$, $g(x) = \ln x + \frac{2x-a}{x} + \frac{a}{x^2}$.

(1) 求证: $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上有且仅有一个零点 x_0 , 且 $x_0 \in (\frac{3}{2}, \frac{7}{4})$;

(2) 若当 $x \geq 1$ 时, 不等式 $g(x) \geq 0$ 恒成立, 求证: $a < \frac{49}{4}$.

21. (12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB = \frac{\sqrt{3}}{2} AD$, $\triangle PAD$ 为正三角形, 且平面

$PAD \perp$ 平面 $ABCD$, E, F 分别为 PC, PB 的中点.



(1) 证明: 平面 $ADEF \perp$ 平面 PBC ;

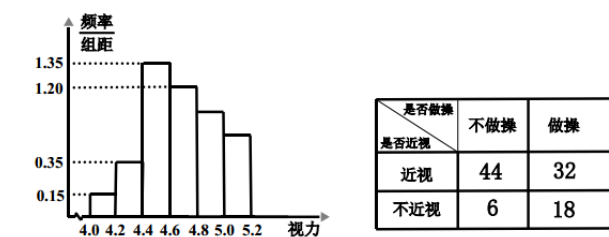
(2) 求二面角 $B-DE-C$ 的余弦值.

22. (10 分) 眼保健操是一种眼睛的保健体操, 主要是通过按摩眼部穴位, 调整眼及头部的血液循环, 调节肌肉, 改善眼的疲劳, 达到预防近视等眼部疾病的目的. 某学校为了调查推广眼保健操对改善学生视力的效果, 在应届高三年全体 800 名学生中随机抽取了 100 名学生进行视力检查, 并得到如图的频率分布直方图.

(1) 若直方图中后三组的频数成等差数列, 试估计全年级视力在 5.0 以上的人数;

(2) 为了研究学生的视力与眼保健操是否有关系, 对年级不做眼保健操和坚持做眼保健操的学生进行了调查, 得到下表中数据, 根据表中的数据, 能否在犯错的概率不超过 0.005 的前提下认为视力与眼保健操有关系?

(3) 在 (2) 中调查的 100 名学生中, 按照分层抽样在不近视的学生中抽取 8 人, 进一步调查他们良好的护眼习惯, 在这 8 人中任取 2 人, 记坚持做眼保健操的学生人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.



附:
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$K^2 \geq k$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据准线的方程写出抛物线的标准方程,再对照系数求解即可.

【详解】

因为准线方程为 $y = 1$, 所以抛物线方程为 $x^2 = -4y$, 所以 $3a = -4$, 即 $a = -\frac{4}{3}$.

故选: C

【点睛】

本题考查抛物线与准线的方程.属于基础题.

2、B

【解析】

根据抛物线定义得 $|AF| = 6 + \frac{p}{2}$, 即可解得结果.

【详解】

因为 $|AF| = 2p = 6 + \frac{p}{2}$, 所以 $p = 4$.

故选 B

【点睛】

本题考查抛物线定义，考查基本分析求解能力，属基础题.

3、B

【解析】

由题意知 $\{0,2\} \subseteq A$ 且 $4 \notin A$ ，结合数轴即可求得 a 的取值范围.

【详解】

由题意知， $A \cap B = \{0,2\}$ ，则 $\{0,2\} \subseteq A$ ，故 $a > 2$ ，

又 $4 \notin A$ ，则 $a \leq 4$ ，所以 $2 < a \leq 4$ ，

所以本题答案为 B.

【点睛】

本题主要考查了集合的关系及运算，以及借助数轴解决有关问题，其中确定 $A \cap B$ 中的元素是解题的关键，属于基础题.

4、C

【解析】

判断出已知条件中双曲线 C 的渐近线方程，求得四个选项中双曲线的渐近线方程，由此确定选项.

【详解】

两条渐近线的夹角转化为双曲渐近线与 x 轴的夹角时要分为两种情况. 依题意，双曲渐近线与 x 轴的夹角为 30° 或

60° ，双曲线 C 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 或 $y = \pm \sqrt{3}x$. A 选项渐近线为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，B 选项渐近线为 $y = \pm \sqrt{3}x$ ，C

选项渐近线为 $y = \pm \frac{1}{2}x$ ，D 选项渐近线为 $y = \pm \sqrt{3}x$. 所以双曲线 C 的方程不可能为 $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{12} = 1$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查双曲线的渐近线方程，属于基础题.

5、C

【解析】

分类讨论，仅有一个阳爻的有坎、艮、震三卦，从中取两卦；从仅有两个阳爻的有巽、离、兑三卦中取一个，再取没有阳爻的坤卦，计算满足条件的种数，利用古典概型即得解.

【详解】

由图可知，仅有一个阳爻的有坎、艮、震三卦，从中取两卦满足条件，其种数是 $C_3^2 = 3$ ；

仅有两个阳爻的有巽、离、兑三卦，没有阳爻的是坤卦，此时取两卦满足条件的种数是 $C_3^1 = 3$ ，于是所求的概率

$$P = \frac{3+3}{C_8^2} = \frac{3}{14}.$$

故选：C

【点睛】

本题考查了古典概型的应用，考查了学生综合分析，分类讨论，数学运算的能力，属于基础题.

6、C

【解析】

利用等差通项，设出 a_1 和 d ，然后，直接求解 S_5 即可

【详解】

令 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，则 $3a_1 + \frac{3 \times 2 \times d}{2} + a_1 = a_1 + a_1 + d$ ， $a_1 + 3d = 6$ ， $\therefore a_1 = -3$ ， $d = 3$ ， $\therefore$

$$S_5 = 5 \times (-3) + 10 \times 3 = 15.$$

【点睛】

本题考查等差数列的求和问题，属于基础题

7、B

【解析】

因为 $z = 1 - i - 2i = 1 - 3i$ ，所以 z 的虚部是 -3 . 故选 B.

8、C

【解析】

化简得到 $\bar{z} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ ， $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ ，再计算复数模得到答案.

【详解】

$$(1+i)\bar{z} = 1+2i, \text{ 故 } \bar{z} = \frac{1+2i}{1+i} = \frac{(1+2i)(1+i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-1+3i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i,$$

$$\text{故 } z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i, |z| = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查了复数的化简，共轭复数，复数模，意在考查学生的计算能力.

9、D

【解析】

根据线面垂直的性质，可知 $TP \perp PB$ ；结合 $\overrightarrow{A_1P} = 2\overrightarrow{PB_1}$ 即可证明 $\triangle PTA_1 \cong \triangle BPB_1$ ，进而求得 TA_1 。由线段关系及平面向量数量积定义即可求得 $\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{B_1B}$ 。

【详解】

长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $2AB = 3AA_1 = 6$ ，

点 T 在棱 AA_1 上，若 $TP \perp$ 平面 PBC 。

则 $TP \perp PB$ ， $\overrightarrow{A_1P} = 2\overrightarrow{PB_1}$

则 $\angle PTA_1 = \angle BPB_1$ ，所以 $\triangle PTA_1 \cong \triangle BPB_1$ ，

则 $TA_1 = PB_1 = 1$ ，

$$\begin{aligned} \text{所以 } \overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{B_1B} &= |\overrightarrow{TP}| \cdot |\overrightarrow{B_1B}| \cdot \cos \angle PTA_1 \\ &= \sqrt{2^2 + 1^2} \times 2 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2^2 + 1^2}} \right) = -2, \end{aligned}$$

故选：D。

【点睛】

本题考查了直线与平面垂直的性质应用，平面向量数量积的运算，属于基础题。

10、D

【解析】

根据双曲线定义可以直接求出 a ，利用勾股定理可以求出 c ，最后求出离心率。

【详解】

依题意得， $2a = |\overrightarrow{PF_2}| - |\overrightarrow{PF_1}| = 1$ ， $|\overrightarrow{F_1F_2}| = \sqrt{|\overrightarrow{PF_2}|^2 + |\overrightarrow{PF_1}|^2} = 5$ ，因此该双曲线的离心率

$$e = \frac{|\overrightarrow{F_1F_2}|}{|\overrightarrow{PF_2}| - |\overrightarrow{PF_1}|} = 5.$$

【点睛】

本题考查了双曲线定义及双曲线的离心率，考查了运算能力。

11、B

【解析】

先求出满足 $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$ 的 α 值，然后根据充分必要条件的定义判断。

【详解】

由 $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$ 得 $2\alpha = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ ，即 $\alpha = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ， $k \in Z$ ，因此“ $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$ ”是“ $\alpha = k\pi + \frac{\pi}{3}$ ， $k \in Z$ ”的必要不充分条件。

故选：B.

【点睛】

本题考查充分必要条件，掌握充分必要条件的定义是解题基础。解题时可根据条件与结论中参数的取值范围进行判断。

12、D

【解析】

先根据已知条件求解出 $\{a_n\}$ 的通项公式，然后根据 $\{a_n\}$ 的单调性以及 $a_1 > 0$ 得到 a_1 满足的不等关系，由此求解出 a_1 的取值范围。

【详解】

由已知得 $\frac{1}{a_n} - 1 = \left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ ，则 $a_n = \frac{1}{\left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 1}$ 。

因为 $a_1 > 0$ ，数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列，

所以 $a_{n+1} > a_n > 0$ ，则 $\frac{1}{\left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \left(\frac{1}{3}\right)^n + 1} > \frac{1}{\left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 1}$ ，

化简得 $0 < \left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \frac{1}{3} < \frac{1}{a_1} - 1$ ，所以 $0 < a_1 < 1$ 。

故选：D.

【点睛】

本题考查数列通项公式求解以及根据数列单调性求解参数范围，难度一般。已知数列单调性，可根据 a_n, a_{n+1} 之间的大小关系分析问题。

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/768127132006006063>