

专题 04 勾股定理



【考点导航】

目录

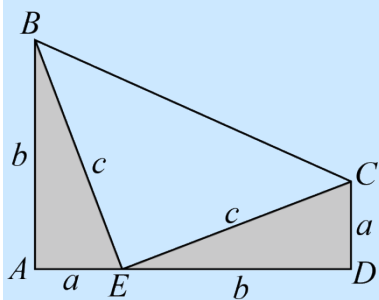
【典型例题】	1
【考点一 勾股定理的证明方法】	1
【考点二 勾股树(数)问题】	4
【考点三 勾股定理与无理数】	5
【考点四 用勾股定理解三角形】	6
【考点五 以直角三角形三边为边长的图形面积】	9
【考点六 利用勾股定理求两条线段平方和(差)】	10
【考点七 利用勾股定理证明线段平方关系】	12
【过关检测】	15



【典型例题】

【考点一 勾股定理的证明方法】

例题：(2022 秋·陕西西安·八年级统考期中) 如图，将两个全等的直角三角形按照如下的位置摆放，使点 A , E , D 在同一条直线上， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AE = CD = a$ ， $AB = ED = b$ ， $BE = CE = c$ 。



(1) 填空： $\angle BEC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ，根据三角形面积公式，可得 $S_{\triangle BEC}$ 的面积 = $\underline{\hspace{2cm}}$ ；根据割补法，由梯形的面积减去阴影部分的面积，可得 $S_{\triangle BEC}$ 的面积 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 求证： $a^2 + b^2 = c^2$ 。

【答案】 (1) 90° ， $\frac{1}{2}c^2$ ， $\frac{1}{2}c^2$

(2) 见解析

【分析】 (1) 根据全等三角形的判定和性质以及三角形的面积公式即可得到结论；

(2) 用两种不同的方法表示梯形 $ABCD$ 的面积，计算化简后，即可得出 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

【详解】(1) 解: $\because AE = CD = a$, $AB = ED = b$, $BE = CE = c$,

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DEC (\text{SSS}),$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DEC,$$

$$\because \angle ABE + \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB + \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BEC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} BE \cdot CE = \frac{1}{2} c^2,$$

由梯形的面积减去阴影部分的面积, 可得 $\triangle BEC$ 的面积

$$= \frac{1}{2} (a+b)(a+b) - 2 \times \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} (a^2 + 2ab + b^2) - ab = \frac{1}{2} (a^2 + b^2) + ab - ab = \frac{1}{2} c^2,$$

$$\text{故答案为: } 90^\circ, \frac{1}{2} c^2, \frac{1}{2} c^2;$$

(2) 证明: $\because \triangle ABE \cong \triangle DEC$,

$$\therefore \angle AEB = \angle DEC, \quad BE = EC = c,$$

$$\because \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE + \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB + \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle BEC$ 是等腰直角三角形,

$$\because S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle DEC} + S_{\triangle BEC},$$

$$\therefore \frac{(AB+CD) \cdot AD}{2} = \frac{AE \cdot AB}{2} + \frac{ED \cdot DC}{2} + \frac{BE \cdot EC}{2},$$

$$\text{即 } \frac{(a+b)(a+b)}{2} = \frac{ab}{2} + \frac{ba}{2} + \frac{c^2}{2},$$

$$\therefore \frac{a^2 + 2ab + b^2}{2} = \frac{c^2 + 2ab}{2},$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2.$$

【点睛】本题考查了梯形, 勾股定理的证明, 用两种不同的方法表示同一个图形的面积是解决问题的关键.

【变式训练】

1. (2022 秋·福建宁德·八年级统考期中) 我国古代数学家赵爽的“勾股圆方图”是由四个全等的直角三角形(如图 1)与中间的一个小正方形拼成一个大正方形(如图 2).

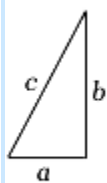


图1

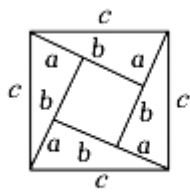


图2

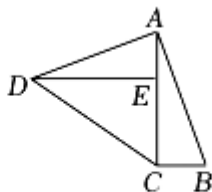


图3

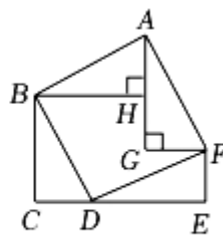


图4

(1)利用图2正方形面积的等量关系得出直角三角形勾股的定理，该定理的结论用字母表示：_____；

(2)用图1这样的两个直角三角形构造图3的图形，满足 $AE = BC = a$ ， $DE = AC = b$ ， $AD = AB = c$ ， $\angle AED = \angle ACB = 90^\circ$ ，求证（1）中的定理结论；

(3)如图，由四个全等的直角三角形拼成的图形，设 $CE = m$ ， $HG = n$ ，求正方形 $BDFE$ 的面积。（用 m ， n 表示）

【答案】 (1) $c^2 = a^2 + b^2$

(2)见解析

(3) $\frac{m^2 + n^2}{2}$

【分析】（1）由大正方形的面积的两种表示列出等式，可求解；

（2）由四边形 $ABCD$ 的面积两种计算方式列出等式，即可求解；

（3）分别求出 a ， b ，由勾股定理可求解。

【详解】（1）解：∵大正方形的面积 $= c^2$ ，大正方形的面积 $= 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b + (b-a)^2$ ，

$$\therefore c^2 = 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b + (b-a)^2,$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2,$$

故答案为： $c^2 = a^2 + b^2$ ；

（2）证明：如图：连接 BD ，

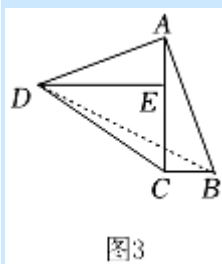


图3

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DAE,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle DAE + \angle ADE = 90^\circ = \angle DAE + \angle BAC,$$

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b-a), \quad S_{\text{四边形}ABCD} = 2 \times \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b(b-a),$$

$$\therefore \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b-a) = 2 \times \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b(b-a),$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2;$$

(3) 解：由题意可得： $CE = CD + DE$ ， $GH = AG - AH$ ，

$$\therefore m = a + b, \quad n = b - a,$$

$$\therefore a = \frac{m-n}{2}, \quad b = \frac{m+n}{2},$$

$$\therefore BD^2 = BC^2 + CD^2 = a^2 + b^2 = \frac{m^2 + n^2}{2},$$

$$\therefore \text{正方形 } BDF A \text{ 的面积为 } \frac{m^2 + n^2}{2}.$$

【点睛】本题考查了全等三角形的性质，正方形的性质，勾股定理等知识，灵活运用这些性质解决问题是解题的关键。

【考点二 勾股树(数)问题】

例题：(2022 秋·江苏泰州·八年级统考期中) 下列各组数中，是勾股数的是 ()

- A. 2, 3, 4 B. 4, 5, 6 C. 5, 12, 13 D. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$

【答案】C

【分析】欲判断是否为勾股数，必须根据勾股数是正整数，同时还需验证两小边的平方和是否等于最长边的平方。

【详解】解：A、 $2^2 + 3^2 \neq 4^2$ ，不能构成直角三角形，不合题意；

B、 $5^2 + 4^2 \neq 6^2$ ，不能构成直角三角形，不合题意；

C、 $5^2 + 12^2 = 13^2$ ，能构成直角三角形，符合题意；

D、三边长 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ 都不是正整数，不是勾股数，不合题意；

故选：C。

【点睛】此题主要考查了勾股数，关键是掌握勾股数的定义，及勾股定理的逆定理：已知 $\triangle ABC$ 的三边满足 $a^2 + b^2 = c^2$ ，则 $\triangle ABC$ 是直角三角形。

【变式训练】

1. (2022 秋·河南洛阳·八年级统考阶段练习) 我国是最早了解勾股定理的国家之一，它被记载于我国古代著名的数学著作《周髀算经》中。下列各组数中，是“勾股数”的是 ()

- A. 2,3,4 B. 4,5,6 C. 7,8,9 D. 6,8,10

【答案】D

【分析】根据“勾股数”的定义，逐项判断，即可求解。

【详解】解：A、 $2^2 + 3^2 \neq 4^2$ ，不是“勾股数”，故本选项不符合题意；

B、 $4^2+5^2 \neq 6^2$ ，不是“勾股数”，故本选项不符合题意；

C、 $7^2+8^2 \neq 9^2$ ，不是“勾股数”，故本选项不符合题意；

D、 $6^2+8^2=10^2$ ，是“勾股数”，故本选项符合题意；

故选：D

【点睛】此题主要考查了勾股数，关键是掌握勾股数的定义：若 a, b, c 满足 $a^2+b^2=c^2$ 的三个正整数，称为勾股数．

2.（2023 春·八年级单元测试）下列各组数是勾股数的是（ ）

A. $a=0.3$ ， $b=0.4$ ， $c=0.5$

B. $a=2$ ， $b=2$ ， $c=2\sqrt{2}$

C. $a=4$ ， $b=5$ ， $c=6$

D. $a=5$ ， $b=12$ ， $c=13$

【答案】D

【详解】解：A、0.3，0.4，0.5都不是正整数，故不是勾股数，不符合题意；

B、 $2\sqrt{2}$ 不是正整数，故不是勾股数，不符合题意；

C、 $5^2+4^2 \neq 6^2$ ，不能构成直角三角形，故不是勾股数，不符合题意；

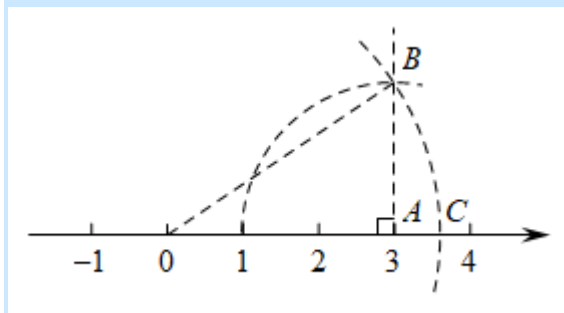
D、 $5^2+12^2=13^2$ ，能构成直角三角形，故是勾股数，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查勾股数的定义：满足 $a^2+b^2=c^2$ 且 a, b, c 为整数，则 a, b, c 为勾股数．

【考点三 勾股定理与无理数】

例题：（2023 秋·山东济宁·八年级校考期末）如图，数轴上点C所表示的数是_____



【答案】 $\sqrt{13}$

【分析】根据勾股定理，求得 OB ，即可求解．

【详解】解：由题意可得： $OA \perp AB$ ， $OA=3$ ， $AB=2$ ， $OC=OB$ ，

由勾股定理可得： $OC=OB=\sqrt{OA^2+AB^2}=\sqrt{13}$ ．

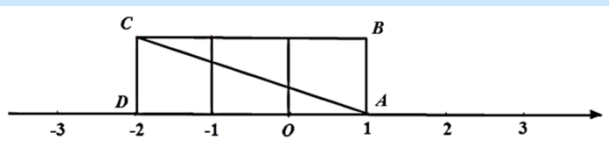
故答案为： $\sqrt{13}$

【点睛】此题考查了勾股定理以及实数与数轴，解题的关键是求得 OB ．

【变式训练】

1.（2022 秋·浙江金华·七年级统考期中）长方形 $ABCD$ 的边 AD 长为3， AB 长为1，点A

在数轴上对应的数是1，以点A为圆心，对角线AC长为半径画弧，交数轴于点E，则这个点E表示的实数是_____.



【答案】 $1+\sqrt{10}$ 或 $1-\sqrt{10}$,

【分析】直接利用勾股定理得出AC的长，进而得出点E表示的实数.

【详解】Q 四边形ABCD是长方形，

$\therefore AD=BC=3$, $CD=AB=1$, $\angle ADC=90^\circ$,

在RtVACD中，由勾股定理可得：

$$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$$

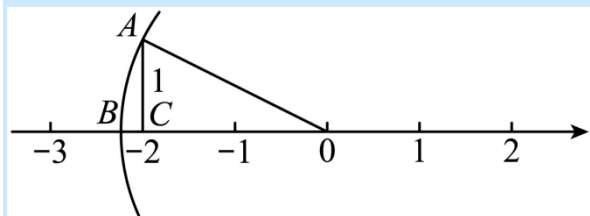
Q 点A在数轴上对应的数是1，

$\therefore$ 点E表示的实数是 $\sqrt{10}+1$ 或 $1-\sqrt{10}$,

故答案为： $1+\sqrt{10}$ 或 $1-\sqrt{10}$.

【点睛】本题考查了数轴与实数，涉及到勾股定理，解题的关键是勾股定理得出AC的长.

2. (2022 秋·山东枣庄·八年级统考期中) 小刚学了在数轴上表示无理数的方法后，进行了练习：首先画数轴，原点为O，在数轴上找到表示数-2的点C，然后过点C作 $AC \perp OC$ ，使 $AC=1$ ；再以O为圆心，OA的长为半径作弧，交数轴负半轴于点B，那么数轴上点B所表示的数是_____.



【答案】 $-\sqrt{5}$

【分析】根据勾股定理可计算出OA的长度，即点B在数轴负半轴表示的数.

【详解】解：在RtVOAC中， $OC=2$, $AC=1$,

$$\therefore OA=\sqrt{OC^2+AC^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$$

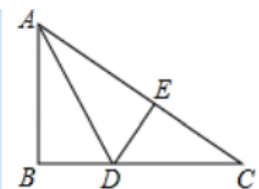
$\therefore$ 数轴上点B所表示的数是 $-\sqrt{5}$.

故答案为： $-\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查勾股定理的应用及数轴上点的坐标的表示，根据题意先计算OA的长度是解题的关键.

【考点四 用勾股定理解三角形】

例题：(2022 秋·山东济南·八年级校考期末) 如图，在Rt△ABC中， $\angle B=90^\circ$ ，AD平分 $\angle BAC$ ，DE垂直平分AC，若 $AB=\sqrt{3}$ ，则DE的值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【答案】C

【分析】先利用直角三角形的两个锐角互余可得 $\angle BAC + \angle C = 90^\circ$ ，再利用角平分线的定义可得 $\angle BAD = \angle DAE$ ，然后利用线段垂直平分线的性质可得 $DA = DC$ ，从而可得 $\angle DAE = \angle C$ ，进而可得 $\angle BAD = \angle DAE = \angle C$ ，最后可得 $\angle BAD = 30^\circ$ ，再在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，利用含 30° 度角的直角三角形的性质求出 BD 的长，从而利用角平分线的性质可得 $DB = DE$ ，即可解答.

【详解】解：∵ $\angle B = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC + \angle C = 90^\circ,$$

∵ AD 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore \angle BAD = \angle DAE,$$

∵ DE 垂直平分 AC ，

$$\therefore DA = DC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle C,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle DAE = \angle C,$$

∵ $\angle BAD + \angle DAE + \angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAD = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = 2BD,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $AB = \sqrt{3}$ ，

$$\therefore BD^2 + AB^2 = AD^2,$$

$$\therefore 3BD^2 = 3,$$

$$\therefore BD = 1,$$

∵ AD 平分 $\angle BAC$ ， $DB \perp BA$ ， $DE \perp AC$ ，

$$\therefore DB = DE = 1,$$

故选：C.

【点睛】本题考查了含 30° 度角的直角三角形的性质，线段垂直平分线的性质，熟练掌握含 30° 度角的直角三角形的性质，以及线段垂直平分线的性质是解题的关键.

【变式训练】

1. (2022 秋·江苏无锡·八年级校联考期中) 直角三角形的两直角边分别为 6cm 和 8cm ，则斜边上的高为 _____ cm .

【答案】4.8## $\frac{24}{5}$

【分析】根据勾股定理可求出斜边，然后由于同一三角形面积一定，可列方程直接解答。

【详解】解：Q 直角三角形的两条直角边分别为 6cm, 8cm，

∴ 斜边为 $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10(\text{cm})$ ，

设斜边上的高为 h ，

则直角三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10h$ ，

解得： $h = 4.8\text{cm}$ ，

这个直角三角形斜边上的高为 4.8cm。

故答案为：4.8。

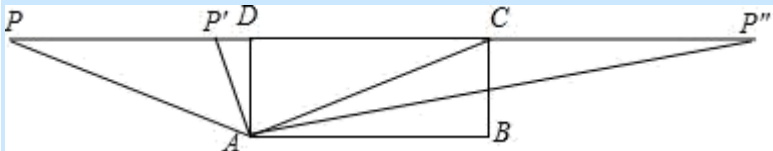
【点睛】本题考查了勾股定理的运用以及直角三角形的面积的求法，正确利用三角形面积得出其高的长是解题关键。

2. (2022 秋·辽宁沈阳·八年级统考阶段练习) 长方形 $ABCD$ 中，长 $AB = 12$ ，宽 $AD = 5$ ，点 P 为直线 CD 上一点，当 $\triangle ACP$ 为等腰三角形时， $AP = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】13 或 $\sqrt{26}$ 或 $5\sqrt{26}$

【分析】分三种情况画图，①当 $AP = AC$ 时，②当 $CP' = CA = 13$ 时，③当 $CP'' = CA = 13$ 时，利用勾股定理即可解决问题。

【详解】解：分三种情况画图，如图，



在长方形 $ABCD$ 中，

Q $AB = 12$ ， $BC = AD = 5$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

∴ $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 13$ ，

①当 $AP = AC$ 时，

$AP = 13$ ；

②当 $CP' = CA = 13$ 时，

Q $CD = 12$ ，

∴ $DP' = 1$ ，

∴ $AP' = \sqrt{AD^2 + DP'^2} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$ ；

③当 $CP'' = CA = 13$ 时，

Q $DP'' = DC + CP'' = 12 + 13 = 25$ ，

∴ $AP'' = \sqrt{DP''^2 + AD^2} = \sqrt{25^2 + 5^2} = 5\sqrt{26}$ 。

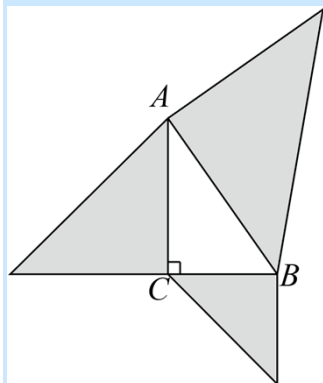
综上所述：当 $\triangle ACP$ 为等腰三角形时， $AP=13$ 或 $\sqrt{26}$ 或 $5\sqrt{26}$ 。

故答案为：13 或 $\sqrt{26}$ 或 $5\sqrt{26}$ 。

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，勾股定理，解决本题的关键是利用分类讨论思想。

【考点五 以直角三角形三边为边长的图形面积】

例题：（2022 秋·辽宁·八年级校考期末）如图，以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边为直角边分别向外作等腰直角三角形。若 $AB=\sqrt{7}$ ，则图中阴影部分的面积为_____。



【答案】7

【分析】先用直角三角形的边长表示出阴影部分的面积，再根据勾股定理可得 $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ，进而可将阴影部分的面积求出。

【详解】解： $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}AC^2 + \frac{1}{2}BC^2 + \frac{1}{2}AB^2 = \frac{1}{2}(AC^2 + BC^2 + AB^2)$ ，

$$\because AB^2 = AC^2 + BC^2 = 7,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 + BC^2 = 14,$$

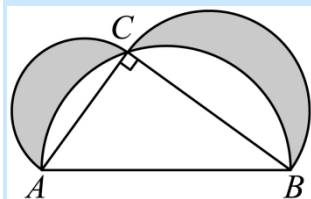
$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} \times 14 = 7,$$

故答案是：7。

【点睛】本题考查了勾股定理的知识，要求能够运用勾股定理证明三个等腰直角三角形的面积之间的关系。

【变式训练】

1. （2022 秋·河南郑州·八年级校考期末）如图，已知直角三角形 ABC 的周长为 24，且阴影部分的面积为 24，则斜边 AB 的长为_____。



【答案】10

【分析】根据阴影部分面积等于以 AC ， BC 为直径的半圆面积之和加上 $\triangle ABC$ 的面积减去以 AB 为直径的半圆面积进行求解即可。

【详解】解：∵直角三角形 ABC 的周长为 24，

$$\therefore AB + AC + BC = 24, \quad AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 - AB^2 = 0,$$

∴阴影部分的面积为 24，

$$\therefore \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}AC \cdot BC - \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 24,$$

$$\therefore \frac{1}{8}\pi(AC^2 + BC^2 - AB^2) + \frac{1}{2}AC \cdot BC = 24$$

$$\therefore AC \cdot BC = 48$$

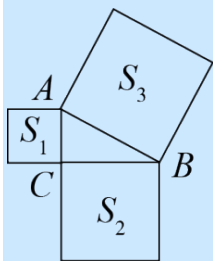
$$\therefore AC \cdot BC = \frac{(AC + BC)^2 - AC^2 - BC^2}{2} = \frac{(24 - AB)^2 - AB^2}{2} = 48,$$

$$\therefore AB = 10,$$

故答案为：10.

【点睛】本题主要考查了勾股定理，完全平方公式，熟知相关知识是解题的关键。

2. (2022 秋·吉林长春·八年级校考期末) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，以它的各边为边向外作三个正方形，面积分别为 S_1 ， S_2 ， S_3 ，已知 $S_1 = 6$ ， $S_3 = 14$ ，则 $S_2 =$ _____.



【答案】8

【分析】由勾股定理得出 $AC^2 + BC^2 = AB^2$ ，得出 $S_1 + S_2 = S_3$ ，得出 $S_2 = S_3 - S_1$ ，即可得出结果。

【详解】解：∵ $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\therefore S_1 + S_2 = S_3,$$

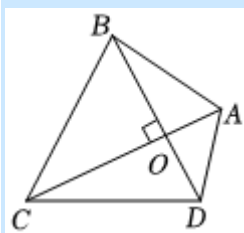
$$\therefore S_2 = S_3 - S_1 = 14 - 6 = 8;$$

故答案为：8.

【点睛】本题考查了勾股定理、正方形面积的计算；熟练掌握勾股定理，由勾股定理得出正方形的面积关系是解决问题的关键。

【考点六 利用勾股定理求两条线段平方和(差)】

例题 (2022 秋·陕西西安·八年级统考期中)如图,在四边形 $ABCD$ 中,对角线分别为 AC , BD , 且 $AC \perp BD$ 于点 O , 若 $AD=2$, $BC=6$, 则 $AB^2+CD^2=$ _____.



【答案】 40

【分析】 在 $Rt\triangle ABO$ 与 $Rt\triangle CDO$ 中, 由勾股定理可推出, $AB^2+CD^2=BO^2+CO^2+AO^2+DO^2$, 在 $Rt\triangle BOC$ 与 $Rt\triangle AOD$ 中, 由勾股定理得, $BC^2=BO^2+CO^2$, $AD^2=AO^2+DO^2$, 继而可得出结果.

【详解】 解: 在 $Rt\triangle ABO$ 与 $Rt\triangle CDO$ 中, 由勾股定理得,

$$AB^2 = BO^2 + AO^2, \quad CD^2 = CO^2 + DO^2,$$

$$\therefore AB^2 + CD^2 = BO^2 + CO^2 + AO^2 + DO^2,$$

在 $Rt\triangle BOC$ 与 $Rt\triangle AOD$ 中, 由勾股定理得,

$$BC^2 = BO^2 + CO^2, \quad AD^2 = AO^2 + DO^2,$$

$$\therefore AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2 = 6^2 + 2^2 = 40,$$

故答案为: 40.

【点睛】 本题考查了勾股定理, 熟练掌握勾股定理是解题的关键.

【变式训练】

1. (2022 秋·宁夏中卫·八年级校考期中)在 $Rt\triangle ABC$ 中, 斜边长 $BC=3$, $AB^2+AC^2+BC^2$ 的值为_____.

【答案】 18

【分析】 结合题意, 根据勾股定理的性质计算, 即可得到答案.

【详解】 $\because$ $Rt\triangle ABC$ 中, 斜边长 $BC=3$,

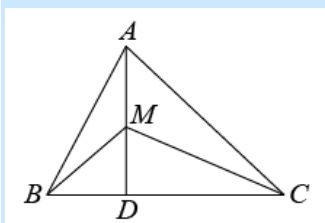
$$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2 = 9,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 + BC^2 = 9 + 9 = 18,$$

故答案为: 18.

【点睛】 本题考查了勾股定理的知识; 解题的关键是熟练掌握勾股定理的应用, 从而完成求解.

2. (2022 秋·八年级课时练习)如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=10$, $AC=13$, $AD \perp BC$, 垂足为 D , M 为 AD 上任一点, 则 $MC^2 - MB^2$ 等于_____.



【答案】 69

【分析】在 $Rt\triangle ABD$ 及 $Rt\triangle ADC$ 中可分别表示出 BD^2 及 CD^2 ，在 $Rt\triangle BDM$ 及 $Rt\triangle CDM$ 中分别将 BD^2 及 CD^2 的表示形式代入表示出 BM^2 和 MC^2 ，然后作差即可得出结果。

【详解】解：在 $Rt\triangle ABD$ 和 $Rt\triangle ADC$ 中，

$$BD^2 = AB^2 - AD^2,$$

$$CD^2 = AC^2 - AD^2,$$

在 $Rt\triangle BDM$ 和 $Rt\triangle CDM$ 中，

$$BM^2 = BD^2 + MD^2 = AB^2 - AD^2 + MD^2,$$

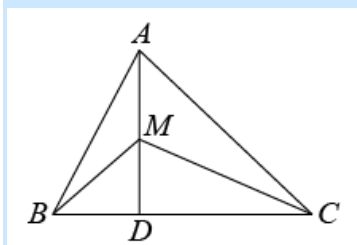
$$MC^2 = CD^2 + MD^2 = AC^2 - AD^2 + MD^2,$$

$$\therefore MC^2 - MB^2 = (AC^2 - AD^2 + MD^2) - (AB^2 - AD^2 + MD^2),$$

$$= 13^2 - 10^2,$$

$$= 69.$$

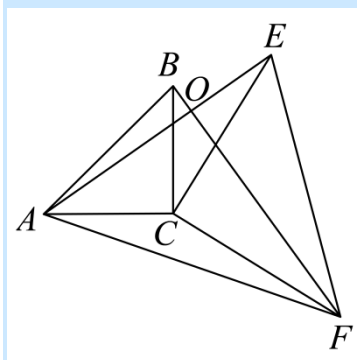
故答案为：69.



【点睛】此题考查了勾股定理的知识，解题的关键是熟练掌握勾股定理，分别两次运用勾股定理求出 MC^2 和 MB^2 。

【考点七 利用勾股定理证明线段平方关系】

例题：（2022 秋·八年级统考阶段练习）如图，已知 $\triangle ACB$ 和 $\triangle ECF$ 中， $\angle ACB = \angle ECF = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $CE = CF$ ，连接 AE 、 BF 交于点 O 。



(1) 求证： $\triangle ACE \cong \triangle BCF$ ；

(2) 求 $\angle AOB$ 的度数；

(3) 连接 BE ， AF ，求证 $BE^2 + AF^2 = 2(AC^2 + CE^2)$ 。

【答案】(1) 见解析

(2) 90°

(3) 见解析

【分析】(1) 根据 SAS 证明 $\triangle ACE \cong \triangle BCF$ 即可.

(2) 设 EC 交 BF 于点 K , 利用全等三角形的性质解决问题即可.

(3) 连接 BE , 利用勾股定理解决问题即可.

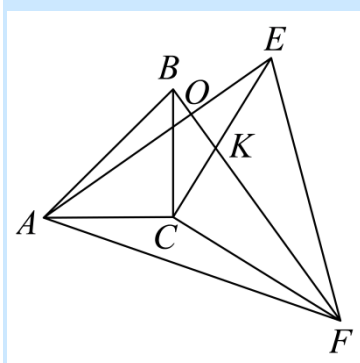
【详解】(1) 证明: $\because \angle ACB = \angle ECF = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACB + \angle BOE = \angle ECF + \angle BOE$, 即: $\angle ACE = \angle BCF$,

$\because CA = CB$, $CE = CF$,

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCF$ (SAS).

(2) 解: 设 EC 交 BF 于点 K .



$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCF$,

$\therefore \angle OEK = \angle KFC$,

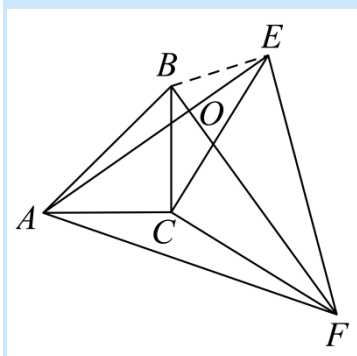
$\because \angle CFK + \angle CKF = 90^\circ$, $\angle CKF = \angle OKE$,

$\therefore \angle OEK + \angle OKE = 90^\circ$,

$\therefore \angle EOK = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$.

(3) 证明: 连接 BE .



$\because \angle BOE = \angle AOF = 90^\circ$,

$\therefore BE^2 = OB^2 + OE^2$, $AF^2 = OA^2 + OF^2$,

$\because 2(AC^2 + EC^2) = AB^2 + EF^2$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/768127140064006127>