

新疆兵团二师华山中学 2024 年高三教学质量统测数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

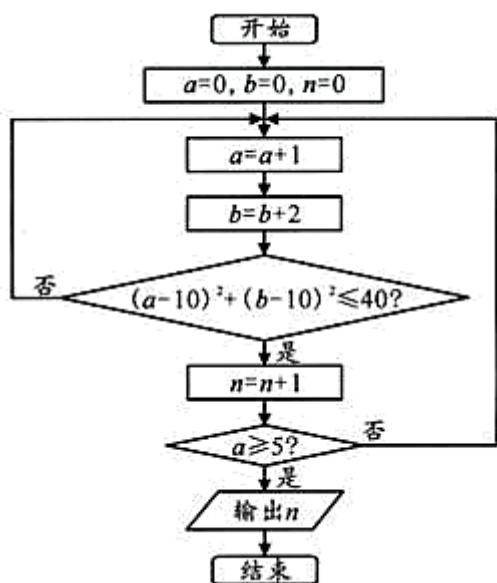
1. 已知直线 $l_1: x = my$ ($m \neq 0$) 与抛物线 $C: y^2 = 4x$ 交于 O (坐标原点), A 两点, 直线 $l_2: x = my + m$ 与抛物线 C 交于 B, D 两点. 若 $|BD| = 3|OA|$, 则实数 m 的值为 ()
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{8}$
2. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点 F 作双曲线 C 的一条弦 AB , 且 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \mathbf{0}$, 若以 AB 为直径的圆经过双曲线 C 的左顶点, 则双曲线 C 的离心率为 ()
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$
3. “ $\tan \theta = 2$ ”是“ $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$ ”的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
4. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F, G 分别是棱 AD, CC_1, C_1D_1 的中点, 给出下列四个命题:
① $EF \perp B_1C$;
② 直线 FG 与直线 A_1D 所成角为 60° ;
③ 过 E, F, G 三点的平面截该正方体所得的截面为六边形;
④ 三棱锥 $B - EFG$ 的体积为 $\frac{5}{6}$.
其中, 正确命题的个数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $C = \frac{\pi}{3}$, 若 $\vec{m} = (c - \sqrt{6}, a - b)$, $\vec{n} = (a - b, c + \sqrt{6})$, 且 $\vec{m} \perp \vec{n}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
A. 3 B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $3\sqrt{3}$
6. 已知七人排成一排拍照, 其中甲、乙、丙三人两两不相邻, 甲、丁两人必须相邻, 则满足要求的排队方法数为 () .

- A. 432 B. 576 C. 696 D. 960

7. 用电脑每次可以从区间 $(0,3)$ 内自动生成一个实数,且每次生成每个实数都是等可能性的.若用该电脑连续生成 3 个实数,则这 3 个实数都小于 1 的概率为 ()

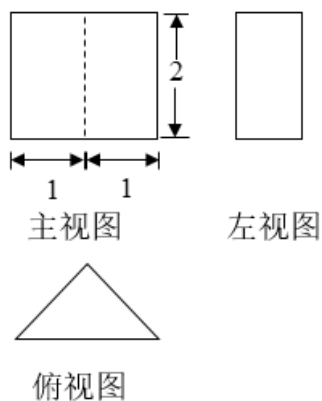
- A. $\frac{4}{27}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{27}$ D. $\frac{1}{9}$

8. 执行如图所示的程序框图,则输出的 n 的值为 ()



- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

9. 《九章算术》中将底面是直角三角形的直三棱柱称为“堑堵”.某“堑堵”的三视图如图,则它的外接球的表面积为 ()



- A. 4π B. 8π C. $6+4\sqrt{2}$ D. $\frac{8}{3}\pi$

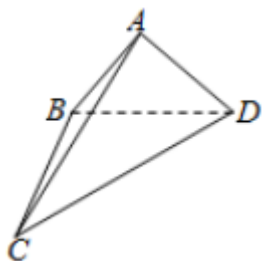
10. 已知函数 $f(x) = a(e^2x - 2\ln x)$ ($a > 0$), $D = \left[\frac{1}{e}, 1\right]$ 若所有点 $(s, f(t))$, $(s, t \in D)$ 所构成的平面区域面积为 $e^2 - 1$, 则 $a =$ ()

- A. e B. $\frac{1}{e-2}$ C. 1 D. $\frac{e}{e-2}$

11. “学习强国”学习平台是由中宣部主管，以深入学习宣传新时代中国特色社会主义思想为主要内容，立足全体党员、面向全社会的优质平台，现日益成为老百姓了解国家动态、紧跟时代脉搏的热门 APP。该款软件主要设有“阅读文章”、“视听学习”两个学习模块和“每日答题”、“每周答题”、“专项答题”、“挑战答题”四个答题模块。某人在学习过程中，“阅读文章”不能放首位，四个答题板块中有且仅有三个答题板块相邻的学习方法有（ ）

- A. 60 B. 192 C. 240 D. 432

12. 如图，四面体 $ABCD$ 中，面 ABD 和面 BCD 都是等腰直角三角形， $AB = \sqrt{2}$ ， $\angle BAD = \angle CBD = \frac{\pi}{2}$ ，且二面角 $A-BD-C$ 的大小为 $\frac{2\pi}{3}$ ，若四面体 $ABCD$ 的顶点都在球 O 上，则球 O 的表面积为（ ）



- A. $\frac{22\pi}{3}$ B. $\frac{28\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 过动点 M 作圆 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$ 的切线 MN ，其中 N 为切点，若 $|MN| = |MO|$ （ O 为坐标原点），则 $|MN|$ 的最小值是_____.

14. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_2 a_8 = 2 a_3 a_6$ ， $a_5 = -62$ ，则 a_1 的值是_____.

15. 在一次医疗救助活动中，需要从 A 医院某科室的 6 名男医生、4 名女医生中分别抽调 3 名男医生、2 名女医生，且男医生中唯一的主任医师必须参加，则不同的选派案共有_____种.(用数字作答)

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，向量 $\vec{a} = (4, -n)$ ， $\vec{b} = (S_n, n+3)$. 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则数列 $\{\frac{1}{na_n}\}$ 前 2020 项和为_____

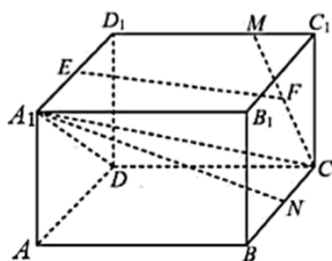
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 设函数 $f(x) = \sin(\frac{\omega x}{3} - \frac{\pi}{6}) - 2 \cos^2 \frac{\omega x}{6} + 1$ ($\omega > 0$)，直线 $y = \sqrt{3}$ 与函数 $f(x)$ 图象相邻两交点的距离为 2π .

(I) 求 ω 的值；

(II) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ，若点 $(\frac{B}{2}, 0)$ 是函数 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心，且 $b = 5$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

18. (12分) 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2BC=2AA_1=4$, E 为 A_1D_1 的中点, N 为 BC 的中点, M 为线段 C_1D_1 上一点, 且满足 $\overrightarrow{MC_1} = \frac{1}{4}\overrightarrow{D_1C_1}$, F 为 MC 的中点.



- (1) 求证: $EF \parallel$ 平面 A_1DC ;
- (2) 求二面角 $N-A_1C-F$ 的余弦值.
19. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足条件 $a_1=1$, $a_2=3$, 且 $a_{n+2} = (-1)^n(a_n - 1) + 2a_n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$.
- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 设 $b_n = \frac{a_{2n-1}}{a_{2n}}$, S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求证: $S_n \leq \frac{2^n - n}{2^n + 1}$.
20. (12分) 某景点上山共有 999 级台阶, 寓意长长久久. 甲上台阶时, 可以一步走一个台阶, 也可以一步走两个台阶, 若甲每步上一个台阶的概率为 $\frac{1}{3}$, 每步上两个台阶的概率为 $\frac{2}{3}$. 为了简便描述问题, 我们约定, 甲从 0 级台阶开始向上走, 一步走一个台阶记 1 分, 一步走两个台阶记 2 分, 记甲登上第 n 个台阶的概率为 P_n , 其中 $n \in \mathbb{N}^*$, 且 $n \leq 998$.
- (1) 若甲走 3 步时所得分数为 X , 求 X 的分布列和数学期望;
- (2) 证明: 数列 $\{P_{n+1} - P_n\}$ 是等比数列;
- (3) 求甲在登山过程中, 恰好登上第 99 级台阶的概率.
21. (12分) 设 $f(x) = xe^x - ax^2$, $g(x) = \ln x + x - x^2 + 1 - \frac{e}{a}$ ($a > 0$)
- (1) 求 $g(x)$ 的单调区间;
- (2) 设 $h(x) = f(x) - ag(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.
22. (10分) 贫困人口全面脱贫是全面建成小康社会的标志性指标. 党的十九届四中全会提出“坚决打赢脱贫攻坚战, 建立解决相对贫困的长效机制”对当前和下一个阶段的扶贫工作进行了前瞻性的部署, 即 2020 年要通过精准扶贫全面消除绝对贫困, 实现全面建成小康社会的奋斗目标. 为了响应党的号召, 某市对口某贫困乡镇开展扶贫工作. 对某种农产品加工生产销售进行指导, 经调查知, 在一个销售季度内, 每售出一吨该产品获利 5 万元, 未售出的商品, 每吨亏损 2 万元. 经统计 A , B 两市场以往 100 个销售周期该产品的市场需求量的频数分布如下表:

A 市场:

需求量(吨)	90	100	110
频数	20	50	30

B 市场:

需求量(吨)	90	100	110
频数	10	60	30

把市场需求量的频率视为需求量的概率, 设该厂在下个销售周期内生产 n 吨该产品, 在 A 、 B 两市场同时销售, 以 X (单位: 吨) 表示下一个销售周期两市场的需求量, Y (单位: 万元) 表示下一个销售周期两市场的销售总利润.

(1) 求 $X > 200$ 的概率;

(2) 以销售利润的期望为决策依据, 确定下个销售周期内生产量 $n = 190$ 吨还是 $n = 200$ 吨? 并说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

设 $B(x_1, y_1)$, $D(x_2, y_2)$, 联立直线与抛物线方程, 消去 x 、列出韦达定理, 再由直线 $x = my$ 与抛物线的交点求出 A 点坐标, 最后根据 $|BD| = 3|OA|$, 得到方程, 即可求出参数的值;

【详解】

解: 设 $B(x_1, y_1)$, $D(x_2, y_2)$, 由 $\begin{cases} x = my + m \\ y^2 = 4x \end{cases}$, 得 $y^2 - 4my - 4m = 0$,

$\therefore \Delta = 16m^2 + 16m > 0$, 解得 $m < -1$ 或 $m > 0$, $\therefore y_1 + y_2 = 4m$, $y_1 y_2 = -4m$.

又由 $\begin{cases} x = my \\ y^2 = 4x \end{cases}$, 得 $y^2 - 4my = 0$, $\therefore y = 0$ 或 $y = 4m$, $\therefore A(4m^2, 4m)$,

$\therefore |BD| = 3|OA|$,

$$\therefore (1+m^2)(y_1-y_2)^2 = 9(16m^4+16m^2),$$

$$\text{又} \because (y_1-y_2)^2 = (y_1+y_2)^2 - 4y_1y_2 = 16m^2 + 16m,$$

$$\therefore \text{代入解得 } m = \frac{1}{8}.$$

故选：D

【点睛】

本题考查直线与抛物线的综合应用，弦长公式的应用，属于中档题.

2、C

【解析】

由 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = 0$ 得 F 是弦 AB 的中点. 进而得 AB 垂直于 x 轴, 得 $\frac{b^2}{a} = a + c$, 再结合 a, b, c 关系求解即可

【详解】

因为 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = 0$, 所以 F 是弦 AB 的中点. 且 AB 垂直于 x 轴. 因为以 AB 为直径的圆经过双曲线 C 的左顶点, 所以

$$\frac{b^2}{a} = a + c, \text{ 即 } \frac{c^2 - a^2}{a} = a + c, \text{ 则 } c - a = a, \text{ 故 } e = \frac{c}{a} = 2.$$

故选：C

【点睛】

本题是对双曲线的渐近线以及离心率的综合考查, 是考查基本知识, 属于基础题.

3、A

【解析】

首先利用二倍角正切公式由 $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$, 求出 $\tan \theta$, 再根据充分条件、必要条件的定义判断即可;

【详解】

$$\text{解: } \because \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = -\frac{4}{3}, \therefore \text{可解得 } \tan \theta = 2 \text{ 或 } -\frac{1}{2},$$

$\therefore$ “ $\tan \theta = 2$ ”是“ $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$ ”的充分不必要条件.

故选：A

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断, 二倍角正切公式的应用是解决本题的关键, 属于基础题.

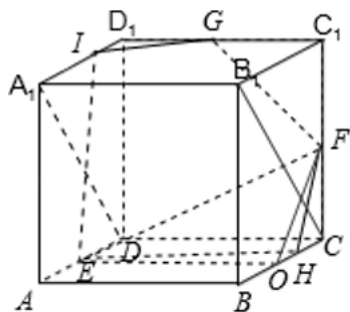
4、C

【解析】

画出几何体的图形, 然后转化判断四个命题的真假即可.

【详解】

如图：

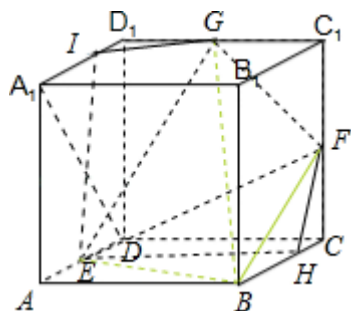


连接相关点的线段， O 为 BC 的中点，连接 EFO ，因为 F 是中点，可知 $B_1C \perp OF$ ， $EO \perp B_1C$ ，可知 $B_1C \perp$ 平面 EFO ，

即可证明 $B_1C \perp EF$ ，所以①正确；

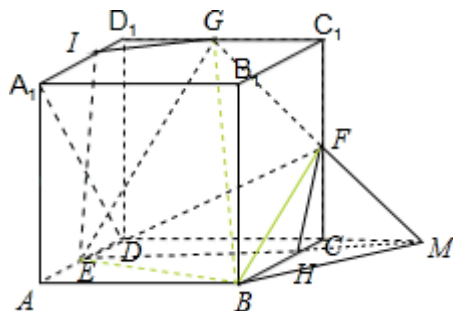
直线 FG 与直线 A_1D 所成角就是直线 A_1B 与直线 A_1D 所成角为 60° ；正确；

过 E ， F ， G 三点的平面截该正方体所得的截面为五边形；如图：



是五边形 $EHFGI$ 。所以③不正确；

如图：



三棱锥 $B-EFG$ 的体积为：

由条件易知 F 是 GM 中点，

所以 $V_{B-EFG} = V_{B-EFM} = V_{F-BEM}$ ，

$$\text{而 } S_{BEM} = S_{\text{梯形}ABMD} - S_{\triangle ABE} - S_{\triangle EDM} = \frac{2+3}{2} \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{5}{2},$$

$V_{F-EBM} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} \times 1 = \frac{5}{6}$. 所以三棱锥 $B-EFG$ 的体积为 $\frac{5}{6}$, ④正确;

故选: C.

【点睛】

本题考查命题的真假的判断与应用, 涉及空间几何体的体积, 直线与平面的位置关系的应用, 平面的基本性质, 是中档题.

5、C

【解析】

由 $\vec{m} \parallel \vec{n}$, 可得 $(a-b)^2 = (c-\sqrt{6})(c+\sqrt{6})$, 化简利用余弦定理可得 $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{1}{2}$, 解得 ab . 即可得出三角形面积.

【详解】

解: $\because \vec{m} = (c-\sqrt{6}, a-b)$, $\vec{n} = (a-b, c+\sqrt{6})$, 且 $\vec{m} \parallel \vec{n}$,

$\therefore (a-b)^2 = (c-\sqrt{6})(c+\sqrt{6})$, 化为: $a^2+b^2-c^2 = 2ab-6$.

$\therefore \cos \frac{\pi}{3} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{2ab-6}{2ab} = \frac{1}{2}$, 解得 $ab = 6$.

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查了向量共线定理、余弦定理、三角形面积计算公式, 考查了推理能力与计算能力, 属于中档题.

6、B

【解析】

先把没有要求的 3 人排好, 再分如下两种情况讨论 1.甲、丁两者一起, 与乙、丙都不相邻, 2.甲、丁一起与乙、丙二者之一相邻.

【详解】

首先将除甲、乙、丙、丁外的其余 3 人排好, 共有 A_3^3 种不同排列方式, 甲、丁排在一起共有 A_2^2 种不同方式;

若甲、丁一起与乙、丙都不相邻, 插入余下三人产生的空档中, 共有 A_4^3 种不同方式;

若甲、丁一起与乙、丙二者之一相邻, 插入余下三人产生的空档中, 共有 $C_2^1 A_4^2$ 种不同方式;

根据分类加法、分步乘法原理, 得满足要求的排队方法数为 $A_3^3 A_2^2 (A_4^3 + C_2^1 A_4^2) = 576$ 种.

故选: B.

【点睛】

本题考查排列组合的综合应用，在分类时，要注意不重不漏的原则，本题是一道中档题.

7、C

【解析】

由几何概型的概率计算，知每次生成一个实数小于1的概率为 $\frac{1}{3}$ ，结合独立事件发生的概率计算即可.

【详解】

∵每次生成一个实数小于1的概率为 $\frac{1}{3}$ ∴这3个实数都小于1的概率为 $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查独立事件同时发生的概率，考查学生基本的计算能力，是一道容易题.

8、B

【解析】

列出循环的每一步，进而可求得输出的 n 值.

【详解】

根据程序框图，执行循环前： $a=0$ ， $b=0$ ， $n=0$ ，

执行第一次循环时： $a=1$ ， $b=2$ ，所以： $9^2+8^2 \leq 40$ 不成立.

继续进行循环，...

当 $a=4$ ， $b=8$ 时， $6^2+2^2=40$ 成立， $n=1$ ，

由于 $a \geq 5$ 不成立，执行下一次循环，

$a=5$ ， $b=10$ ， $5^2+0^2 \leq 40$ 成立， $n=2$ ， $a \geq 5$ 成立，输出的 n 的值为2.

故选：B.

【点睛】

本题考查的知识要点：程序框图的循环结构和条件结构的应用，主要考查学生的运算能力和转换能力，属于基础题型.

9、B

【解析】

由三视图判断出原图，将几何体补形为长方体，由此计算出几何体外接球的直径，进而求得球的表面积.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/775011121332012003>