2021-2022 学年九年级数学下册尖子生同步培优题典【北师大版】

专题 1.6 三角函数的应用—方向角问题（重难点培优）

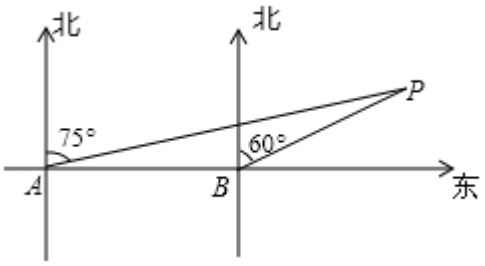
姓名：_____　　班级：_____　　得分：_____

注意事项：

本试卷满分 100 分，试题共 24 题，选择 10 道、填空 8 道、解答 6 道．答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、班级等信息填写在试卷规定的位置．

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

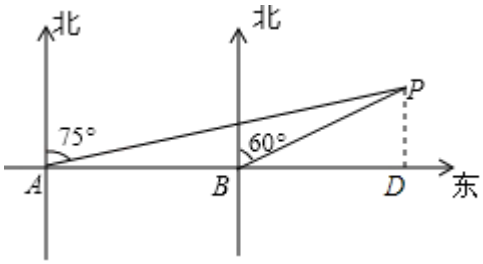
1．（2021•福建模拟）某轮船由西向东航行，在 A 处测得小岛 P 的方位是北偏东 $75°$，继续航行 7 海里后，在 B 处测得小岛 P 的方位是北偏东 $60°$，则此时轮船与小岛 P 的距离 BP 是（　　）



A．3.5 海里　　B．4 海里　　C．7 海里　　D．14 海里

【分析】先过 P 作 AB 的垂线 PD，在直角 ΔBPD 中可以求得 $\angle PAD$ 的度数是 $30°$，即可证明 ΔAPB 是等腰三角形，即可求解．

【解析】如图，过 P 作 $PD \perp AB$ 于点 D，



$\because \angle PBD = 90° - 60° = 30°$，

且 $\angle PBD = \angle PAB + \angle APB$，$\angle PAB = 90 - 75 = 15°$，

$\therefore \angle PAB = \angle APB$，

$\therefore BP = AB = 7$（海里）．

解法二：由题意，$\angle PAB = 90° - 75° = 15°$，$\angle ABP = 150°$，

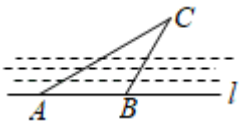
$\therefore \angle APB = 180° - 15° - 150° = 15°$，

$\therefore \angle PAB = \angle APB$，

$\therefore BP = AB = 7$（海里）.

故选：C.

2.（2021•广东模拟）如图，已知公路l上A，B两点之间的距离为$20m$，已知B在C的南偏西$30°$的方向上，A在C的南偏西$60°$方向上，则点C到公路l的距离为(　　)



A．$10m$　　B．$\frac{40\sqrt{3}}{3}m$　　C．$10\sqrt{3}m$　　D．$(10+10\sqrt{3})m$

【分析】作$CD \perp$直线l于点D，由已知证得$\angle ACB = \angle CAB = 30°$，$\angle CBD = 60°$，由等腰三角形的判定得到$AB = BC = 20m$，在RtΔBCD中，根据$CD = BC\sin\angle CBD$计算可求得$CD$.

【解析】如图，过点C作$CD \perp$直线l于点D，

$\therefore \angle ADC = 90°$，

$\because \angle BCD = 30°$，$\angle ACD = 60°$，$AB = 20m$，

$\therefore \angle ACB = \angle ACD - \angle BCD = 60° - 30° = 30°$，　　$\angle CAD = 90° - \angle ACD = 90° - 60° = 30°$，

$\angle CBD = 90° - \angle BCD = 90° - 30° = 60°$，

$\therefore \angle ACB = \angle CAD$，

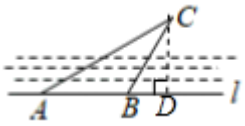
$\therefore AB = BC = 20m$，

在RtΔBCD中，

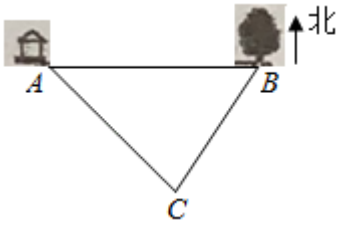
$\because \sin\angle CBD = \frac{CD}{BC}$，

$\therefore CD = BC \cdot \sin\angle CBD = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}(m)$，

故选：C.



3.（2021•越秀区二模）如图，小明在C处看到西北方向上有一凉亭A，北偏东$35°$的方向上有一棵大树B，已知凉亭A在大树B的正西方向，若$BC = 100$米，则A、B两点相距(　　)米.



A．$100(\cos 35°+\sin 35°)$　　B．$100(\cos 35°-\sin 35°)$

C．$(\frac{100}{\sin 35°}+\frac{100}{\cos 35°})$　　D．$(\frac{100}{\sin 35°}-\frac{100}{\cos 35°})$

【分析】本题可通过构建直角三角形来解答，过点 C 作 AB 的垂线交 AB 于 D，CD 是直角三角形 ACD 和 CBD 的公共直角边，要先求出 CD 的值然后再求 AD，BD 的值，进而得出 AB 的长．

【解析】过点 C 作 AB 的垂线交 AB 于 D，

$\because B$ 点在 A 点的正东方向上，

$\therefore \angle ACD=45°$，$\angle DCB=35°$，

在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{BCD}$ 中，$BC=100$，

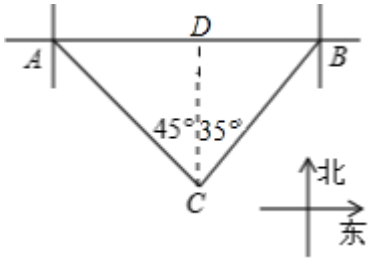
$\therefore DB=BC\sin 35°=100\cdot\sin 35°$（米），

$CD=BC\cos 35°=100\cdot\cos 35°$（米），

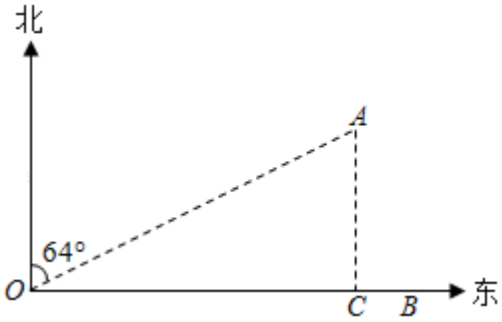
在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{ACD}$ 中，$AD=CD$，

$\therefore AB=AD+DB=100(\sin 35°+\cos 35°)$（米）．

故选：A．



4．（2021•南关区一模）如图，在 A 岛周围 20 海里水域有暗礁，一艘轮船由西向东航行到 O 处时，发现 A 岛在北偏东 64° 的方向且与轮船相距 52 海里．若该轮船不改变航向，为航行安全，需要计算 A 到 OB 的距离 AC．下列算法正确的是（　　）



A．$AC=52\cos 64°$　B．$AC=\dfrac{52}{\cos 64°}$　C．$AC=52\sin 64°$　D．$AC=52\tan 64°$

【分析】先求出$\angle CAO$的度数，再通过解直角三角形求解．

【解析】由题意可得$AC//y$轴，

$\therefore \angle CAO=64°$，

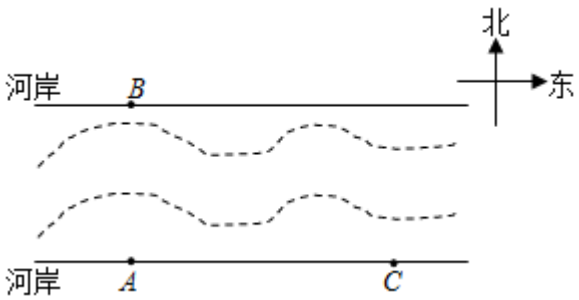
$\therefore \cos\angle CAO=\dfrac{AC}{OA}$，

即$\cos 64°=\dfrac{AC}{52}$，

$\therefore AC=52\cos 64°$．

故选：A．

5．（2021•长安区二模）如图为东西流向且河岸平行的一段河道，点A，B分别为两岸上一点，且点B在点A正北方向，由点A向正东方向走a米到达点C，此时测得点B在点C的北偏西$55°$方向上，则河宽AB的长为(　　)



A．$a\tan 55°$米　B．$\dfrac{a}{\cos 55°}$米　C．$\dfrac{a}{\tan 35°}$米　D．$\dfrac{a}{\tan 55°}$米

【分析】连接AB，BC，根据三角函数的定义即可得到结论．

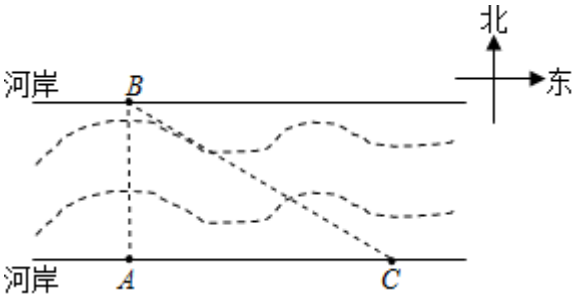
【解析】连接AB，BC，

由题意得，$\angle BAC=90°$，$\angle ABC=55°$，$AC=a$米，

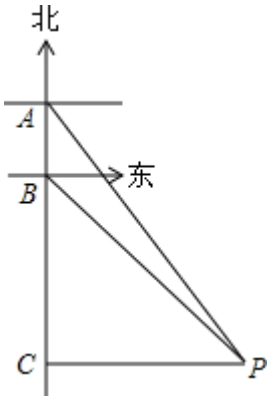
$\therefore \tan\angle ABC=\tan 55°=\dfrac{AC}{AB}$，

$\therefore AB=\dfrac{AC}{\tan 55°}=\dfrac{a}{\tan 55°}$，

故选：D．



6．（2020秋•郯城县期末）如图，有一轮船在A处测得南偏东30°方向上有一小岛P，轮船沿正南方向航行至B处，测得小岛P在南偏东45°方向上，按原方向再航行10海里至C处，测得小岛P在正东方向上，则A，B之间的距离是(　　)



A．$10\sqrt{3}$海里　　B．$(10\sqrt{2}-10)$海里　　C．$(10\sqrt{3}-10)$海里　　D．10海里

【分析】由题意得：$\angle CAP=30°$，$\angle CBP=45°$，$BC=10$海里，解RtΔAPC求得AC，那么$AB=AC-BC$．

【解析】由题意得：$\angle CAP=30°$，$\angle CBP=45°$，$BC=10$海里，

在RtΔAPC中，

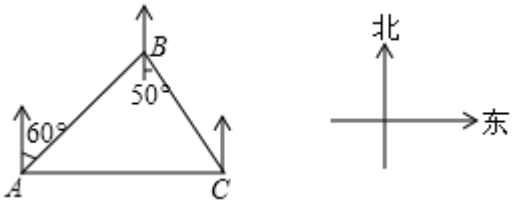
$\because \angle CAP=30°$，

$\therefore AC=\dfrac{CP}{\tan\angle CAP}=\dfrac{10}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=10\sqrt{3}$（海里），

$\therefore AB=AC-BC=(10\sqrt{3}-10)$海里．

故选：C．

7．（2021•滦州市一模）如图，嘉淇一家驾车从A地出发，沿着北偏东60°的方向行驶，到达B地后沿着南偏东50°的方向行驶来到C地，且C地恰好位于A地正东方向上，则下列说法正确的是(　　)



A．B 地在 C 地的北偏西 $40°$ 方向上

B．A 地在 B 地的南偏西 $30°$ 方向上

C．$\angle ACB=50°$

D．$\sin\angle BAC=\dfrac{1}{2}$

【分析】根据平行线的性质及方向角的概念分别解答即可．

【解析】如图所示：

由题意可知，$\angle BAD=60°$，$\angle CBP=50°$，

$\therefore\angle BCE=\angle CBP=50°$，即 B 在 C 处的北偏西 $50°$，故 A 错误；

$\because\angle ABP=60°$，

$\therefore\angle BAG+\angle GBF=180°-60°=120°$，

即 A 在 B 处的北偏西 $120°$，故 B 错误；

$\because\angle ACB=90°-\angle BCE=40°$，

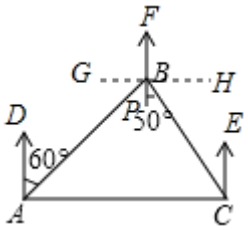
即公路 AC 和 BC 的夹角是 $40°$，故 C 错误．

$\because\angle BAD=60°$，

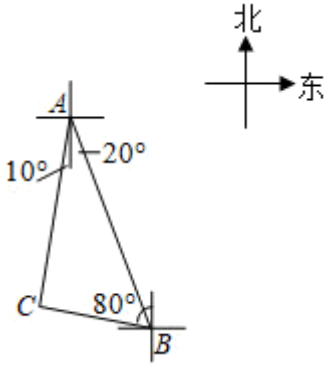
$\therefore\angle BAC=30°$，

$\therefore\sin\angle BAC=\dfrac{1}{2}$，故 D 正确；

故选：D．



8．（2020•唐山二模）一渔船在海岛 A 南偏东 $20°$ 方向的 B 处遇险，测得海岛 A 与 B 的距离为 $10\sqrt{3}$ 海里，渔船将险情报告给位于 A 处的救援船后，沿北偏西 $80°$ 方向向海岛 C 靠近，同时，从 A 处出发的救援船沿南偏西 $10°$ 方向匀速航行，30 分钟后，救援船在海岛 C 处恰好追上渔船，那么救援船航行的速度为（　　）



A．$10\sqrt{3}$ 海里 / 小时　B．15 海里 / 小时　　C．$5\sqrt{3}$ 里 / 小时　　D．30 海里 / 小时

【分析】易得 ΔABC 是直角三角形，利用三角函数的知识即可求得答案．

【解析】$\because \angle CAB=10°+20°=30°$，$\angle CBA=80°-20°=60°$，

$\therefore \angle C=90°$，

$\because AB=10\sqrt{3}$ 海里，

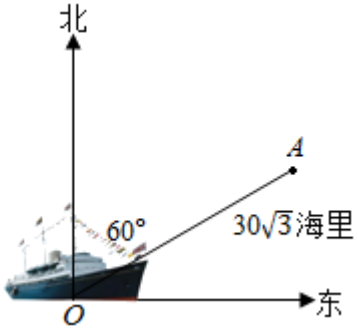
$\therefore AC=AB\cdot\cos 30°=15$（海里），

$\therefore$ 救援船航行的速度为：$15\div\frac{30}{60}=30$（海里 / 小时）．

故选：D．

9．（2020 秋•宛城区期末）如图，一艘船向东航行，上午 8 时到达 O 处，测得一灯塔 A 在船的北偏东 60° 方向，且与船相距 $30\sqrt{3}$ 海里；上午 11 时到达 B 处，测得灯塔在船的正北方向，则这艘船航行的速度为（　　）





A．45 海里 / 时　　B．15 海里 / 时　　C．$\frac{15}{2}\sqrt{3}$ 海里 / 时　　D．$5\sqrt{3}$ 海里 / 时

【分析】由题意得 $\angle ABO=90°$，$\angle AOB=30°$，$OA=80$ 海里，再由含 30° 角的直角三角形的性质得 $AB=\frac{1}{2}OA=15\sqrt{3}$（海里），$OB=\sqrt{3}AB=45$（海里），然后由路程除以时间求解即可．

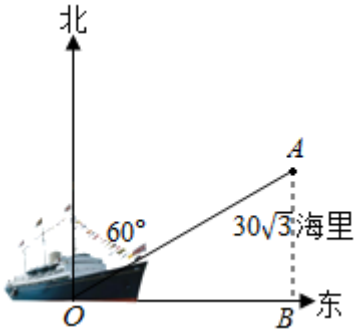
【解析】连接 AB，如图所示：

由题意得：$\angle ABO=90°$，$\angle AOB=90°-60°=30°$，$OA=30\sqrt{3}$ 海里，

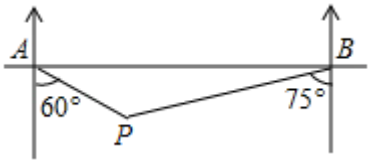
$\therefore AB=\frac{1}{2}OA=15\sqrt{3}$（海里），$OB=\sqrt{3}AB=45$（海里），

$\therefore$这艘船航行的速度为$45\div(11-8)=15$（海里/时），

故选：B．



10．（2021•深圳模拟）如图，一艘军舰在A处测得小岛P位于南偏东$60°$方向，向正东航行40海里后到达B处，此时测得小岛P位于南偏西$75°$方向，则小岛P离观测点A与B的距离分别是(　　)



A．$20\sqrt{2}$海里，$(20\sqrt{3}-20)$海里　　B．$(20\sqrt{3}-20)$海里，$20\sqrt{2}$海里

C．$20\sqrt{3}$海里，$(20\sqrt{2}-20)$海里　　D．$(20\sqrt{3}-20\sqrt{2})$海里，$20\sqrt{2}$海里

【分析】过点P作$PD\perp AB$于D，在AB上取一点C，使$\angle CPB=\angle CBP=90°-75°=15°$，则$CP=CB$，$\angle PCA=\angle CPB+\angle CBP=30°$，先证$PA=PC=BC$，再证$AD=CD$，$PD=\frac{1}{2}PA$，$AD=CD=\sqrt{3}PD=\frac{\sqrt{3}}{2}PA=\frac{\sqrt{3}}{2}BC$，设$PD=x$海里，则$PA=2x$海里，由$AB=2AD+BC$得出方程，解方程，即可解决问题．

【解析】过点P作$PD\perp AB$于D，在AB上取一点C，使$\angle CPB=\angle CBP=90°-75°=15°$，

则$CP=CB$，$\angle PCA=\angle CPB+\angle CBP=30°$，

$\because\angle PAC=90°-60°=30°$，

$\therefore\angle PCA=\angle PAC$，

$\therefore PA=PC=BC$，

$\because PD\perp AB$，

$\therefore AD=CD$，$PD=\frac{1}{2}PA$，$AD=CD=\sqrt{3}PD=\frac{\sqrt{3}}{2}PA=\frac{\sqrt{3}}{2}BC$，

设$PD=x$海里，则$PA=2x$海里，$BD=CD+BC=(\sqrt{3}x+2x)$海里，

$\because AB=2AD+BC$，

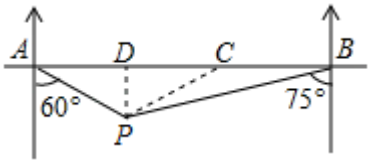
$\therefore 40=2\sqrt{3}x+2x$，

解得：$x=10(\sqrt{3}-1)$，

$\therefore PA=20(\sqrt{3}-1)=(20\sqrt{3}-20)$ 海里，$BD=\sqrt{3}\times10(\sqrt{3}-1)+20\sqrt{3}-20=(10\sqrt{3}+10)$ 海里，

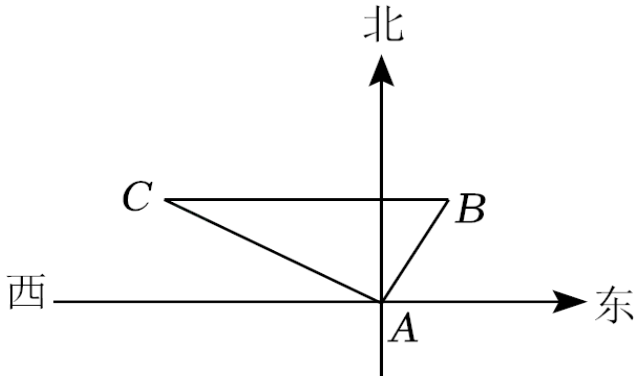
$\therefore PB=\sqrt{PD^2+BD^2}=\sqrt{(10\sqrt{3}-10)^2+(10\sqrt{3}+10)^2}=20\sqrt{2}$（海里），

故选：B．



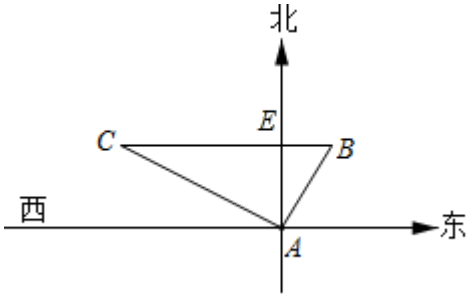
二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）请把答案直接填写在横线上

11．如图，一艘船从 A 向北偏东 30° 的方向行驶 10 千米到达 B 处，再从 B 处向正西方向行驶 20 千米到达 C 处，这时这艘船与 A 的距离为 __$10\sqrt{3}$__千米．



【分析】由含 30° 角的直角三角形的性质求出 BE 、 AE 的长，即可解决问题．

【解析】如图，



$\because BC\perp AE$，

$\therefore \angle AEB=90°$，

$\because \angle EAB=30°$，$AB=10$ 千米，

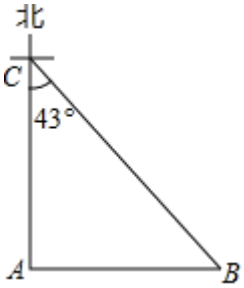
$\therefore BE=\frac{1}{2}AB=5$（千米），$AE=\sqrt{3}BE=5\sqrt{3}$（千米），

$\therefore CE=BC-BE=20-5=15$（千米），

$\therefore AC=\sqrt{CE^2+AE^2}=\sqrt{15^2+(5\sqrt{3})^2}=10\sqrt{3}$（千米），

故答案为：$10\sqrt{3}$．

12．（2021•宁波模拟）如图，海面上B，C两岛分别位于A岛的正东和正北方向，A岛与C岛之间的距离约为36海里，B岛在C岛的南偏东43°方向，则A，B两岛之间的距离约为 __33.5__ 海里（结果精确到0.1海里，参考数据：$\sin 43°\approx 0.68$，$\cos 43°\approx 0.73$，$\tan 43°\approx 0.93$）．



【分析】在RtΔABC中，利用正切函数的定义可得$AB=AC\cdot\tan\angle ACB$，将数值代入计算即可求解．

【解析】由题意得，$AC=36$海里，$\angle ACB=43°$．

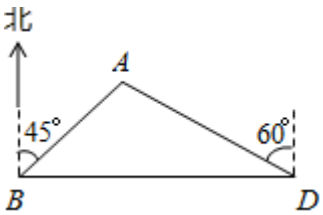
在RtΔABC中，$\because\angle A=90°$，

$\therefore AB=AC\cdot\tan\angle ACB=36\times 0.93\approx 33.5$海里．

故A、B两岛之间的距离约为33.5海里．

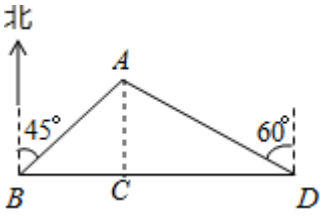
故答案为：33.5．

13．（2021•通城县模拟）如图，海中有个小岛A，一艘轮船由西向东航行，在点B处测得小岛A位于它的东北方向，此时轮船与小岛相距18海里，继续航行至点D处，测得小岛A在它的北偏西60°方向，此时轮船与小岛的距离AD为 __$18\sqrt{2}$__海里．



【分析】如图，过点A作$AC\perp BD$于点C，根据题意可得，$\angle BAC=\angle ABC=45°$，$\angle ADC=30°$，$AB=18$海里，再根据锐角三角函数即可求出轮船与小岛的距离$AD$．

【解析】如图，过点A作$AC\perp BD$于点C，



根据题意可知：

$\angle BAC=\angle ABC=45°$，$\angle ADC=30°$，$AB=18$ 海里，

在 RtΔABC 中，$AC=BC=AB\cdot\sin 45°=18\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}$（海里），

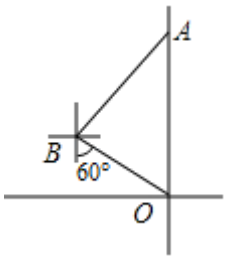
在 RtΔACD 中，$\angle ADC=30°$，

$\therefore AD=2AC=18\sqrt{2}$（海里）.

答：此时轮船与小岛的距离 AD 为 $18\sqrt{2}$ 海里.

故答案为：$18\sqrt{2}$.

14.（2021 春•鄂州期末）如图，一个机器人从 A 地沿着西南方向先前进了 $4\sqrt{2}$ 米到达 B 地，观察到原点 O 地在它的南偏东 $60°$ 的方向上，则 A、O 两地的距离等于 __$(4+\frac{4\sqrt{3}}{3})$__米.



【分析】过点 B 作 $BC\perp OA$ 于 C，由等腰直角三角形的性质得 $AC=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=4$（米），再由含 $30°$ 角的直角三角形的性质得 $OC=\frac{\sqrt{3}}{3}BC=\frac{4\sqrt{3}}{3}$（米），即可求解.

【解析】如图，过点 B 作 $BC\perp OA$ 于 C，

在 RtΔABC 中，$AB=4\sqrt{2}$ 米，$\angle BAC=45°$，

$\therefore AC=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=4$（米）.

在 RtΔOBC 中，$\angle OBC=90°-60°=30°$，

$\therefore OC=\frac{\sqrt{3}}{3}BC=\frac{4\sqrt{3}}{3}$（米），

$\therefore AO=AC+CO=(4+\frac{4\sqrt{3}}{3})$ 米，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/776043054052010112