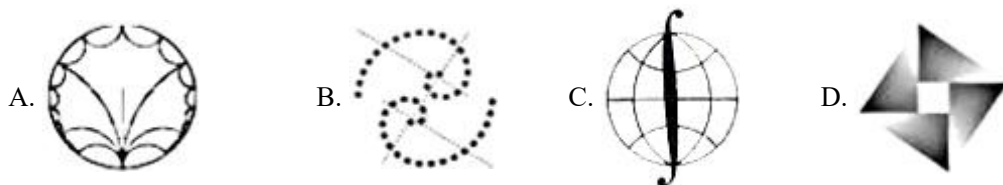


2023-2024 学年北京市东城区景山学校八年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列四个图形分别是四届国际数学家大会的会标，其中不属于中心对称图形的是()



2. 下列方程中，是关于 x 的一元二次方程的是()

- A. $2x + y = 2$ B. $x + y^2 = 0$ C. $ax^2 + bx + c = 0$ D. $2x - x^2 = 1$

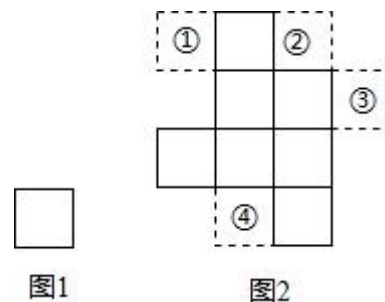
3. 一次函数 $y = -2x - 1$ 的图象不经过的象限是()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 图 1 和图 2 中所有的小正方形都全等，将图 1 的正方形放在图 2 中

①②③④的某一位置，使它与原来 7 个小正方形组成的图形是中心对称图形，这个位置是()

- A. ①
B. ②
C. ③
D. ④



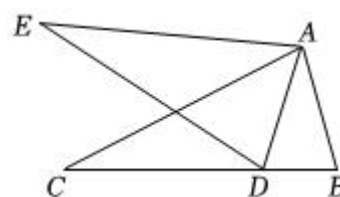
5. 5G 是新一代信息技术的发展方向和数字经济的重要基础，预计我国 5G 商用将直接创造更多的就业岗位。小明准备到一家公司应聘普通员工，他了解到该公司全体员工的月收入如下：

月收入/元	45000	19000	10000	5000	4500	3000	2000
人数	1	2	3	6	1	11	1

对这家公司全体员工的月收入，能为小明提供更为有用的信息的统计量是()

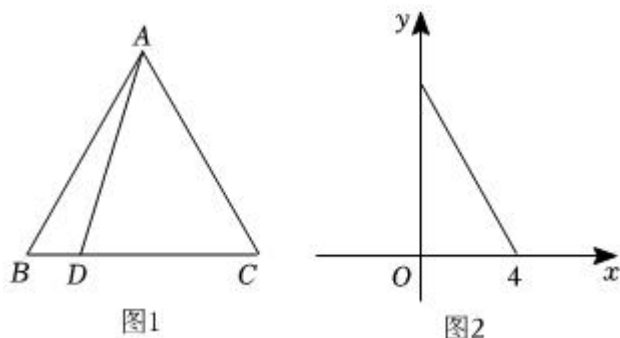
- A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

6. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 40° 得到 $\triangle ADE$ ，点 B 的对应点 D 恰好落在边 BC 上，则 $\angle ADE$ 的度数为()



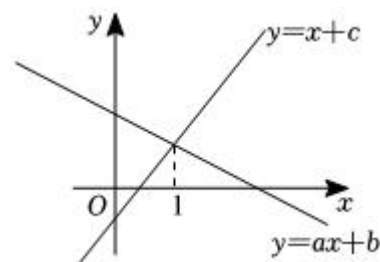
- A. 40°
 B. 70°
 C. 80°
 D. 75°

7. 如图1, 在边长为4的等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 边上, 设 BD 的长度为自变量 x , 以下哪个量作为因变量 y , 使得 x, y 符合如图2所示的函数关系()



- A. $\triangle ABD$ 的面积 B. $\triangle ABD$ 的周长 C. $\triangle ACD$ 的面积 D. $\triangle ACD$ 的周长

8. 如图, 已知直线 $y = ax + b$ 与直线 $y = x + c$ 的交点的横坐标为1, 根据图象有下列四个结论: ① $a < 0$; ② $c < 0$; ③对于直线 $y = x + c$ 上任意两点 $A(x_A, y_A)$ 、 $B(x_B, y_B)$, 若 $x_A < x_B$, 则 $y_A > y_B$; ④ $x > 1$ 是不等式 $ax + b < x + c$ 的解集. 其中所有正确的结论是()



- A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ①②④

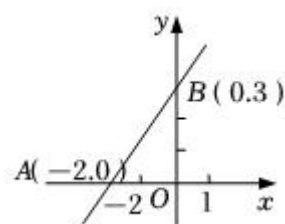
二、填空题: 本题共8小题, 每小题2分, 共16分。

9. 函数 $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

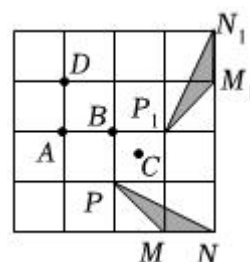
10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x + a^2 - 4 = 0$ 有一个根为0, 则 a 的值等于_____.

11. 某企业参加“科技创新企业百强”评选, 创新能力、创新价值、创新影响三项得分分别为8分, 9分, 7分, 若将三项得分依次按5: 3: 2的比例计算总成绩, 则该企业的总成绩为_____.

12. 如图, 直线 $y = kx + b$ 交坐标轴于 A, B 两点, 则关于 x 的不等式 $kx + b < 0$ 的解集是_____.



13. 在如图 4×4 的正方形网格中, $\triangle MNP$ 绕某点旋转一定的角度, 得到 $\triangle M_1N_1P_1$, 则其旋转中心可能是点_____.



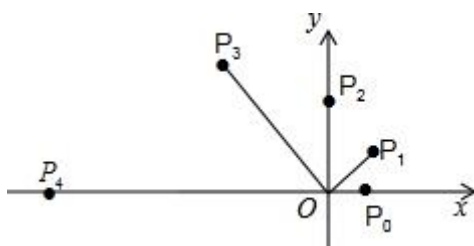
14. 已知 a, b 为直角三角形 ABC 的直角边, c 是斜边, 那么关于 x 的方程 $(a+c)x^2 - 2bx + (c-a) = 0$ 的根的情况是_____.

15. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是_____.

16. 如图, 在直角坐标系中, 已知点 P_0 的坐标为 $(1, 0)$, 进行如下操作: 将线段 OP_0 按逆时针方向旋转 45° , 再将其长度伸长为 OP_0 的 2 倍, 得到线段 OP_1 ; 又将线段 OP_1 按逆时针方向旋转 45° , 长度伸长为 OP_1 的 2 倍, 得到线段 OP_2 , 如此重复操作下去, 得到线段 $OP_3, OP_4, \dots$, 则

(1) 点 P_5 的坐标为_____;

(2) 落在 x 轴正半轴上的点 P_n 坐标是_____. (n 是 8 的整数倍)



三、解答题: 本题共 12 小题, 共 68 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本小题 6 分)

选择适当方法解下列方程:

(1) $x^2 - 5x + 1 = 0$;

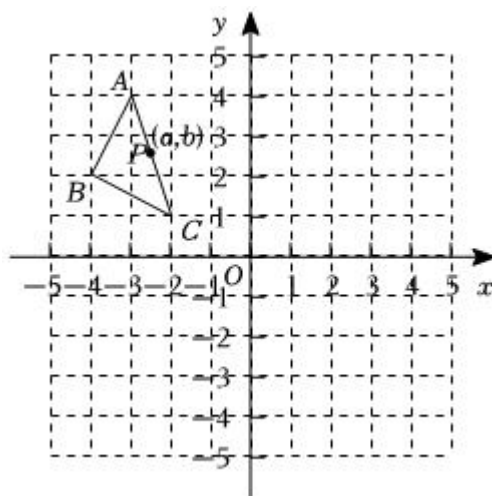
(2) $x(2x + 1) = 2x + 1$.

18. (本小题 5 分)

如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标为 $A(-3, 4)$, $B(-4, 2)$, $C(-2, 1)$, 将 $\triangle ABC$ 绕原点逆时针旋转 90° , 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 向右平移 6 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度得到 $\triangle A_2B_2C_2$.

(1) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$;

(2) $\triangle ABC$ 经旋转后点 A 的对应点为 A_1 , $P(a, b)$ 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上一点, $\triangle ABC$ 经旋转、平移后点 P 的对应点分别为 P_1 , P_2 , 请写出点 A_1 , P_1 , P_2 的坐标.

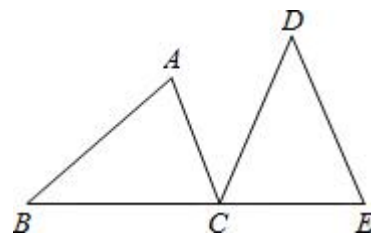


19. (本小题 5 分)

已知 m 是方程 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 的一个根, 求代数式 $(m + 2)^2 + (m + 3)(m - 3)$ 的值.

20. (本小题 5 分)

如图, $\triangle ABC$ 由 $\triangle EDC$ 绕 C 点旋转得到, B 、 C 、 E 三点在同一条直线上, $\angle ACD = \angle B$. 求证: $\triangle ABC$ 是等腰三角形.



21. (本小题 5 分)

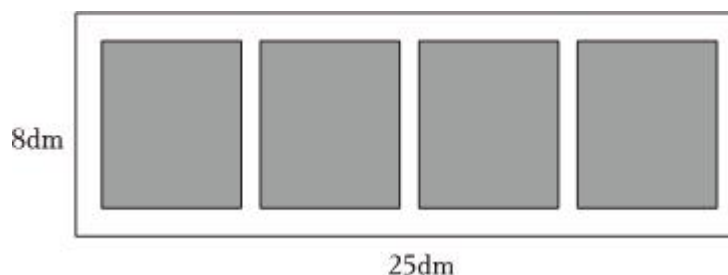
已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k + 5)x + 6 + 2k = 0$.

(1) 求证: 此方程总有两个实数根;

(2) 若此方程恰有一个根小于 -1 , 求 k 的取值范围.

22. (本小题 5 分)

某学校要设计校园“数学嘉年华”活动的项目介绍展板. 如图, 现有一块长 $25dm$, 宽 $8dm$ 的矩形展板, 展示区域为全等的四个矩形, 其中相邻的两个矩形展示区域之间及四周都留有宽度相同的空白区域. 如果四个矩形展示区域的面积之和为 $120dm^2$, 求空白区域的宽度.



23. (本小题 6 分)

设一次函数 $y = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 的图象过 $A(1, 3)$, $B(-5, -3)$ 两点.

- (1) 求该函数表达式;
- (2) 若点 $C(a + 2, 2a - 1)$ 在该函数图象上, 求 a 的值;
- (3) 设点 P 在 x 轴上, 若 $S_{\triangle ABP} = 12$, 求点 P 的坐标.

24. (本小题 6 分)

某班“数学兴趣小组”对函数 $y = |x - 1|$ 的图象和性质进行了探究, 过程如下, 请补充完整.

(1) 自变量 x 的取值范围是全体实数, x 与 y 的几组对应值列表如下:

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
y	...	4	m	2	1	0	1	2	3	4	...

其中, $m =$ _____;

(2) 根据表格的数据, 在如图所示的平面直角坐标系中描点, 并画出了函数图象的一部分, 请画出该函数图象的另一部分.

(3) 观察图象, 写出该函数的两条性质:

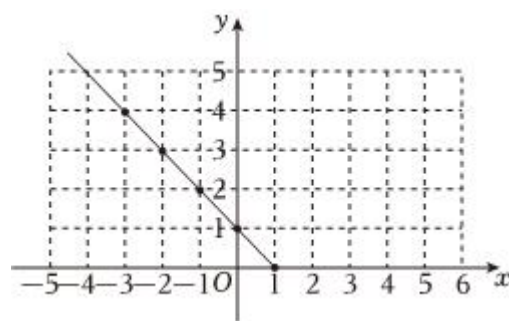
① _____;

② _____;

(4) 进一步探究函数图象发现:

① 方程 $|x - 1| = 0$ 的解是 _____;

② 关于 x 的方程 $|x - 1| = a$ 有两个不相等实数根, 则 a 的取值范围是 _____.



25. (本小题 6 分)

A , B 两地分别有垃圾 20 吨, 30 吨, 现要把这些垃圾全部运到 C , D 两个垃圾处理厂, 其中 24 吨运到 C 厂.

运费标准 (单位: 元/吨) 如表:

始发地/目的地	C 厂	D 厂
A 地	26	25
B 地	15	20

当从 A 地运送多少吨垃圾到 C 厂时, 从 A , B 两地运到 C 厂的总运费大于运到 D 厂的总运费?

(1) 建立函数模型

设从 A 地运到 C 厂 x 吨垃圾. 从 A , B 两地运到 C 厂的总运费为 y_1 元, 运到 D 厂的总运费为 y_2 元. 分别求出 y_1 , y_2 关于 x 的函数关系式;

(2) 根据函数的图象与性质, 解决问题: 当 $y_1 > y_2$ 时, 求 x 的取值范围.

26. (本小题 6 分)

某研究所甲、乙试验田各有水稻穗 4 万个, 为了考察水稻穗长的情况, 研究员于同一天在这两块试验田里分别随机抽取了 50 个稻穗进行测量, 获得了它们的长度 x (单位: cm), 并对数据 (穗长) 进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 甲试验田穗长的频数分布统计表如表 1 所示 (不完整):

b. 乙试验田穗长的频数分布直方图如图 1 所示:

表 1: 甲试验田穗长频数分布表

分组/cm	频数	频率
$4.5 \leq x < 5$	4	0.08
$5 \leq x < 5.5$	9	0.18
$5.5 \leq x < 6$	m	
$6 \leq x < 6.5$	11	0.22
$6.5 \leq x < 7$	n	0.20
$7 \leq x < 7.5$	2	
合计	50	1.00

乙试验田穗长的频数分布直方图

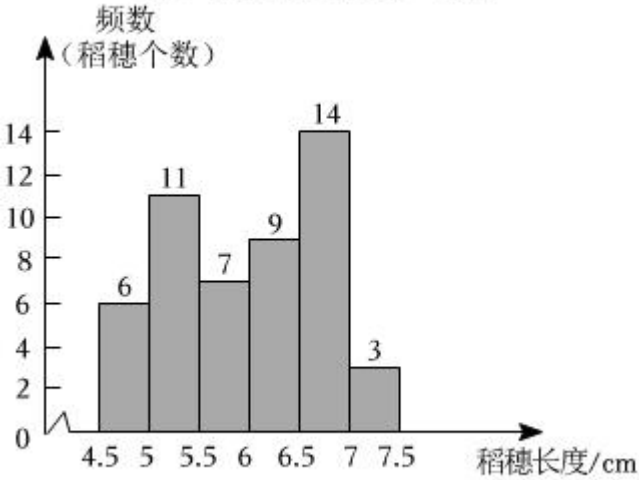


图1

c. 乙试验田穗长在 $6 \leq x < 6.5$ 这一组的是：6.3，6.4，6.3，6.3，6.2，6.2，6.1，6.2，6.4.

d. 甲、乙试验田穗长的平均数、中位数、众数、方差如下(表2)：

试验田	平均数	中位数	众数	方差
甲	5.924	5.8	5.8	0.454
乙	5.924	w	6.5	0.608

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 表 1 中 m 的值为_____， n 的值为_____；
- (2) 表 2 中 w 的值为_____；
- (3) 根据考察的结果，将稻穗按穗长从长到短进行排序后，穗长为 5.9cm 的稻穗的穗长排名更靠前的试验田是_____， 穗长较稳定的试验田是_____；
- (4) 若穗长在 $5.5 \leq x < 7$ 范围内的稻穗为“良好”，请估计甲试验田所有“良好”的水稻约为_____个.

27. (本小题 7 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， AD 是 BC 边上的高，点 E 是边 AB 上的一动点 (不与点 A ，

B 重合), 连接 CE 交 AD 于点 F . 将线段 CF 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到线段 CG , 连接 AG .

(1) 如图 1, 当 CE 是 $\angle ACB$ 的角平分线时,

①求证: $AE = AF$;

②直接写出 $\angle CAG = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

(2) 依题意补全图 2, 用等式表示线段 AF , AC , AG 之间的数量关系, 并证明.

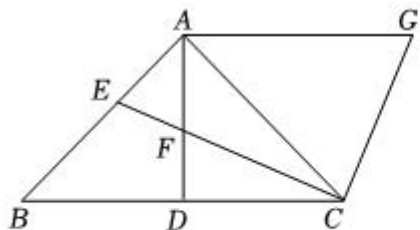


图1

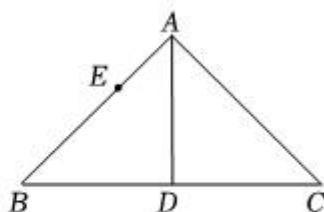


图2

28. (本小题 6 分)

定义: 若一个整数能表示成 $a^2 + b^2$ (a, b 是整数) 的形式, 则称这个数为 “平和数”. 例如, 5 是 “平和数”.

理由: 因为 $5 = 2^2 + 1^2$. 再如, $M = x^2 + 2xy + 2y^2 = (x + y)^2 + y^2$ (x, y 是整数), 所以 M 也是 “平和数”.

解决问题:

(1) 请你再写一个小于 5 的 “平和数” $\underline{\hspace{2cm}}$; 判断 29 是否为 “平和数” $\underline{\hspace{2cm}}$ (填 “是” 或 “否”);

(2) 若二次三项式 $x^2 - 6x + 13$ (x 是整数) 是 “平和数”, 可配方成 $(x - m)^2 + n$ (m, n 为常数), 则

$mn = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 已知 “平和数” $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13$ (x, y 是整数) 的值为 0, 则 $x + y$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(4) 已知 $S = x^2 + 9y^2 + 6x - 6y + k$ (x, y 是整数, k 是常数), 要使 S 为 “平和数”, 请写出符合条件的 k 的值 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(5) 已知实数 x, y 满足 $-x^2 + 9x + y - 25 = 0$, 求 $x + y$ 的最小值.

答案和解析

1. 【答案】A

【解析】 【分析】

此题主要考查了中心对称图形的定义,判断中心对称图形是要寻找对称中心,旋转180度后与原图形重合.根据中心对称图形的定义:把一个图形绕某一点旋转 180° ,如果旋转后的图形能够与原来的图形重合,那么这个图形就叫做中心对称图形,这个点叫做对称中心进行分析即可.

【解答】

解: A、不是中心对称图形,故此选项符合题意;

B、是中心对称图形,故此选项不符合题意;

C、是中心对称图形,故此选项不符合题意;

D、是中心对称图形,故此选项不符合题意;

故选: A.

2. 【答案】D

【解析】解: A、含有2个未知数,不是一元二次方程,故此选项不合题意是一元一次方程,故此选项不合题意;

B、 $x + y^2 = 0$ 含有两个未知数,不是一元二次方程,故此选项不合题意;

C、 $ax^2 + bx + c = 0$ 未指明 a 、 b 、 c 为常数且 $a \neq 0$,不是一元二次方程,故此选项不合题意;

D、 $2x - x^2 = 1$ 是一元二次方程,故此选项符合题意;

故选: D.

利用一元二次方程定义进行解答即可.

此题主要考查了一元二次方程定义,关键是掌握一元二次方程必须同时满足三个条件:①整式方程,即等号两边都是整式;方程中如果有分母,那么分母中无未知数;②只含有一个未知数;③未知数的最高次数是2.

3. 【答案】A

【解析】解: 一次函数 $y = -2x - 1$ 中,

$$\because -2 < 0, \quad -1 < 0,$$

$\therefore$ 函数图象经过第二、三、四象限,不经过第一象限.

故选: A.

根据一次函数的图象与系数的关系解答即可.

本题主要考查一次函数的性质, 熟知一次函数的图象与系数的关系是解题的关键.

4. 【答案】C

【解析】解: 当正方形放在③的位置, 即是中心对称图形.

故选: C.

根据把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心, 进而得出答案.

此题主要考查了中心对称图形的定义, 正确把握定义是解题关键.

5. 【答案】B

【解析】解: 由于众数是数据中出现次数最多的数, 故小明应最关心这组数据中的众数.

故选: B.

平均数、中位数、众数是描述一组数据集中程度的统计量; 方差、标准差是描述一组数据离散程度的统计量. 既然小明了解到该公司全体员工的月收入, 那么应该是看多数员工的工资情况, 故值得关注的是众数.

此题主要考查统计的有关知识, 主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义.

6. 【答案】B

【解析】解: $\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 40° 得到 $\triangle ADE$,

$$\therefore \angle DAB = 40^\circ,$$

$$\because AD = AB,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADB = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = 70^\circ,$$

故选: B.

由旋转的性质可得 $\angle DAB = 40^\circ$, 即可求解.

本题考查了旋转的性质, 掌握旋转的性质是本题的关键.

7. 【答案】C

【解析】解: 由图 2 知, y 随 x 的增大而减小.

$\triangle ABD$ 的面积和周长都随 x 的增大而增大,

故 A、B 不符合题意;

$\triangle ACD$ 的面积和周长都随 x 的增大而减小, 但 $\triangle ACD$ 的周长不会等于 0,

故 C 符合题意, D 不符合题意.

故选：C.

由 y 随 x 的增大而减小，即可判断.

本题考查常量与变量，函数图象，等边三角形的性质，关键是明白 y 随 x 的增大而减小.

8. 【答案】D

【解析】解：∵ 直线 $y = ax + b$ 经过第二、四象限，

∴ $a < 0$ ，所以①正确；

∵ 直线 $y = x + c$ 与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴，

∴ $c < 0$ ，所以②正确；

∵ 对于一次函数 $y = x + c$ ， y 随 x 的增大而增大，

∴ $x_A < x_B$ ， $y_A < y_B$ ，所以③错误；

∵ $x > 1$ ， $ax + b < x + c$ ，

∴ $x > 1$ 是不等式 $ax + b < x + c$ 的解集，所以④正确.

故选：D.

根据一次函数的性质直接对①②③进行判断；利用 $x > 1$ 时，直线 $y = x + c$ 在直线 $y = ax + b$ 的上方可对④进行判断.

本题考查了一次函数与一元一次方程：从函数图象的角度看，就是确定直线 $y = kx + b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合．也考查了一次函数的性质.

9. 【答案】 $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$

【解析】解：根据题意得：
$$\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases}$$

解得： $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$.

故答案是： $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$.

根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，就可以求解.

本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

10. 【答案】 ± 2

【解析】解：∵ 一元二次方程 $x^2 + x + a^2 - 4 = 0$ 有一个根为 0，

∴ $0^2 + 0 + a^2 - 4 = 0$ ，

解得 $a = \pm 2$ ，

故答案为： ± 2 .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/777014156014010001>