

八（上）第一章 勾股定理单元检测

班级_____ 姓名_____ 分数_____

一、填空题（每题3分，共24分）

1. 三角形的三边长分别为 a^2+b^2 、 $2ab$ 、 a^2-b^2 (a 、 b 都是正整数)，则这个三角形是 ()

- A. 直角三角形 B. 钝角三角形 C. 锐角三角形 D. 不能确定

2. 若 $\triangle ABC$ 的三边 a 、 b 、 c 满足 $a^2+b^2+c^2+338=10a+24b+26c$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是 ()

- A. 338 B. 24 C. 26 D. 30

3. 若等腰 $\triangle ABC$ 的腰长 $AB=2$ ，顶角 $\angle BAC=120^\circ$ ，以 BC 为边的正方形面积为 ()

- A. 3 B. 12 C. $\frac{27}{4}$ D. $\frac{16}{3}$

4. $\triangle ABC$ 中， $AB=15$ ， $AC=13$ ，高 $AD=12$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()

- A. 42 B. 32 C. 42 或 32 D. 37 或 33

5. 直角三角形三条边的比是 3:4:5，则这个三角形三条边上的高的比是 ()

- A. 15:12:8 B. 15:20:12 C. 12:15:20 D. 20:15:12

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ 。以斜边 AB 为直径作半圆，则这个半圆的面积等于 ()

- A. $\frac{25\pi}{8}$ B. $\frac{25\pi}{4}$ C. $\frac{25\pi}{16}$ D. 25π

7. 如图 1，有一块直角三角形纸片，两直角边 $AC=6\text{cm}$ ， $BC=8\text{cm}$ ，现将直角边 AC 沿直线 AD 折叠，使它落在斜边 AB 上，且与 AE 重合，则 CD 等于 ()

- A. 2cm B. 3cm C. 4cm D. 5cm

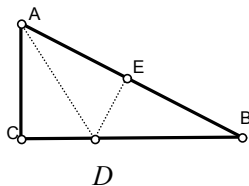


图 1

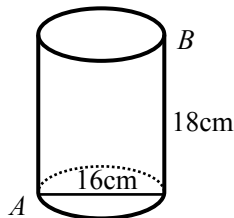


图 2

8. 如图 2, 一个圆桶儿, 底面直径为 16cm, 高为 18cm, 则一只小虫底部点 A 爬到上底 B 处, 则小虫所爬的最短路径长是 (π 取 3) ()

- A.20cm B.30cm C.40cm D.50cm

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 若其三条边的长度分别为 9、12、15, 则以两个这样的三角形所拼成的长方形的面积是_____.

10. 一个长方体同一顶点的三条棱长分别是 3、4、12, 则这个长方体内能容下的最长的木棒为_____.

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=60\text{cm}$, $CA=80\text{cm}$, 一只蜗牛从 C 点出发, 以每分 20cm 的速度沿 $CA \rightarrow AB \rightarrow BC$ 的路径再回到 C 点, 需要_____分的时间.

12. 如图 3, 一艘船由岛 A 正南 30 海里的 B 处向东以每小时 20 海里的速度航行 2 小时后到达 C 处. 则 AC 间的距离是_____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, 两直角边 $AB=7$, $BC=24$, 三角形内有一点 P 到各边的距离相等, 则这个距离是_____.

14. 已知两条线段长分别为 5cm、12cm, 当第三条线段长为_____时, 这三条线段可以组成一个直角三角形, 其面积是_____.

15. 观察下列一组数:

- 列举: 3、4、5, 猜想: $3^2=4+5$;
 列举: 5、12、13, 猜想: $5^2=12+13$;
 列举: 7、24、25, 猜想: $7^2=24+25$;

列举: 13、 b 、 c , 猜想: $13^2=b+c$;

请你分析上述数据的规律, 结合相关知识求得 $b=_____$, $c=_____$.

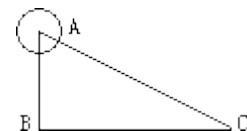


图 3

16. 已知: 正方形的边长为 1. (1) 如图 4 (a), 可以计算出正方形的对角线长为 $\sqrt{2}$; 如图 (b), 两个并排成的矩形的对角线的长为_____; n 个并排成的矩形的对角线的长为_____. (2) 若把 (c) (d) 两图拼成如图 5 “L” 形, 过 C 作直线交 DE 于 A , 交 DF

于 B . 若 $DB = \frac{5}{3}$, 则 DA 的长度为_____.

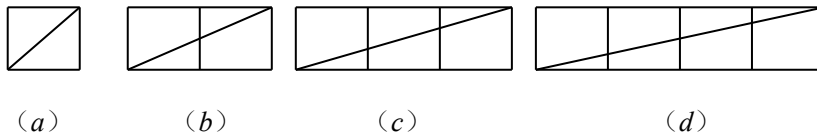


图 4

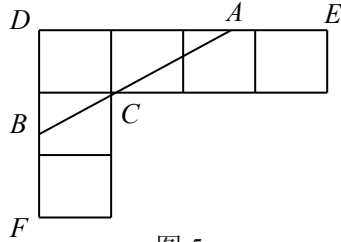


图 5

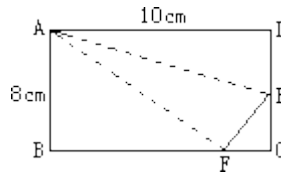


图 6

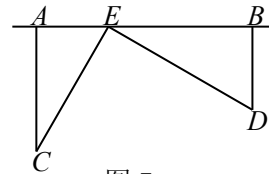


图 7

三、解答题 (共 58 分)

17. 如图 6, 折叠长方形一边 AD , 点 D 落在 BC 边的点 F 处, $BC = 10\text{cm}$, $AB = 8\text{cm}$, 求: (1) FC 的长; (2) EF 的长.

18. 为了丰富少年儿童的业余生活, 某社区要在如图 7 所示 AB 所在的直线建一图书室, 本社区有两所学校所在的位置在点 C 和点 D 处, $CA \perp AB$ 于 A , $DB \perp AB$ 于 B , 已知 $AB = 25\text{km}$, $CA = 15\text{km}$, $DB = 10\text{km}$, 试问: 图书室 E 应该建在距点 A 多少 km 处, 才能使它到两所学校的距离相等?

19. 一艘渔船正以 30 海里 / 时的速度由西向东追赶鱼群, 在 A 处看见小岛 C 在船北偏东 60° . 40 分钟后, 渔船行至 B 处, 此时看见小岛 C 在船的北偏东 30° , 已知小岛 C 为中心周围 10 海里以内为我军导弹部队军事演习的着弹危险区, 问这艘渔船继续航行 (追赶鱼群), 是否有进入危险区的可能?

20. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle C=90^\circ$, P, Q 在 AB 上, 且 $\angle PCQ=45^\circ$ 试猜想分别以线段 AP, BQ, PQ 为边能组成一个三角形吗? 若能试判断这个三角形的形状.

21. 如图 8, 有一块塑料矩形模板 $ABCD$, 长为 10cm, 宽为 4cm, 将你手中足够大的直角三角板 PHF 的直角顶点 P 落在 AD 边上(不与 A, D 重合), 在 AD 上适当移动三角板顶点 P :

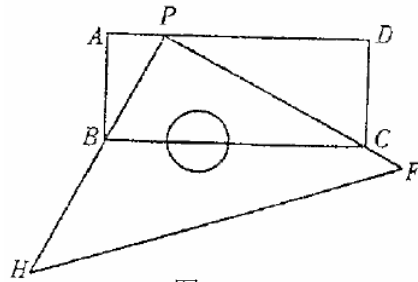


图 8

①能否使你的三角板两直角边分别通过点 B 与点 C ? 若能, 请你求出这时 AP 的长; 若不能, 请说明理由.

②再次移动三角板位置, 使三角板顶点 P 在 AD 上移动, 直角边 PH 始终通过点 B , 另一直角边 PF 与 DC 的延长线交于点 Q , 与 BC 交于点 E , 能否使 $CE=2\text{cm}$? 若能, 请你求出这时 AP 的长; 若不能, 请你说明理由.

参考答案

一、1. A 2. D 3. B 4. C 5. D.提示:由三角形面积公式,可得 $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC$.设 $BC=3k$, $AC=4k$, $AB=5k$, 则 $5k \cdot CD = 2k \cdot 4k$.所以 $CD = \frac{13}{5}k$.所以 $AC:BC:CD = 4k:3k:\frac{12}{5}k = 20:15:12$; 6. A.提示:在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,由勾股定理可以得到 $AB^2 = 4^2 + 3^2 =$

25, 所以 $AB=5$.所以半圆的面积 $S = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{8} \pi$; 7. B 8. B.

二、9. 108 10. 13 11. 12 12. 由勾股定理,可以得到 $AB^2 + BC^2 = AC^2$, 因为 $AB=30$, $BC=20 \times 2=40$, 所以 $30^2 + 20^2 = AC^2$, 所以 $AC=50$, 即 AC 间的距离为50海里; 13. 3
14. 13cm 或 $\sqrt{119}$ cm, 30cm^2 或 $\frac{5}{2} \sqrt{119} \text{cm}^2$ 15. 84、85 16. $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{n^2+1}$ 、 $\frac{5}{2}$.

三、17. (1)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,由勾股定理可以得到 $AF^2 = AB^2 + BF^2$, 也就是 $10^2 = 8^2 + BF^2$.所以 $BF=6$, $FC=4(\text{cm})$ (2)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,由勾股定理,可以得到 $EF^2 = FC^2 + (8-EF)^2$.也就是 $EF^2 = 4^2 + (8-EF)^2$.所以 $EF=5(\text{cm})$

18. 10米;

19. 设小岛 C 与 AB 的垂直距离为 a , 则易求得 $a^2 = 300 > 10^2$, 所以这艘渔船继续航行不会进入危险区;

20. 能组成一个三角形, 且是一个以 PQ 为斜边的直角三角形.理由是: 可将 $\triangle CBQ$ 绕点 C 顺时针旋转 90° , 则 CB 与 CA 重合, Q 点变换到 Q' 点, 此时, $AQ' = BQ$, $\triangle APQ'$ 是直角三角形, 即 $AP^2 + AQ'^2 = PQ'^2$, 另一方面, 可证得 $\triangle CPQ' \cong \triangle CPQ$ (SAS), 于是, $PQ' = PQ$, 则 $AP^2 + BQ^2 = PQ^2$.

21. ①能.设 $AP=x$ 米, 由于 $BP^2 = 16+x^2$, $CP^2 = 16+(10-x)^2$, 而在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中, 有 $BP^2 + CP^2 = BC^2$, 即 $16+x^2 + 16+(10-x)^2 = 100$, 所以 $x^2 - 10x + 16 = 0$, 即 $(x-5)^2 = 9$, 所以 $x-5 = \pm 3$, 所以 $x=8$, $x=2$, 即 $AP=8$ 或 2 , ②能.仿照①可求得 $AP=4$.

第一章勾股定理单元检测题

班级_____ 姓名_____ 分数_____

一、选择题(每小题3分,共30分)

1. 如果下列各组数是三角形的三边, 那么不能组成直角三角形的一组数是()
A. 7, 24, 25 B. $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$ C. 3, 4, 5 D. $4, 7\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}$
2. 如果把直角三角形的两条直角边同时扩大到原来的2倍, 那么斜边扩大到原来的()
A. 1倍 B. 2倍 C. 3倍 D. 4倍
3. 在下列说法中是错误的()
A. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = \angle A - \angle B$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形

B. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A : \angle B : \angle C = 5 : 2 : 3$ 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形

C. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a = \frac{3}{5}c$, $b = \frac{4}{5}c$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形

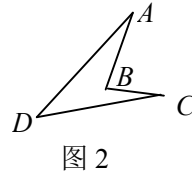
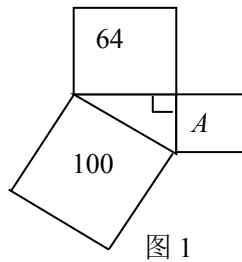
D. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a : b : c = 2 : 2 : 4$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形

4. 四组数:①9, 12, 15; ②7, 24, 25; ③ $3^2, 4^2, 5^2$; ④ $3a, 4a, 5a(a > 0)$ 中, 可以构成直角三角形的边长的有()

A. 4组 B. 3组 C. 2组 D. 1组

5. 三个正方形的面积如图1, 正方形A的面积为()

A. 6 B. 36 C. 64 D. 8



6. 一块木板如图2所示, 已知 $AB=4$, $BC=3$, $DC=12$, $AD=13$, $\angle B=90^\circ$, 木板的面积为()

A. 60 B. 30 C. 24 D. 12

7. 直角三角形的两直角边分别为5cm, 12cm, 其中斜边上的高为()

A. 6cm B. 8.5cm C. $\frac{30}{13}$ cm D. $\frac{60}{13}$ cm

8. 两只小鼯鼠在地下打洞, 一只朝前方挖, 每分钟挖8cm, 另一只朝左挖, 每分钟挖6cm, 10分钟之后两只小鼯鼠相距()

A. 50cm B. 100cm C. 140cm D. 80cm

9. 小明想知道学校旗杆的高, 他发现旗杆上的绳子垂到地面还多1m, 当它把绳子的下端拉开5m后, 发现下端刚好接触地面, 则旗杆的高为()

A. 8cm B. 10cm C. 12cm D. 14cm

10. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=40$, $CB=9$, M, N 在 AB 上且 $AM=AC$, $BN=BC$, 则 MN 的长为()

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

二、填空题(每小题3分, 共30分)

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 若 $a=5$, $b=12$, 则 $c=$ _____.
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 若 $c=10$, $a:b=3:4$, 则 $ab=$ _____.
13. 等腰 $\triangle ABC$ 的面积为 12cm^2 , 底上的高 $AD=3\text{cm}$, 则它的周长为_____.
14. 等边 $\triangle ABC$ 的高为 3cm , 以 AB 为边的正方形面积为_____.
15. 直角三角形三边是连续整数, 则这三角形的各边分别为_____.
16. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 斜边 $AB=2$, 则 $AB^2+BC^2+CA^2=$ _____.
17. 有两棵树, 一棵高 6 米, 另一棵高 3 米, 两树相距 4 米. 一只小鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢, 至少飞了_____米.
18. 一座桥横跨一江, 桥长 12m , 一般小船自桥北头出发, 向正南方驶去, 因水流原因到达南岸以后, 发现已偏离桥南头 5m , 则小船实际行驶_____m.
19. 一个三角形的三边的比为 $5:12:13$, 它的周长为 60cm , 则它的面积是_____.
20. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 中线 $BE=13$, 另一条中线 $AD^2=331$, 则 $AB=$ _____.

三、解答题 (每小题 8 分, 共 40 分)

21. 某车间的人字形屋架为等腰 $\triangle ABC$, 跨度 $AB=24\text{m}$, 上弦 $AC=13\text{m}$. 求中柱 CD (D 为底 AB 的中点).

22. 有一个小朋友拿着一根竹竿要通过一个长方形的门, 如果把竹竿竖放就比门高出 1 尺, 斜放就恰好等于门的对角线长, 已知门宽 4 尺. 求竹竿高与门高.

23. 如图 3, 台风过后, 一希望小学的旗杆在离地某处断裂, 旗杆顶部落在离旗杆底部 8m 处, 已知旗杆原长 16m , 你能求出旗杆在离底部什么位置断裂的吗? 请你试一试.

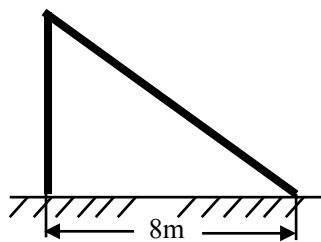


图 3

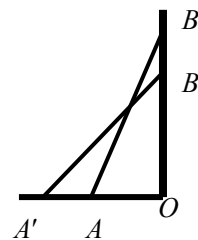


图 4

24. 如图 4 所示, 梯子 AB 靠在墙上, 梯子的底端 A 到墙根 O 的距离为 2m , 梯子的顶端 B 到地面的距离为 7m . 现将梯子的底端 A 向外移动到 A' , 使梯子的底端 A' 到墙根 O 的距离为 3m , 同时梯子的顶端 B 下降到 B' , 那么 BB' 也等于 1m 吗?

25. 在 $\triangle ABC$ 中, 三条边的长分别为 $a, b, c, a=n^2-1, b=2n, c=n^2+1(n>1, \text{且 } n \text{ 为整数})$, 这个三角形是直角三角形吗? 若是, 哪个角是直角? 与同伴一起研究.

参考答案:

A 卷:

一、1. B 2. B 3. D 4. B 5. B 6. C 7. D 8. B 9. C 10. C

二、11. 13 12. 48 13. 18 14. 12 15. 3、4、5 16. 8 17. 5 18. 13 19. 2400

20. 20

三、21. 5 米

22. 设门高为 x 尺, 则竹杆长为 $(x+1)$ 尺, 依题意由勾股定理, 得 $x^2+4^2=(x+1)^2$, 解得 $x=7.5$, 所以门高为 7.5 尺, 则竹杆长为 8.5 尺.

23. 设旗杆在离底部 $x\text{m}$ 位置断裂, 则根据题意, 得 $(x+1)^2-x^2=64$, 解得 $x=6$, 即

旗杆在离底部 6m 位置断裂.

24. 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, 梯子 $AB^2 = AO^2 + BO^2 = 2^2 + 7^2 = 53$. 在 $\text{Rt}\triangle A'B'O$ 中, 梯子 $A'B'^2 = 53 = A'O^2 + B'O^2 = 3^2 + B'O^2$, 所以, $B'O = \sqrt{53 - 9} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11} > 2 \times 3 = 6$. 所以 $BB' = OB - OB' < 1$.

25. 因为 $a^2 = n^4 - 2n^2 + 1$, $b^2 = 4n$, $c^2 = n^4 + 2n^2 + 1$, $a^2 + b^2 = c^2$, 所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle C$ 为直角.

北师大版八年级数学上册第一章 勾股定理 提高培优讲义: 勾股定理、逆定理及应用

基础知识梳理

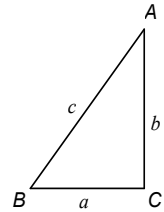
模块一: 勾股定理及证明

1. 勾股定理:

如果直角三角形的两直角边分别是 a , b , 斜边为 c , 那么 $a^2 + b^2 = c^2$.

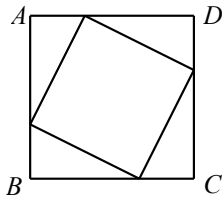
即直角三角形中两直角边的平方和等于斜边的平方.

注: 勾——较短的边、股——较长的直角边、弦——斜边.



2. 勾股定理的证明:

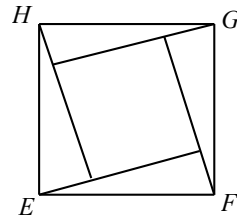
(1) 弦图证明



内弦图

$$S_{\text{正方形}ABCD} = (a-b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2$$



外弦图

$$S_{\text{正方形}EFGH} = c^2 = (a-b)^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$$

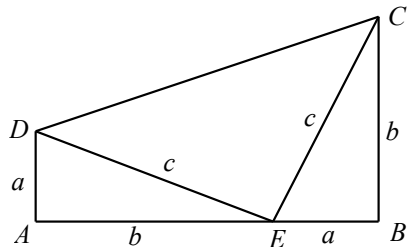
$$\therefore a^2 + b^2 = c^2$$

(2) “总统”法 (半弦图)

如图所示将两个直角三角形拼成直角梯形:

$$S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{(a+b)(a-b)}{2} = 2 \times \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2$$



3. 勾股数:

满足 $a^2 + b^2 = c^2$ 的三个正整数, 称为勾股数.

(1) 3、4、5; 6、8、10; 9、12、15; 12、16、20; 15、20、25 等.

(2) (a, b, c) 是组勾股数, 则 (ka, kb, kc) (k 为正整数) 也是一组勾股数.

(3) 3、4、5; 5、12、13; 7、24、25; 9、40、41; 11、60、61 等

(4) $a = 2n + 1$, $b = 2n^2 + 2n$, $c = 2n^2 + 2n + 1$ (n 为大于 1 的自然数)

(5) $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$, $c = m^2 + n^2$ ($m > n$, 且 m 和 n 均为正整数)

模块二：勾股定理逆定理及应用

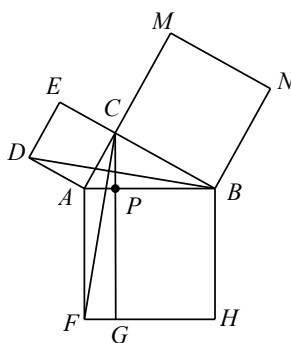
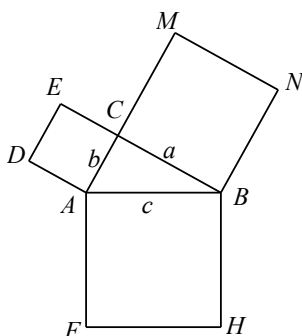
1. 勾股定理的逆定理：

如果三角形中两边的平方和等于第三边的平方，那么前两边的夹角一定是直角。即在 $\triangle ABC$ 中，如果 $AC^2 + BC^2 = AB^2$ ，那么 $\triangle ABC$ 是直角三角形。

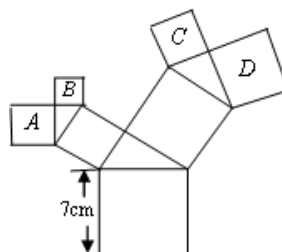
2. 勾股定理的常见题型。

模块三：例题精讲

(1) 勾股证明的方法成百上千种，其中《几何原本》中的证法非常经典，是在一个我们非常熟悉的几何图形中实现的（如图所示），如果直角三角形 ABC 的三边长为 a, b, c (c 为斜边)，以这三边向外作三个正方形，试利用此图证明 $a^2 + b^2 = c^2$ 。



(2) 如图，所有的四边形都是正方形，所有的三角形都是直角三角形，其中最大的正方形的边长为 7cm ，则正方形 A, B, C, D 的面积之和为_____。



【解析】 (1) 如上图可知： $\triangle ACF \cong \triangle ADB$ ，

$$S_{\text{正方形}ACED} = 2S_{\triangle ADB}, \quad S_{\text{矩形}AFGP} = 2S_{\triangle ACF},$$

$$\therefore b^2 = S_{\text{矩形}AFGP}, \quad \text{同理 } a^2 = S_{\text{矩形}GHBP}, \quad \therefore a^2 + b^2 = c^2.$$

(2) 49cm^2 .

(1) 若把直角三角形的两条直角边同时扩大到原来的 2 倍，则斜边扩大到原来的 ()。

A. 1 倍 B. 2 倍 C. 3 倍 D. 4 倍

(2) 若一个直角三角形三边的长分别是三个连续的自然数，则这个三角形的周长为_____。

(3) 下面几组数：①7, 8, 9; ②12, 9, 15; ③ $m^2 + n^2, m^2 - n^2, 2mn$ (m, n 均为正整数, $m > n$); ④ $a^2, a^2 + 1, a^2 + 2$. 其中能组成直角三角形的三边长的是 ()。

A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ③④

【解析】(1) B;

(2) 可知三边为 3, 4, 5, 所以周长为 12;

(3) B; 容易知道①错误②正确, 对于③, 由

$$(m^2 - n^2)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4, (2mn)^2 = 4m^2n^2, (m^2 + n^2)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$$

$$\text{所以 } (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^4 - 2m^2n^2 + n^4) + 4m^2n^2 = (m^2 + n^2)^2.$$

所以, 以这三条线段的长为边的三角形是直角三角形. 答案选 B.

$\triangle ABC$ 中, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. 若 $\angle C = 90^\circ$, 如图 3-1, 根据勾股定理, 则 $a^2 + b^2 = c^2$. 若 $\triangle ABC$ 不是直角三角形, 如图 3-2, $\angle C < 90^\circ$; 如图 3-3, $\angle C > 90^\circ$. 请你类比勾股定理, 试猜想 $a^2 + b^2$ 与 c^2 的关系, 并证明你的结论.

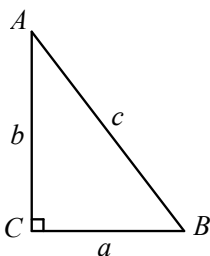


图 3-1

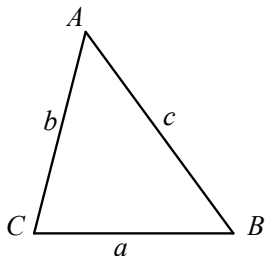


图 3-2

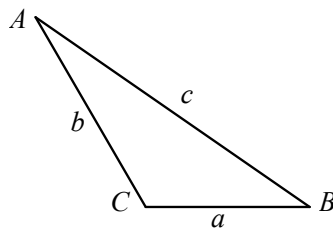


图 3-3

【解析】 图 2 猜想: $a^2 + b^2 > c^2$.

证明: 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D , 设 $CD = x$, $AD^2 = b^2 - x^2$,

$$c^2 = (a - x)^2 + (b^2 - x^2) = a^2 - 2ax + x^2 + b^2 - x^2,$$

即 $a^2 + b^2 - c^2 = 2ax > 0$, 故 $a^2 + b^2 > c^2$.

图 3 猜想: $a^2 + b^2 < c^2$.

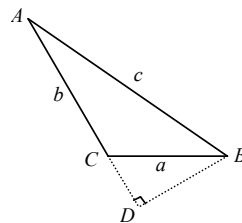
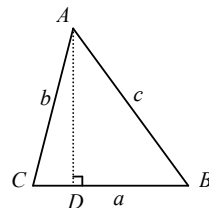
证明: 过 B 作 $BD \perp AC$, 交 AC 的延长线于 D .

设 CD 为 x , 则有 $BD^2 = a^2 - x^2$.

根据勾股定理, 得 $(b + x)^2 + a^2 - x^2 = c^2$.

$$\text{即 } a^2 + b^2 + 2bx = c^2,$$

$\because b > 0, x > 0, \therefore 2bx > 0, \therefore a^2 + b^2 < c^2$.



(1) 如果直角三角形的两边长为 4、5, 则第三边长为_____.

(2) 如果直角三角形的三边长为 10、6、 x , 则最短边上的高为_____.

(3) 若 $|a - b - 1| + \sqrt{a + 2b - 4} = 0$, 则以 a 、 b 为边的直角三角形的第三边为_____.

【解析】 (1) 3 或 $\sqrt{41}$; (2) 8 或 10; (3) $\sqrt{5}$ 或 $\sqrt{3}$.

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 15$, $AC = 13$, 高 $AD = 12$, 则三角形的周长是_____.

【解析】 32 或 42.

【提示】 题型：已知三角形的两边及第三边高求第三边，B卷填空必考题，一般题目无图，为易错题，切记要分类讨论，分形内高和形外高。

(1) 如图 6-1，四边形 $ABCD$ 中， $AB \perp BC$ ， $AB=1$ ， $BC=2$ ， $CD=2$ ， $AD=3$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积。

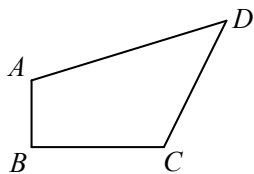


图 6-1

(2) 如图 6-2，在四边形 $ABDC$ 中， $BD \perp CD$ ， $BD=6$ ， $CD=8$ ， $AB=24$ ， $AC=26$ ，求该四边形面积。

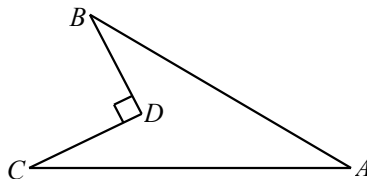


图 6-2

【解析】 (1) $\sqrt{5}+1$ ；

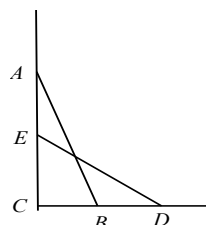
(2) 96. 四边形 $ABDC$ 的面积为 96.

连接 BC ，根据勾股定理可得 $BC=10$ ，

因为 $BC^2 + AB^2 = AC^2$ ，所以 $\triangle ABC$ 为直角三角形，

故四边形 $ABDC$ 的面积 $S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BCD} = 120 - 24 = 96$ 。

(1) 如图，梯子 AB 长 2.5 米，顶端 A 靠在墙 AC 上，这时梯子下端 B 与墙角 C 距离为 1.5 米，梯子滑动后停在 DE 位置， BD 长 0.5 米，则梯子顶端 A 下落了_____米。

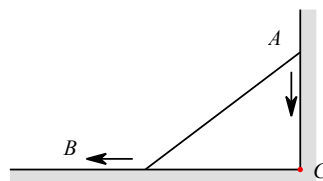


(2) 梯子靠在墙上，梯子的底端 A 到墙根 O 的距离 2 米，梯子的顶端 B 到地面的距离为 7 米，现将梯子的底端向外移动到 C ，使梯子底端 C 到墙根 O 的距离等于 3 米，同时梯子的顶端 B 下降至 D ，那么 BD ()

- A. 等于 1 米 B. 大于 1 米 C. 小于 1 米 D. 以上结果都不对

(3) 如图，梯子 AB 斜靠在墙面上， $AC \perp BC$ ， $AC = BC$ ，当梯子的顶端 A 沿 AC 方向下滑 x 米时，梯子 B 沿 CB 方向滑动 y 米，则 x 与 y 的大小关系是 ()

- A. $x = y$ B. $x > y$
C. $x < y$ D. 不确定



【解析】 (1) 0.5；(2) C；

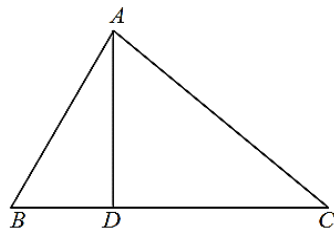
(3) 选 B，设 $AC = BC = a$ 米，

由勾股定理得： $\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{(a-x)^2 + (a+y)^2}$ ，

化简得 $2a(x-y) = x^2 + y^2 > 0$ ， $x > y$ 。

(1) 若直角三角形斜边长为 4，周长为 $4+3\sqrt{2}$ ，则三角形面积等于_____.

(2) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，若 $AD = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ ， $BC = 2\sqrt{5}$ ，请求出 $\triangle ABC$ 的周长.



【解析】(1) $\frac{1}{2}$;

$$(2) \begin{cases} AB^2 + AC^2 = (2\sqrt{5})^2 \\ AB \times AC = 2\sqrt{5} \times \frac{4\sqrt{5}}{5} \end{cases}, \text{解得 } AB + BC = 6, C_{\triangle ABC} = 6 + 2\sqrt{5}.$$

(1) 已知 9-1，如图所示，折叠长方形的一边 AD ，使点 D 落在 BC 边的点 F 处，如果 $AB = 8\text{cm}$ ， $BC = 10\text{cm}$ ，求 EC 的长.

(2) 如图 9-2，已知矩形 $ABCD$ 沿着直线 BD 折叠，使点 C 落在 C' 处， BC' 交 AD 于 E ， $AD = 16$ ， $AB = 8$ ，则 DE 的长度为_____.

(3) 如图 9-3，矩形纸片 $ABCD$ 的长 $AD = 9\text{cm}$ ，宽 $AB = 3\text{cm}$ ，沿 EF 将其折叠，使点 D 与点 B 重合，则折痕 EF 的长为_____ cm .

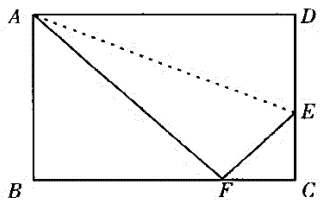


图 9-1

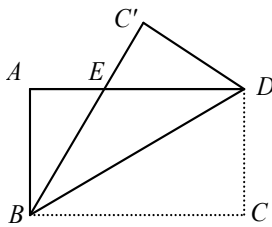


图 9-2

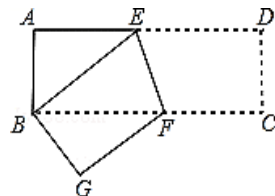


图 9-3

【解析】(1) 由题意得， $AF = AD = 10\text{cm}$.

在 $\triangle ABF$ 中，应用勾股定理得， $BF = 6\text{cm}$.

所以 $FC = BC - BF = 10 - 6 = 4\text{cm}$.

在 $\triangle CEF$ 中，应用勾股定理，设 $EC = x\text{cm}$ ，
得 $(8-x)^2 = 4^2 + x^2$. 解得 $x = 3$ ，即 $EC = 3\text{cm}$.

(2) 设 $ED = x$ ，因为 $\angle CBD = \angle EBD = \angle EDB$ ，
则 $EB = ED = x$ ， $AE = AD - ED = 16 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，由勾股定理可得：

$$(16-x)^2 + 8^2 = x^2, \therefore x = 10, \text{即 } DE = 10.$$

(3) 设 $AE = x$ ，因为 $\angle BEF = \angle DEF = \angle BFE$ ，

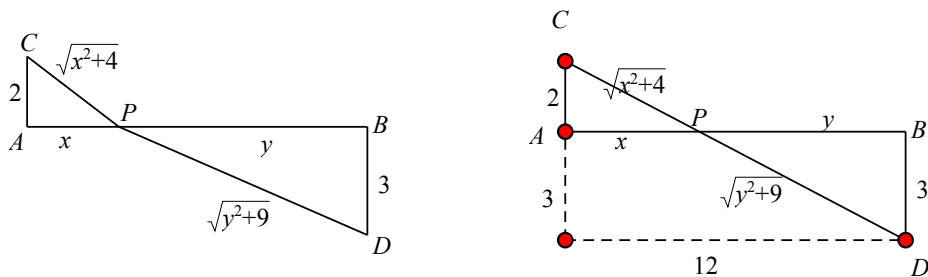
则 $BE = DE = BF = 9 - x$ ，

根据勾股定理得： $AB^2 + AE^2 = BE^2$ ，即 $3^2 + x^2 = 9 + x^2 = (9 - x)^2$ ，解得： $x = 4$ ；

$\therefore AE=4, \therefore DE=BF=5, \therefore CF=DM=4, \therefore EM=1,$
 根据勾股定理得: $EF=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}(\text{cm});$

若 $x>0, y>0$ 且 $x+y=12$, 求: $\sqrt{x^2+4}+\sqrt{y^2+9}$ 的最小值.

【解析】 如下图, 不妨设 $AB=12, AC \perp AB, BD \perp AB, AC=2, BD=3,$



P 为线段 AB 上的动点, $AP=x$, 于是 $PB=y, PC=\sqrt{x^2+4}, PD=\sqrt{y^2+9}$, 则问题转化为求点 C, D 之间距离的最小值. 当 P, C, D 三点不共线时, 有 $PC+PD>CD$; 当 P, C, D 共线时, $PC+PD=CD$.

于是点 C, D 之间距离的最小值为 $\sqrt{(2+3)^2+12^2}=13$.

【教提示】 数形结合, 几何构造, 将军饮马.

模块四: 课后作业设计

1、如图 1-1, 分别以直角三角形 A, B, C 三边为边向外作三个正方形, 其面积分别用 S_1, S_2, S_3 表示, 则不难证明 $S_1=S_2+S_3$. (正三角形面积是边长平方的 $\frac{\sqrt{3}}{4}$)

(1) 如图 1-2, 分别以直角三角形 ABC 三边为直径向外作三个半圆, 其面积分别用 S_1, S_2, S_3 表示, 那么 S_1, S_2, S_3 之间有什么关系? (不必证明)

(2) 如图 1-3, 分别以直角三角形 A, B, C 三边为边向外作三个正三角形, 其面积分别用 S_1, S_2, S_3 表示, 请你确定 S_1, S_2, S_3 之间的关系并加以证明.

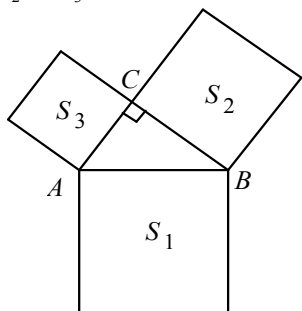


图 1-1

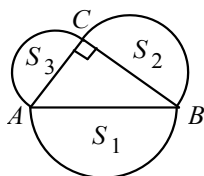


图 1-2

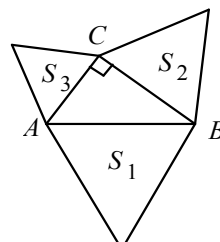


图 1-3

【解析】 (1) 设 BC, CA, AB 长分别为 a, b, c , 则 $c^2=a^2+b^2, S_1=S_2+S_3$;

(2) $S_1=S_2+S_3$. 证明如下: 显然, $S_1=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2, S_2=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2, S_3=\frac{\sqrt{3}}{4}b^2,$

$$\therefore S_2 + S_3 = \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + b^2) = \frac{\sqrt{3}}{4}c^2 = S_1.$$

【点评】分别以直角三角形 ABC 三边为一边向外作“相似形”，其面积对应用 S_1 、 S_2 、 S_3 表示，则 $S_1 = S_2 + S_3$ （设斜边所做图形面积为 S_1 ）。

2、已知 a, b, c 是三角形的三边长， $a = 2n^2 + 2n$ ， $b = 2n + 1$ ， $c = 2n^2 + 2n + 1$ （ n 为大于 1 的自然数），试说明 $\triangle ABC$ 为直角三角形。

【解析】因为 $2n^2 + 2n + 1 > 2n^2 + 2n > 2n + 1$ ，

$$(2n^2 + 2n + 1)^2 - (2n^2 + 2n)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n + 1)^2.$$

所以 $(2n + 1)^2 + (2n^2 + 2n)^2 = (2n^2 + 2n + 1)^2$ ，所以 $\triangle ABC$ 为直角三角形。

3、如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ， $CD = 24\text{cm}$ ， $DA = 26\text{cm}$ ，且 $\angle ABC = 90^\circ$ ，则四边形 $ABCD$ 的面积是（ ） cm^2 。

- A. 336 B. 144 C. 102 D. 无法确定



【解析】答案：B. 连接 AC ，运用勾股定理逆定理。

4、如图，一根长 5 米的竹篙 AB 斜靠在与地面垂直的墙上，顶端 A 距离墙根 4 米，若竹篙顶端 A 下滑 1 米，则底端 B 向外滑行了多少米？

【解析】设竹篙顶端下滑 1 米到 A_1 点，底端向外滑行到 B_1 点。

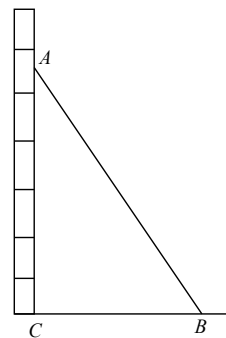
由题意得 $AA_1 = 1\text{m}$ ， $A_1C = AC - AA_1 = 3\text{m}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle A_1CB_1$ 中： $B_1C = \sqrt{A_1B_1^2 - A_1C^2} = 4\text{m}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中： $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3\text{m}$ ，

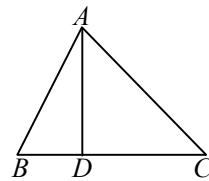
$BB_1 = B_1C - BC = 1\text{m}$ ，

即竹篙顶端 A 下滑 1 米，则底端 B 向外滑行了 1 米。



5、(1) (在 $\triangle ABC$ 中 $AB = 15$ ， $AC = 13$ ，高 $AD = 12$ ，则 $S_{\triangle ABC} =$ _____。

(2) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，若 $AD = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为_____。



【解析】(1) 24 或 84 (分类讨论：行外高和行内高，对应例 5)

(2) $4+2\sqrt{3}$. (对应例 8 考查直角三角形与知二推二综合).

6、(1) 如图 6-1, 已知 $\triangle ABC$ 是直角边长为 1 的等腰直角三角形, 以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AC 为直角边, 画第二个等腰 $\text{Rt}\triangle ACD$, 再以 $\text{Rt}\triangle ACD$ 的斜边 AD 为直角边, 画第三个等腰 $\text{Rt}\triangle ADE$, \dots , 依此类推, 第 n 个等腰直角三角形的斜边长是_____.

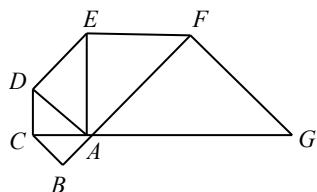


图 6-1

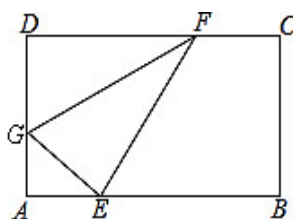


图 6-2

(2) 如图 6-2, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=5\text{cm}$, $BC=3\text{cm}$, 如图所示折叠矩形纸片 $ABCD$, 使 D 点落在边 AB 上一点 E 处, 折痕端点 G 、 F 分别在边 AD 、 DC 上, 则当折痕端点 F 恰好与 C 点重合时, AE 的长为_____cm.

(3) 若 $x > 0$, $y > 0$ 且 $x + y = 15$, 则 $\sqrt{x^2 + 64} + \sqrt{y^2 + 144}$ 的最小值是_____.

【解析】(1) 由题意可得:

第 1 个等腰直角三角形, $\triangle ABC$ 中, 斜边长 $AB = BC = 1$, $AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$;
 第 2 个等腰直角三角形, $\triangle ACD$ 中, 斜边长 $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = 2 = (\sqrt{2})^2$;
 第 3 个等腰直角三角形, $\triangle ADE$ 中, 斜边长 $AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^3$;
 依此类推, \dots 第 n 个等腰直角三角形中, 斜边长为 $(\sqrt{2})^n$.

(2) F 点与 C 点重合时 (如图),

\because 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $BC=3$,

$\therefore CD=AB=5$, $\angle B=90^\circ$,

由折叠的性质可得: $CE=CD=5$,

$\therefore BE = \sqrt{CE^2 - BC^2} = 4$,

$\therefore AE = AB - BE = 1$.

(3) 答案: 25 (对应例题 10, 几何构造).

北师大版八年级数学上册 第一章 勾股定理 章末培优卷

一、选择题: (共 30 分)

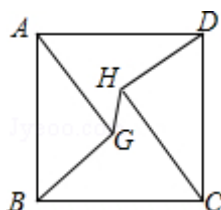
1、一个圆柱形铁桶的底面半径为 12cm , 高为 32cm , 则桶内所能容下的木棒最长为 ()

A. 20cm B. 50cm C. 40cm D. 45cm

2、已知直角三角形的两条边长分别是 3 和 5，那么这个三角形的第三条边的长为()

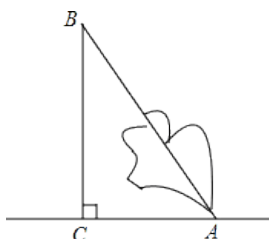
- A. 4 B. 16 C. $\sqrt{34}$ D. 4 或 $\sqrt{34}$

3、如图，正方形 ABCD 的边长为 10，AG=CH=8，BG=DH=6，连接 GH，则线段 GH 的平方为()



- A. $\frac{24}{25}$ B. 8 C. $\frac{196}{25}$ D. 5

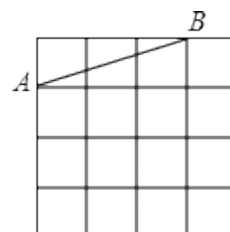
4、如图，一棵大树被大风刮断后，折断处离地面 8m，树的顶端离树根 6m，则这棵树在折断之前的高度是()



- A . 18m B . 10m C . 14m D . 24m

5、如图，在 4×4 方格中作以 AB 为一边的 Rt△ABC，要求点 C 也在格点上，这样的 Rt△ABC 能作出()

- A . 2 个 B . 3 个 C . 4 个 D . 6 个



二、填空题（共 24 分）

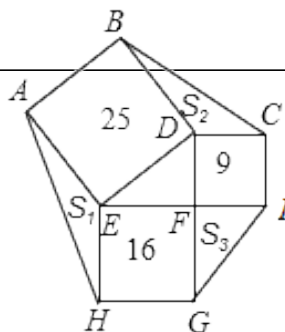
11、 $\triangle ABC$ 的三边长 a, b, c 满足： $(a+2b-60)^2 + |b-18| + |c-30| = 0$ ，则 $\triangle ABC$ 是
三角形；

12、如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $CA \perp AB$ ，若 $AB=3$ ， $BC=5$ ，则平行四边形 $ABCD$ 的面积为_____。

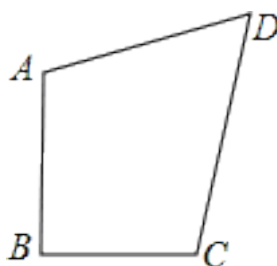


13、一个直角三角形的三边长为3、_____ 4 和 a ，则以 a 为半径的圆的面积是_____。

14、如图，正方形 $ABDE$ 、 $CDFI$ 、 25 、 9 、 16 ， $\triangle AEH$ 、 $\triangle BDC$ 、 $\triangle S_1$ 、 S_2 、 S_3 ，则

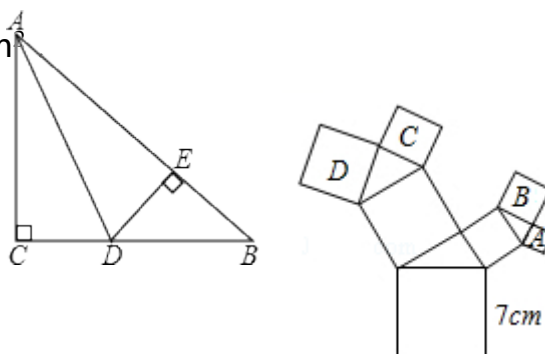


$EFGH$ 的面积分别为
 GFI 的面积分别为
 $S_1+S_2+S_3=$ _____



15、已知：如图，四边形 $ABCD$ ， $AB=1$ ， $BC=\frac{3}{4}$ ， $CD=\frac{13}{4}$ ， $AD=3$ ，且 $AB \perp BC$ 。则四边形 $ABCD$
的面积为_____。

16、如图，所有的四边形都是正方形，所有的三角形都是直角三角形，其中最大的正方形的边长为 7cm ，正方形 A，B，C 的面积分别是 8cm^2 ， 10cm^2 ， 14cm^2 则正方形 D 的面积是_____ cm^2



三、解答题（共 66 分）

17、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， $\angle C=90^\circ$ ，AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $DE \perp AB$ ，垂足为 E。

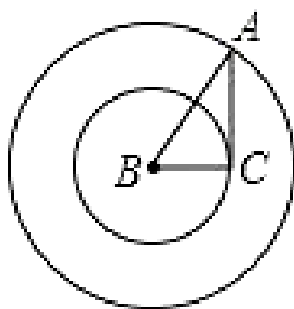
(1) 已知 $CD=4\text{cm}$ ，求 AC 的长；

(2) 求证： $AB=AC+CD$ 。

18、已知如图： $\triangle ABC$ 的三边长分别为 6，8，10

, 分别以它的三边为直径向上作三个半圆, 求图中阴影部分的面积。

19、如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3$. 将其绕 B 点顺时针旋转一周, 则分别以 BA 、 BC 为半径的圆形成一圆环. 该圆环的面积为多少?

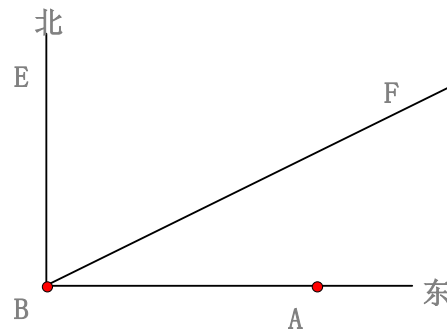


20、

如图，A 城气象台测得台风中心在 A 城正西方向 320km 的 B 处，以每小时 40km 的速度向北偏东 60° 的 BF 方向移动，距离台风中心 200km 的范围内是受台风影响的区域.

(1).A 城是否受到这次台风的影响？为什么？

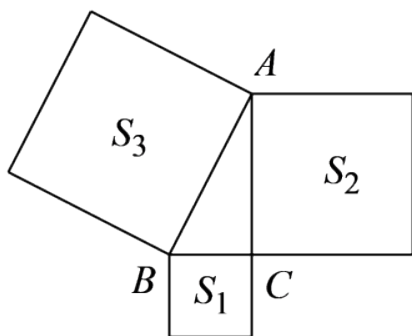
(2).若 A 城受到这次台风影响，那么 A 城遭受这次台风影响有多长时间？



21、有一个长方体，它的长、宽、高分别为 10 厘米、5 厘米、20 厘米。在 A 点有一只蚂蚁，它想吃到 G 点处的食物，需要爬行的最短路程是多少？

22、如图所示，以 $Rt\triangle ABC$ 的三边向外作正方形，其面积分别为 S_1 ， S_2 ， S_3

, 则 S_1 , S_2 , S_3 的关系满足什么, 请您写出一个符合的。



北师大版八年级数学上册第一章勾股定理测试题

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 评价等级_____

一、选择题(每题3分)

1. 以下列各组数据为三角形三边, 能构成直角三角形的是 ()
(A) 4cm, 8cm, 7cm (B) 2cm, 2cm, 2cm (C) 2cm, 2cm, 4cm (D) 13cm, 12cm, 5cm
2. 一个三角形的三边长分别为 15cm, 20cm, 25cm, 则这个三角形最长边上的高为 ()
(A) 12cm (B) 10cm (C) 12.5cm (D) 10.5cm
3. Rt $\triangle ABC$ 的两边长分别为 3 和 4, 若一个正方形的边长是 $\triangle ABC$ 的第三边, 则这个正方形的面积是 ()
(A) 25 (B) 7 (C) 12 (D) 25 或 7
4. 有长度为 9cm, 12cm, 15cm, 36cm, 39cm 的五根木棒, 可搭成(首尾连接)直角三角形的个数为 ()
(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/777120201001006164>