

北京市怀柔区市级名校 2025 年高三数学试题 3 月 25 日第 4 周测试题

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

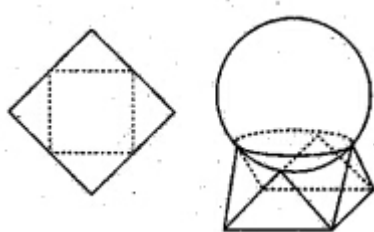
1. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_n > 0$ ， $q > 1$ ， $a_3 + a_5 = 20$ ， $a_2 a_6 = 64$ ，则 $S_5 = ()$

- A. 48 B. 36 C. 42 D. 31

2. 设 $\square, \square \in (0,1) \cup (1,+\infty)$ ，则 " $\square = \square$ " 是 " $\square\square\square\square = \square\square\square\square$ " 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 如图所示，用一边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形硬纸，按各边中点垂直折起四个小三角形，做成一个蛋巢，将体积为 $\frac{4\pi}{3}$ 的鸡蛋（视为球体）放入其中，蛋巢形状保持不变，则鸡蛋（球体）离蛋巢底面的最短距离为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

4. 已知 $x=0$ 是函数 $f(x) = x(ax - \tan x)$ 的极大值点，则 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, 1]$
C. $[0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

5. 已知 a, b 为两条不同直线， α, β, γ 为三个不同平面，下列命题：①若 $\alpha // \beta$ ， $\alpha // \gamma$ ，则 $\beta // \gamma$ ；②若 $a // \alpha$ ， $a // \beta$ ，则 $\alpha // \beta$ ；③若 $\alpha \perp \gamma$ ， $\beta \perp \gamma$ ，则 $\alpha \perp \beta$ ；④若 $a \perp \alpha$ ， $b \perp \alpha$ ，则 $a // b$. 其中正确命题序号为 ()

- A. ②③ B. ②③④ C. ①④ D. ①②③

6. 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 内单调递减, $a = f(\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3})$, $b = f\left(\sin\left(-\frac{\pi}{5}\right)\right)$, $c = f\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\right)$, 则 a, b, c 满足 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $b < c < a$ D. $c < b < a$

7. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\tan \alpha = \frac{\cos 2\beta}{1 - \sin 2\beta}$, 则 ()

- A. $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ B. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$
C. $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$ D. $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$

8. 已知函数 $f(x) = xe^{1-x}$, 若对于任意的 $x_0 \in (0, e]$, 函数 $g(x) = \ln x - x^2 + ax - f(x_0) + 1$ 在 $(0, e]$ 内都有两个不同的零点, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(1, e]$ B. $(e - \frac{2}{e}, e]$ C. $(e - \frac{2}{e}, e + \frac{2}{e}]$ D. $(1, e - \frac{2}{e}]$

9. 已知集合 $A = \left\{x \mid y = \lg \sin x + \sqrt{9 - x^2}\right\}$, 则 $f(x) = \cos 2x + 2\sin x$, $x \in A$ 的值域为 ()

- A. $\left[1, \frac{3}{2}\right]$ B. $\left(1, \frac{3}{2}\right]$ C. $\left(-1, \frac{1}{2}\right]$ D. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\right)$

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右两个焦点分别为 F_1, F_2 , 若存在点 P 满足

$|PF_1| : |PF_2| : |F_1F_2| = 4 : 6 : 5$, 则该双曲线的离心率为 ()

- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{5}{3}$ D. 5

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, n(a_{n+1} - a_n) = a_n + 1, n \in N^*$, 若对于任意的 $a \in [-2, 2], n \in N^*$, 不等式

$\frac{a_{n+1}}{n+1} < 2t^2 + at - 1$ 恒成立, 则实数 t 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$ B. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
C. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ D. $[-2, 2]$

12. 以下关于 $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ 的命题, 正确的是

- A. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递增

B. 直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 需是函数 $y = f(x)$ 图象的一条对称轴

C. 点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 是函数 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心

D. 将函数 $y = f(x)$ 图象向左平移需 $\frac{\pi}{8}$ 个单位, 可得到 $y = \sqrt{2} \sin 2x$ 的图象

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 春天即将来临, 某学校开展以“拥抱春天, 播种绿色”为主题的植物种植实践体验活动. 已知某种盆栽植物每株成活的概率为 p , 各株是否成活相互独立. 该学校的某班随机领养了此种盆栽植物 10 株, 设 X 为其中成活的株数, 若 X 的方差 $DX = 2.1$, $P(X = 3) < P(X = 7)$, 则 $p =$ _____.

14. 某班有学生 52 人, 现将所有学生随机编号, 用系统抽样方法, 抽取一个容量为 4 的样本, 已知 5 号、31 号、44 号学生在样本中, 则样本中还有一个学生的编号是 _____.

15. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 1, \\ y \geq x, \\ 3x + 2y \leq 15, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值是 _____.

16. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $AD = 1$, 则 $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$ 的值为 _____.

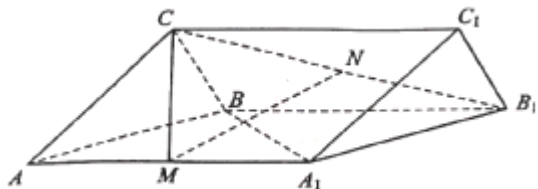


三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面 ABC 是等边三角形, 侧面 BCC_1B_1 是矩形, $AB = A_1B$, N 是 B_1C 的中点, M 是棱 AA_1 上的点, 且 $AA_1 \perp CM$.

(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 ABC ;

(2) 若 $AB \perp A_1B$, 求二面角 $A - CM - N$ 的余弦值.



18. (12 分) 某精密仪器生产车间每天生产 n 个零件, 质检员小张每天都会随机地从中抽取 50 个零件进行检查是否合格, 若较多零件不合格, 则需对其余所有零件进行检查. 根据多年的生产数据和经验, 这些零件的长度服从正态分布 $N(10, 0.1^2)$ (单位: 微米 μm), 且相互独立. 若零件的长度 d 满足 $9.7 \mu m < d < 10.3 \mu m$, 则认为该零件是合格的, 否则该零件不合格.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/777152060013006150>