

凹凸函数与问题的建模

目录

Contents

- 凹凸函数的定义与性质
- 凹凸函数在优化问题中的应用
- 凹凸函数在经济学中的应用
- 凹凸函数在金融学中的应用
- 凹凸函数在其他领域的应用

01

凹凸函数的定义与性质



凹函数的定义与性质

凹函数的定义

如果对于函数 $f(x)$ 在区间 I 上的任意两点 x_1 和 x_2 ($x_1 < x_2$)，都有 $f(x_1) + f(x_2) > 2f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ ，则称 $f(x)$ 为凹函数。

局部最小值

在区间 I 上，如果 $f(x)$ 是凹函数，那么它一定有局部最小值。

凸性

对于凹函数，其图像是向内凸的。



凸函数的定义与性质



凸函数的定义

如果对于函数 $f(x)$ 在区间 I 上的任意两点 x_1 和 x_2 ($x_1 < x_2$)，都有 $f(x_1) + f(x_2) < 2f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ ，则称 $f(x)$ 为凸函数。

局部最大值

在区间 I 上，如果 $f(x)$ 是凸函数，那么它一定有局部最大值。



凹性

对于凸函数，其图像是向内凹的。



凹凸函数的判定方法

Handwritten mathematical notes on a grid background, divided into four quadrants:

- Top-left:** Calculations for the derivative of $(x-3)^{-2}$.
$$-2(x-3)^{-2}$$
$$-4(x-3)^{-3}$$
- Top-right:** Calculations for the derivative of $3xe^x$.
$$3x \times e^x$$
$$3x e^x + e^x$$
$$3e^x + 3xe^x$$
$$3e^x(1+x)$$
- Bottom-left:** Calculations for the derivative of $\tan x$.
$$f = \tan x$$
$$f' = \sec^2 x$$
$$2 \tan x$$

Includes a graph of a parabola opening upwards.
- Bottom-right:** Calculations for the derivative of $(x + \ln(2x))^3$.
$$3(x + \ln(2x))^2$$
$$\frac{3(x + \ln(2x))^2}{x}$$

导数判定法

对于连续函数，如果其一阶导数在某区间内大于0，则该函数在此区间内为凹函数；如果其一阶导数在某区间内小于0，则该函数在此区间内为凸函数。

二阶导数判定法

对于连续函数，如果其二阶导数在某区间内大于0，则该函数在此区间内为凹函数；如果其二阶导数在某区间内小于0，则该函数在此区间内为凸函数。

02

凹凸函数在优化问题中的应
用



凹函数在优化问题中的应用

最小化问题

凹函数的最小值存在于其导数为零的点，因此可以利用这一性质来求解最小化问题。

约束优化

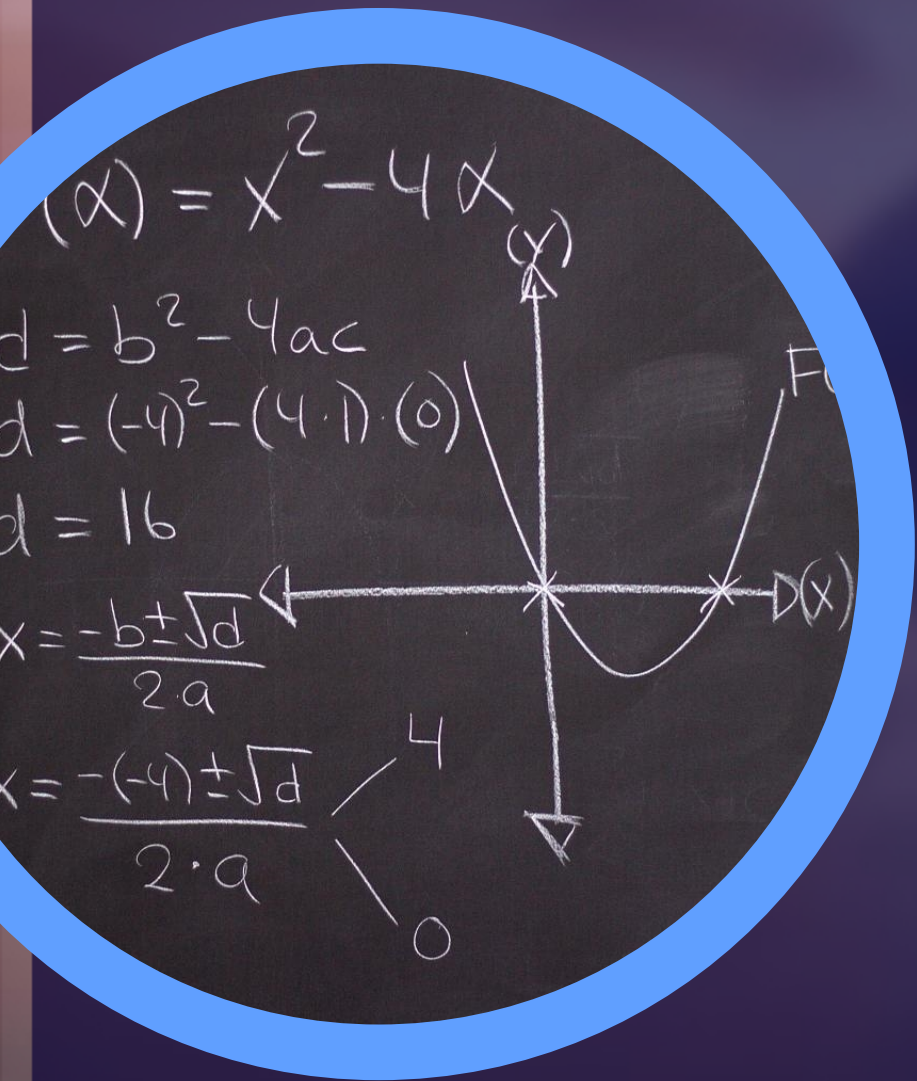
在约束优化问题中，凹函数可以用于确定可行域，并利用其性质找到最优解。

近似算法

对于非凸函数，可以利用凹函数的性质设计近似算法，以找到一个接近最优解的解。



凸函数在优化问题中的应用



01

最大化问题

凸函数的最小值存在于其导数为零的点，因此可以利用这一性质来求解最大化问题。

02

对偶问题

在凸优化问题中，原问题和对偶问题是等价的，可以利用凸函数的性质解决对偶问题。

03

二次规划

凸函数中的二次规划可以通过求解一个二次方程组来找到最优解。



凹凸函数在优化问题中的比较与选择

01

适用范围

凹函数适用于最小化问题，而凸函数适用于最大化和最小化问题。

02

求解难度

凸函数具有较好的性质，如凸集、凸锥等，这使得凸函数的优化问题相对容易求解。

03

近似算法

对于非凸非凹的函数，可以利用凹函数的性质设计近似算法，以找到一个接近最优解的解。

03

凹凸函数在经济学中的应用

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/777165123150010002>