

# 决胜2024年高考数学押题预测卷09

## 数 学

### (新高考九省联考题型)

(考试时间: 120分钟 试卷满分: 150分)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分。答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$ ,  $B = \{x \mid \log_2 x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{x \mid x < 2\}$       B.  $\{x \mid 1 < x < 2\}$       C.  $\{x \mid 1 < x < 2\}$       D.  $\{x \mid 0 < x < 1\}$
2. 已知  $|a| = |b| = 1$ ,  $(a - b) \cdot (a + 3b) = 3$ , 则向量  $a$  与  $b$  夹角的大小为 ( )  
A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\frac{5\pi}{6}$
3. 设  $b, c$  表示两条直线,  $\alpha, \beta$  表示两个平面, 则下列说法中正确的是 ( )  
A. 若  $b \parallel \alpha, c \parallel \alpha$ , 则  $b \parallel c$       B. 若  $b \parallel \alpha, b \parallel \beta$ , 则  $c \parallel \beta$   
C. 若  $\alpha \parallel \beta, c \parallel \alpha$ , 则  $c \parallel \beta$       D. 若  $c \parallel \alpha, c \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$
4. 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_2 a_5 = 2a_3$ , 且  $a_4$  与  $a_6$  的等差中项为  $\frac{5}{4}$ , 则  $S_5 =$  ( )  
A. 29      B. 31      C. 33      D. 36
5. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $A$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右顶点, 以  $OA$  为直径的圆与  $C$  的一条渐近线交于另一点  $M$ , 若  $|AM| = \frac{1}{2}b$ , 则  $C$  的离心率为 ( )  
A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $2\sqrt{2}$       D. 4
6. 假设甲袋中有 3 个白球和 2 个红球, 乙袋中有 2 个白球和 2 个红球. 现从甲袋中任取 2 个球放入乙袋, 混匀后再从乙袋中任取 2 个球. 已知从乙袋中取出的是 2 个白球, 则从甲袋中取出的也是 2 个白球的概率为 ( )  
A.  $\frac{37}{150}$       B.  $\frac{9}{75}$       C.  $\frac{18}{37}$       D.  $\frac{1}{2}$
7. 已知函数  $f(x), g(x)$  的定义域均为  $\mathbb{R}$ ,  $f(2x - 1)$  是奇函数, 且  $f(x) = g(3 - x) + 4, y = g(x)$  的图象关于  $x = 1$  对称,  $f(4) = 2$ , 则  $f(22) + g(24) =$  ( )  
A. 4      B. 8      C. 4      D. 6

8. 已知  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ ,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ , 则  $\tan \alpha$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{3}{5}$                       C.  $\frac{5}{3}$                       D. 2

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9. 已知复数  $z$ , 下列说法正确的是 ( )

- A. 若  $z = \bar{z}$ , 则  $z$  为实数                      B. 若  $z^2 = \bar{z}^2$ , 则  $z = \bar{z}$   
 C. 若  $|z - i| = 1$ , 则  $|z|$  的最大值为 2                      D. 若  $|z - i| = |z| = 1$ , 则  $z$  为纯虚数

10. 已知函数  $f(x) = \cos x$  的图象在  $y$  轴上的截距为  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{\pi}{12}$  是该函数的最小正零点, 则 ( )

- A.  $\frac{\pi}{3}$   
 B.  $f(x) = f(x + \sqrt{5})$  恒成立  
 C.  $f(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{3})$  上单调递减  
 D. 将  $y = f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位, 得到的图象关于  $y$  轴对称

11. 已知抛物线  $E: x^2 = 4y$  的焦点为  $F$ , 过  $F$  的直线  $l_1$  交  $E$  于点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $E$  在  $B$  处的切线为  $l_2$ , 过  $A$  作与  $l_2$  平行的直线  $l_3$ , 交  $E$  于另一点  $C(x_3, y_3)$ , 记  $l_3$  与  $y$  轴的交点为  $D$ , 则 ( )

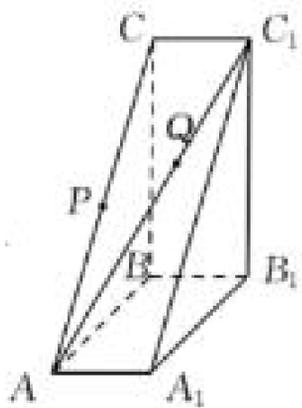
- A.  $y_1 y_2 = 1$                       B.  $x_1 x_3 = 3x_2$   
 C.  $|AF| = |DF|$                       D.  $\triangle ABC$  面积的最小值为 16

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 将 1 到 10 这 10 个正整数平均分成甲、乙两组，每组 5 个正整数，且甲组的中位数比乙组的中位数小 1，则不同的平分方法共有 \_\_\_\_\_ 种.

13. 已知圆  $C_1: x^2 + y^2 = 6$  与圆  $C_2: x^2 + y^2 - 2x + a = 0$  ( $a > 2$ ) 相交于  $A, B$  两点. 若  $S_{\triangle C_1 AB} = 2S_{\triangle C_2 AB}$ , 则实数  $a$  的值可以是 \_\_\_\_\_

14. 如图，在直三棱柱  $ABC - A_1 B_1 C_1$  中， $AB = BC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $AB = BC = 5$ ,  $AA_1 = 2$ , 则该三棱柱外接球的表面积为 \_\_\_\_\_; 若点  $P$  为线段  $AC$  的中点，点  $Q$  为线段  $AC_1$  上一动点，则平面  $BPQ$  截三棱柱  $ABC - A_1 B_1 C_1$  所得截面面积的最大值为 \_\_\_\_\_.



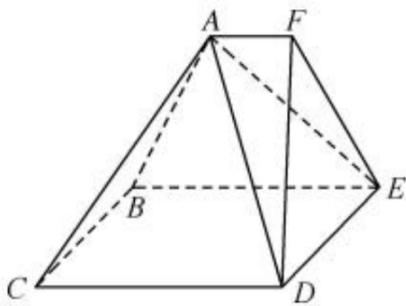
四、解答题：本题共5小题，共77分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ， $\sin B \sin C = \sin A \sin B \sin C$ .

(1) 若  $\triangle ABC$  的面积  $S = 2\sqrt{3}$ ， $b = c = 6$ ，求  $a$  的值；

(2) 若函数  $f(x) = 3x^2 - 4x + \frac{\ln x}{\cos A} - 1$  在区间  $(0, t)$  上有零点，求  $t$  的取值范围.

16. 如图，多面体  $ABCDEF$  是由一个正四棱锥  $A-BCDE$  与一个三棱锥  $F-ADE$  拼接而成，正四棱锥  $A-BCDE$  的所有棱长均为  $3\sqrt{2}$ ， $AF \parallel CD$ .



(1) 在棱  $DE$  上找一点  $G$ ，使得平面  $ABC \parallel$  平面  $AFG$ ，并证明你的结论；

(2) 若  $AF = \sqrt{2}$ ，求直线  $DF$  与平面  $ABC$  所成角的正弦值.

17. 为考察药物M 对预防疾病A 以及药物N 对治疗疾病A 的效果，科研团队进行了大量动物对照试验. 根据100个简单随机样本的数据，得到如下列联表：（单位：只）

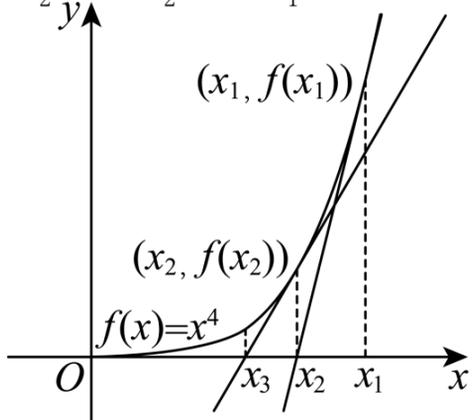
药物M	疾病A		合计
	未患病	患病	
未服用	30	15	45
服用	45	10	55
合计	75	25	100

- (1) 依据  $\alpha = 0.1$  的独立性检验，分析药物M 对预防疾病A 的有效性；  
 (2) 用频率估计概率，现从患病的动物中用随机抽样的方法每次选取1只，用药物N 进行治疗. 已知药物N 的治愈率如下：对未服用过药物M 的动物治愈率为  $\frac{1}{2}$ ，对服用过药物M 的动物治愈率为  $\frac{3}{4}$ . 若共选取3次，每次选取的结果是相互独立的. 记选取的3只动物中被治愈的动物个数为X，求X 的分布列和数学期望.

附： $\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ， $n = a + b + c + d$ .

	0.100	0.050	0.010	0.001
$\chi^2$	2.706	3.841	6.635	10.828

18. 物理学家牛顿用“作切线”的方法求函数零点时，给出了“牛顿数列”，它在航空航天中应用非常广泛. 其定义是：对于函数  $f(x)$ ，若满足  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ ，则称数列  $\{x_n\}$  为牛顿数列. 已知  $f(x) = x^4$ ，如图，在横坐标为  $x_1$  的点处作  $f(x)$  的切线，切线与  $x$  轴交点的横坐标为  $x_2$ ，用  $x_2$  代替  $x_1$  重复上述过程得到  $x_3$ ，一直下去，得到数列  $\{x_n\}$ .



(1) 求数列  $\{x_n\}$  的通项公式；

(2) 若数列  $\{x_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且对任意的  $n \in \mathbb{N}^*$ ，满足  $S_n < 16 \cdot \frac{5}{6}^n$ ，求整数  $n$  的最小值. (参考数据： $0.9^1 = 0.6561$ ,  $0.9^2 = 0.5905$ ,  $0.9^3 = 0.5314$ ,  $0.9^4 = 0.4783$ )

19. 椭圆方程  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a, b > 0$ ), 平面上有一点  $P(x_0, y_0)$ . 定义直线方程  $l: \frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$  是椭圆

在点  $P(x_0, y_0)$  处的极线. 已知椭圆方程  $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ .

- (1) 若  $P(1, y_0)$  在椭圆  $C$  上, 求椭圆  $C$  在点  $P$  处的极线方程;
- (2) 若  $P(x_0, y_0)$  在椭圆  $C$  上, 证明: 椭圆  $C$  在点  $P$  处的极线就是过点  $P$  的切线;
- (3) 若过点  $P(4, 0)$  分别作椭圆  $C$  的两条切线和一条割线, 切点为  $X, Y$ , 割线交椭圆  $C$  于  $M, N$  两点, 过点  $M, N$  分别作椭圆  $C$  的两条切线, 且相交于点  $Q$ . 证明:  $Q, X, Y$  三点共线.

# 决胜2024年高考数学押题预测卷09

## 数 学

### (新高考九省联考题型)

(考试时间: 120分钟 试卷满分: 150分)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分。答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x \mid 1 < x < 1\}$ ,  $B = \{x \mid \log_2 x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{x \mid x < 2\}$       B.  $\{x \mid 1 < x < 2\}$       C.  $\{x \mid 1 < x < 1\}$       D.  $\{x \mid 0 < x < 1\}$

【答案】D

【解析】由  $\log_2 x < 1$  可得  $0 < x < 2$ ,

所以集合  $B = \{x \mid 0 < x < 2\}$ ,

又集合  $A = \{x \mid 1 < x < 1\}$ ,

所以  $A \cap B = \{x \mid 0 < x < 1\}$ ,

故选: D.

2. 已知  $|a| = |b| = 1$ ,  $(a - b) \cdot (a + 3b) = 3$ , 则向量  $a$  与  $b$  夹角的大小为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{3}$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\frac{5\pi}{6}$

【答案】B

【解析】结合题意: 设向量  $a$  与  $b$  夹角为  $\theta$ ,

$$(a - b) \cdot (a + 3b) = |a|^2 + 3|b|^2 - 2|a||b|\cos\theta = 3,$$

因为  $|a| = |b| = 1$ , 所以  $1 + 3 - 2\cos\theta = 3$ , 解得  $\cos\theta = \frac{1}{2}$ .

因为  $\theta \in [0, \pi]$ , 所以  $\theta = \frac{\pi}{3}$ .

故选: B.

3. 设  $b, c$  表示两条直线,  $\alpha, \beta$  表示两个平面, 则下列说法中正确的是 ( )

- A. 若  $b \parallel \alpha, c \parallel \alpha$ , 则  $b \parallel c$       B. 若  $b \parallel c, b \perp \alpha$ , 则  $c \perp \alpha$   
C. 若  $b \perp \alpha, c \perp \alpha$ , 则  $b \parallel c$       D. 若  $c \perp \alpha, c \perp \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

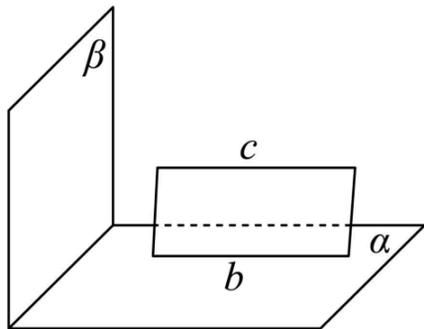
【答案】D

【解析】对于 A: 若  $b \parallel \alpha, c \parallel \alpha$ , 除非说明  $b, c$  共面, 否则不能推出  $b \parallel c$ , A 错误,

对于B: 若  $b \parallel c, b \perp a$ , 没有说明  $c \perp a$ , 不能推出  $c \parallel a$ , B错误;

对于C: 若  $a \perp b, c \parallel a$ , 则  $c \perp b$ ,  $c \parallel a$ ,  $c \perp a$  都有可能, C错误;

对于D: 如图, 过直线  $c$  作一个平面与  $\alpha$  交于直线  $b$ , 由线面平行的性质定理可得  $c \parallel b$ , 又  $c \perp a$ , 所以  $b \perp a$ , 又  $b \parallel c$ , 得  $c \perp a$ , D正确.



故选: D.

4. 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_2 a_5 = 2a_3$ , 且  $a_4$  与  $a_6$  的等差中项为  $\frac{5}{4}$ , 则  $S_5$

( )

A. 29

B. 31

C. 33

D. 36

【答案】 B

【解析】 不妨设等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 由  $a_2 a_5 = 2a_3$  可得:  $a_1^2 q^5 = 2a_1^3 q^2$ , 因  $a_n > 0, q > 0$ , 则

$$a_1 q^3 = 2 \quad ①$$

又由  $a_4$  与  $a_6$  的等差中项为  $\frac{5}{4}$  可得:  $a_4 + a_6 = \frac{5}{2}$ , 即  $a_1 q^3 (1 + q^2) = \frac{5}{2} \quad ②$

将①代入②, 可得:  $q = \frac{1}{2}$ , 回代入①, 解得:  $a_1 = 16$ , 于是  $S_5 = \frac{a_1 (1 - q^5)}{1 - q} = \frac{16(1 - \frac{1}{32})}{\frac{1}{2}} = 31$ .

故选: B.

5. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $A$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右顶点, 以  $OA$  为直径的

圆与  $C$  的一条渐近线交于另一点  $M$ , 若  $|AM| = \frac{1}{2}b$ , 则  $C$  的离心率为 ( )

A.  $\sqrt{2}$

B. 2

C.  $2\sqrt{2}$

D. 4

【答案】 B

【解析】 由题意得,  $OM \perp AM$ , 双曲线的一条渐近线方程为  $y = \frac{b}{a}x$ ,

故  $\tan \angle AOM = \frac{b}{a}$ , 即  $\frac{|AM|}{|OM|} = \frac{b}{a}$ ,

又  $|AM| = \frac{1}{2}b$ , 所以  $|OM| = \frac{1}{2}a$ ,

由勾股定理得  $|OM|^2 + |AM|^2 = |OA|^2$ , 即  $\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}b^2 = a^2$ ,

解得  $b^2 = 3a^2$ ,

$$e = \frac{c}{a} \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = 2,$$

故选：B.

6. 假设甲袋中有3个白球和2个红球，乙袋中有2个白球和2个红球. 现从甲袋中任取2个球放入乙袋，混匀后再从乙袋中任取2个球. 已知从乙袋中取出的是2个白球，则从甲袋中取出的也是2个白球的概率为 ( )

- A.  $\frac{37}{150}$                       B.  $\frac{9}{75}$                       C.  $\frac{18}{37}$                       D.  $\frac{1}{2}$

【答案】C

【解析】设从甲中取出2个球，其中白球的个数为*i*个为事件 $A_i$  ( $i = 0, 1, 2$ )，事件 $A_i$ 的概率为 $P(A_i)$ ，从乙中取出2个球，其中白球的个数为2个的事件为 $B$ ，事件 $B$ 的概率为 $P(B)$ ，

根据题意，可得 $P(A_0) = \frac{C_2^2 C_0^3}{C_2^5} = \frac{1}{10}$ ， $P(B|A_0) = \frac{C_2^2 C_0^4}{C_2^6} = \frac{1}{15}$ ；

$P(A_1) = \frac{C_1^3 C_1^2}{C_2^5} = \frac{3}{5}$ ， $P(B|A_1) = \frac{C_2^2 C_0^3}{C_2^6} = \frac{1}{5}$ ； $P(A_2) = \frac{C_0^3 C_2^2}{C_2^5} = \frac{3}{10}$ ， $P(B|A_2) = \frac{C_2^2 C_0^2}{C_2^6} = \frac{2}{5}$ ，

根据贝叶斯公式得，从乙袋中取出2个红球，则从甲袋中取出的也是2个红球的概率为：

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(A_0)P(B|A_0) + P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)} = \frac{\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{15} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{5}} = \frac{18}{37}.$$

故选：C.

7. 已知函数 $f(x)$ ， $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbb{R}$ ， $f(2x-1)$ 是奇函数，且 $f(x) = g(3-x) + 4$ ， $y = g(x)$ 的图象关于 $x = 1$ 对称， $f(4) = 2$ ，则 $f(22) + g(24) =$  ( )

- A. 4                      B. 8                      C. 4                      D. 6

【答案】D

【解析】因为 $y = g(x)$ 的图象关于 $x = 1$ 对称，所以 $g(3-x) = g(x+1)$ .

因为 $f(x) = g(3-x) + 4$ ①，则 $f(4-x) = g(3+4-x) + 4$ ，

即 $f(4-x) = g(x+1) + 4$ ②，①-②得， $f(x) = f(4-x)$ ，

所以 $y = f(x)$ 的图像关于 $x = 2$ 对称.

令 $h(x) = f(2x-1)$ ，则 $h(x)$ 是奇函数，

所以 $h\left(\frac{x}{2}\right) = h\left(\frac{x}{2}\right) = f(x-1) = -f(x-1) = 0$ ，即 $f(x-1) = f(x-1)$ ，

所以 $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 中心对称，

所以 $f(4-x) = f(x-2)$ ，所以 $f(x) = f(x-2) = f(x-4)$ ，

所以 $f(x)$ 是以4为周期的周期函数.

因为 $f(x) = g(x+1) + 4$ ，所以 $g(x) = 4 - f(x+1)$ .

因为 $f(x)$ 是以4为周期的周期函数，

所以  $g(x)$  也是以4为周期的周期函数,

取  $x=0$ ,  $f(1) = f(1)$ , 所以  $f(1) = 0$ .

因为  $f(4) = 2$ , 所以  $f(0) = 2$ ,

所以  $f(2) = f(0) = 2, f(3) = f(1) = 0$ .

取  $x=3$ , 所以  $f(3) = g(0) = 4$ ,

所以  $g(0) = 4$ ,

所以  $f(22) = g(24) = f(2) = g(0) = 2, 4 = 6$ ,

故选:D.

8. 已知  $\cos \theta = \frac{1}{5}, \sin \theta = \frac{4}{5}$ , 则  $\tan \theta$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{3}{5}$
- C.  $\frac{5}{3}$
- D. 2

【答案】A

【解析】 $\cos \theta = \frac{1}{5}, \sin \theta = \frac{4}{5}$ ,

$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{5}} = 4$ ,

$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta \tan \theta} = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{4}$ , 分子分母同时除以  $\cos \theta$  得:

$$\frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{4} \text{ ①}$$

由于  $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 所以  $\cos \theta > 0$ , 所以  $\sin \theta > 0$ ,

所以  $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ,

所以  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{4}{3}$ , 即  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{4}{3}$ ,

分子分母同时除以  $\cos \theta$  得:

即  $\frac{\tan \theta}{1 + \tan \theta} = \frac{4}{3}$ ,  $\tan \theta = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \tan \theta$ , 代入①得:

$$\frac{1}{\frac{4}{3} + \frac{4}{3} \tan \theta} = \frac{1}{4}, \text{ 解得 } \tan \theta = \frac{1}{2}.$$

故选: A.

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9. 已知复数 $z$ ，下列说法正确的是（ ）

- A. 若 $z = \bar{z}$ ，则 $z$ 为实数  
 B. 若 $z^2 = \bar{z}^2$ ，则 $z = \bar{z}$   
 C. 若 $|z - i| = 1$ ，则 $|z|$ 的最大值为2  
 D. 若 $|z - i| = |z| = 1$ ，则 $z$ 为纯虚数

【答案】AC

【解析】设 $z = a + bi$ ， $a, b \in \mathbb{R}$ ，则 $\bar{z} = a - bi$ ，

若 $z = \bar{z}$ ，即 $a + bi = a - bi$ ， $2bi = 0$ ，即 $b = 0$ ，则 $z$ 为实数，故A正确；

若 $z^2 = \bar{z}^2$ ，即 $(a + bi)^2 = (a - bi)^2$ ，

化简可得 $a^2 - b^2 + 2abi = a^2 - b^2 - 2abi = 0$ ，即 $2abi = -2abi$ ，即 $a = b$ ，

当 $a = b$ 时， $z = a + ai$ ， $\bar{z} = a - ai$ ，此时不一定满足 $z = \bar{z}$ ，

当 $a = -b$ 时， $z = a - ai$ ， $\bar{z} = a + ai$ ，此时不一定满足 $z = \bar{z}$ ，故B错误；

若 $|z - i| = 1$ ，即 $|z - i| = 1 = |a + b - 1 + i| = \sqrt{a^2 + (b - 1)^2} = 1$ ，

所以 $a^2 + (b - 1)^2 = 1$ ，即 $z$ 表示以 $(0, 1)$ 为圆心，以1为半径的圆上的点，

且 $|z|$ 表示圆上的点到原点的距离，所以 $|z|$ 的最大值为2，故C正确；

若 $|z - i| = |z| = 1$ ，即 $|z - i| = |a + b - 1 + i| = \sqrt{a^2 + (b - 1)^2}$ ，

$|z| = 1 = \sqrt{a^2 + b^2} = 1$ ，即 $\sqrt{a^2 + (b - 1)^2} = \sqrt{a^2 + b^2} = 1$ ，

化简可得 $b = \sqrt{a^2 + b^2}$ ，则 $a = 0$ 且 $b = 0$ ，

此时 $z$ 可能为实数也可能为纯虚数，故D错误；

故选：AC

10. 已知函数 $f(x) = \cos x$ ， $(0, 0, \frac{\pi}{2})$ 的图象在 $y$ 轴上的截距为 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{\pi}{12}$ 是该函数的最小正零点，则（ ）

A.  $\frac{\pi}{3}$

B.  $f(x) = f(x + c\sqrt{5})$ 恒成立

C.  $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{3})$ 上单调递减

D. 将 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，得到的图象关于 $y$ 轴对称

【答案】ABC

【解析】函数 $f(x) = \cos x$ ， $(0, 0, \frac{\pi}{2})$ 的图象在 $y$ 轴上的截距为 $\frac{1}{2}$ ，

所以 $\cos \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ，因为 $0 < \frac{1}{2} < \frac{\pi}{2}$ ，所以 $\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$ ，故A正确；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/778002011063007007>