

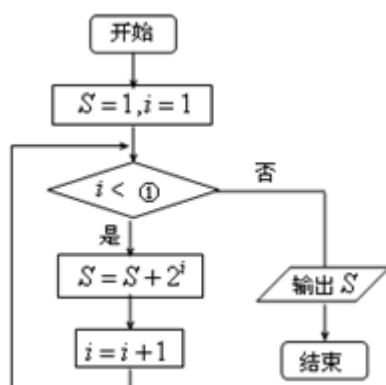
## 湖南省长沙浏阳市 2023-2024 学年高三第三次模拟考试数学试卷

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 阅读下侧程序框图, 为使输出的数据为 31, 则①处应填的数字为



- A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 7

2. 函数  $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} - a$  的一个零点在区间  $(1, 2)$  内, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(1, 3)$                 B.  $(1, 2)$                 C.  $(0, 3)$                 D.  $(0, 2)$

3. 若复数  $z$  满足  $(1-i)z = -1+2i$ , 则  $|\bar{z}| =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                     B.  $\frac{3}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                     D.  $\frac{1}{2}$

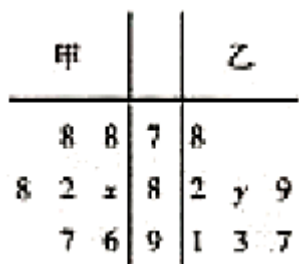
4. 已知集合  $A = \{x \mid |x-1| \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2^x \in A\}$ , 则集合  $B =$  ( )

- A.  $\{-1, 0, 1\}$             B.  $\{0, 1\}$                 C.  $\{1, 2\}$                 D.  $\{0, 1, 2\}$

5. 2019 年 10 月 1 日上午, 庆祝中华人民共和国成立 70 周年阅兵仪式在天安门广场隆重举行. 这次阅兵不仅展示了我国的科技军事力量, 更是让世界感受到了中国的日新月异. 今年的阅兵方阵有一个很抢眼, 他们就是院校科研方阵. 他们是由军事科学院、国防大学、国防科技大学联合组建. 若已知甲、乙、丙三人来自上述三所学校, 学历分别有学士、硕士、博士学位. 现知道: ①甲不是军事科学院的; ②来自军事科学院的不是博士; ③乙不是军事科学院的; ④乙不是博士学位; ⑤国防科技大学的是研究生. 则丙是来自哪个院校的, 学位是什么 ( )

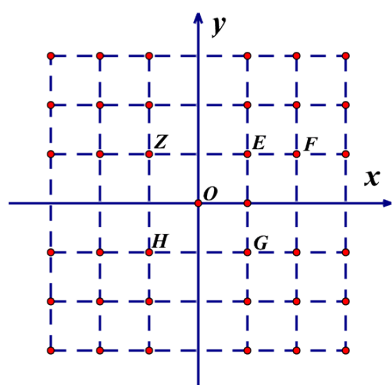
- A. 国防大学, 研究生                      B. 国防大学, 博士  
C. 军事科学院, 学士                      D. 国防科技大学, 研究生

6. 2019年某校迎国庆70周年歌咏比赛中,甲乙两个合唱队每场比赛得分的茎叶图如图所示(以十位数字为茎,个位数字为叶).若甲队得分的中位数是86,乙队得分的平均数是88,则 $x+y=()$



- A. 170                      B. 10                      C. 172                      D. 12

7. 若 $i$ 为虚数单位,网格纸上小正方形的边长为1,图中复平面内点 $Z$ 表示复数 $z$ ,则表示复数 $\frac{2i}{z}$ 的点是( )



- A. E                      B. F                      C. G                      D. H

8. 若将函数 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ 的图象上各点横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变)得到函数 $g(x)$ 的图象,则下列说法正确的是( )

- A. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增                      B. 函数 $g(x)$ 的周期是 $\frac{\pi}{2}$   
 C. 函数 $g(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称                      D. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上最大值是1

9. 泰山有“五岳之首”“天下第一山”之称,登泰山的路线有四条:红门盘道徒步线路,桃花峪登山线路,天外村汽车登山线路,天烛峰登山线路.甲、乙、丙三人在聊起自己登泰山的线路时,发现三人走的线路均不同,且均没有走天外村汽车登山线路,三人向其他旅友进行如下陈述:

甲:我走红门盘道徒步线路,乙走桃花峪登山线路;

乙:甲走桃花峪登山线路,丙走红门盘道徒步线路;

丙:甲走天烛峰登山线路,乙走红门盘道徒步线路;

事实上,甲、乙、丙三人的陈述都只对一半,根据以上信息,可判断下面说法正确的是( )

- A. 甲走桃花峪登山线路                      B. 乙走红门盘道徒步线路  
 C. 丙走桃花峪登山线路                      D. 甲走天烛峰登山线路

10. 过抛物线  $C$  的焦点且与  $C$  的对称轴垂直的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点,  $|AB|=4$ ,  $P$  为  $C$  的准线上的一点, 则  $\triangle ABP$  的面积为 ( )

- A. 1                      B. 2                      C. 4                      D. 8

11. 已知菱形  $ABCD$  的边长为 2,  $\angle ABC = 60^\circ$ , 则  $\vec{BD} \cdot \vec{CD} =$  ( )

- A. 4                      B. 6                      C.  $2\sqrt{3}$                       D.  $4\sqrt{3}$

12. 已知正四面体  $ABCD$  的棱长为 1,  $O$  是该正四面体外接球球心, 且  $\vec{AO} = x\vec{AB} + y\vec{AC} + z\vec{AD}$ ,  $x, y, z \in \mathbf{R}$ , 则  $x + y + z =$  ( )

- A.  $\frac{3}{4}$     B.  $\frac{1}{3}$   
 C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{1}{4}$

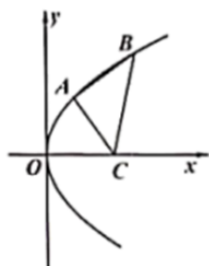
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | -3 < x \leq 1, x \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{x | x^2 - x - 2 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap \complement_U B =$  \_\_\_\_\_.

14. 将函数  $f(x) = \sin x$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度后得到  $y = g(x)$  函数的图象, 则函数  $y = f(x) \cdot g(x)$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

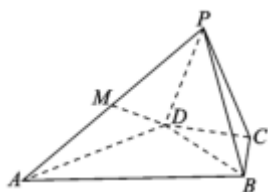
15.  $(a - 2b)^5 (1 - c)$  的展开式中,  $a^3 b^2 c$  的系数是 \_\_\_\_\_.

16. 如图所示, 点  $A(1, 2)$ ,  $B$  均在抛物线  $y^2 = 4x$  上, 等腰直角  $\triangle ABC$  的斜边为  $BC$ , 点  $C$  在  $x$  轴的正半轴上, 则点  $B$  的坐标是 \_\_\_\_\_.



三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 四棱锥  $P - ABCD$  的底面  $ABCD$  中,  $\triangle ABD$  为等边三角形,  $\triangle BCD$  是等腰三角形, 且顶角  $\angle BCD = 120^\circ$ ,  $PC \perp BD$ , 平面  $PBD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $M$  为  $PA$  中点。



- (1) 求证:  $DM \parallel$  平面  $PBC$  ;  
 (2) 若  $PD \perp PB$ , 求二面角  $C-PA-B$  的余弦值大小.

18. (12分) 已知函数  $f(x) = x^3 - x^2 - (a-16)x$ ,  $g(x) = a \ln x$ ,  $a \in \mathbf{R}$ . 函数  $h(x) = \frac{f(x)}{x} - g(x)$  的导函数  $h'(x)$  在  $\left[\frac{5}{2}, 4\right]$  上存在零点.

- (1) 求实数  $a$  的取值范围;  
 (2) 若存在实数  $a$ , 当  $x \in [0, b]$  时, 函数  $f(x)$  在  $x=0$  时取得最大值, 求正实数  $b$  的最大值;  
 (3) 若直线  $l$  与曲线  $y = f(x)$  和  $y = g(x)$  都相切, 且  $l$  在  $y$  轴上的截距为  $-12$ , 求实数  $a$  的值.

19. (12分) 已知函数  $f(x) = \ln x + ax^2 - 3x$  ( $a \in \mathbf{R}$ )

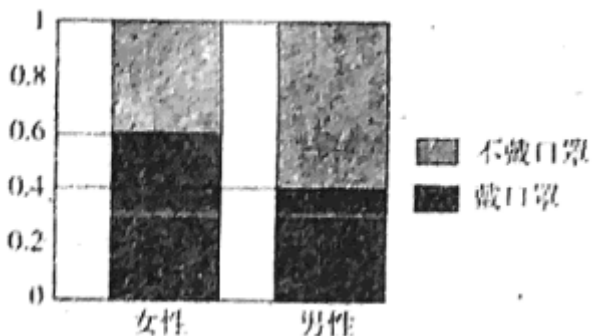
- (1) 函数  $f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y = -2$ , 求函数  $f(x)$  的极值;  
 (2) 当  $a=1$  时, 对于任意  $x_1, x_2 \in [1, 10]$ , 当  $x_2 > x_1$  时, 不等式  $f(x_1) - f(x_2) > \frac{m(x_2 - x_1)}{x_2 x_1}$  恒成立, 求出实数  $m$  的取值范围.

20. (12分) 设函数  $f(x) = |x+2| - |2x-2|$ .

- (1) 解不等式  $f(x) \geq 2x-1$ ;  
 (2) 记  $f(x)$  的最大值为  $M$ , 若实数  $a, b, c$  满足  $a+b+c=M$ , 求证:

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} \geq 3\sqrt{2}.$$

21. (12分) 近年来, 随着“雾霾”天出现的越来越频繁, 很多人为了自己的健康, 外出时选择戴口罩, 在一项对人们雾霾天外出时是否戴口罩的调查中, 共调查了120人, 其中女性70人, 男性50人, 并根据统计数据画出等高条形图如图所示:



- (1) 利用图形判断性别与雾霾天外出戴口罩是否有关系并说明理由;

(2) 根据统计数据建立一个  $2 \times 2$  列联表;

(3) 能否在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为性别与雾霾天外出戴口罩的关系.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2) \geq k_0$	0.10	0.05	0.010	0.005
$k_0$	2.706	3.841	6.635	7.879

22. (10 分) 已知在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数,  $0 \leq \alpha < 2\pi$ ), 以坐标原点

$O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\theta = \frac{\pi}{3}$  ( $\rho \in \mathbf{R}$ ), 曲线  $C$  与直线  $l$  其中的一个交点为  $A$ , 且点  $A$  极径  $\rho_0 \neq 0$ , 极角  $0 \leq \theta_\rho < \frac{\pi}{2}$

(1) 求曲线  $C$  的极坐标方程与点  $A$  的极坐标;

(2) 已知直线  $m$  的直角坐标方程为  $x - \sqrt{3}y = 0$ , 直线  $m$  与曲线  $C$  相交于点  $B$  (异于原点  $O$ ), 求  $\triangle AOB$  的面积.

## 参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

考点: 程序框图.

分析: 分析程序中各变量、各语句的作用, 再根据流程图所示的顺序, 可知: 该程序的作用是利用循环求  $S$  的值, 我们用表格列出程序运行过程中各变量的值的变化情况, 不难给出答案.

解: 程序在运行过程中各变量的值如下表示:

$S$     $i$    是否继续循环

循环前   1   1/

第一圈   3   2   是

第二圈 7 3 是

第三圈 15 4 是

第四圈 31 5 否

故最后当  $i < 5$  时退出,

故选 B.

2、C

【解析】

显然函数  $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} - a$  在区间  $(1, 2)$  内连续, 由  $f(x)$  的一个零点在区间  $(1, 2)$  内, 则  $f(1)f(2) < 0$ , 即可求解.

【详解】

由题, 显然函数  $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} - a$  在区间  $(1, 2)$  内连续, 因为  $f(x)$  的一个零点在区间  $(1, 2)$  内, 所以  $f(1)f(2) < 0$ , 即

$$(2 - 2 - a)(4 - 1 - a) < 0, \text{解得 } 0 < a < 3,$$

故选: C

【点睛】

本题考查零点存在性定理的应用, 属于基础题.

3、C

【解析】

把已知等式变形, 利用复数代数形式的除法运算化简, 再由复数模的计算公式求解.

【详解】

$$\text{解: 由 } (1-i)z = -1+2i, \text{ 得 } z = \frac{-1+2i}{1-i} = \frac{(-1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i,$$

$$\therefore |\bar{z}| = |z| = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

故选 C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算, 考查复数模的求法, 是基础题.

4、D

【解析】

弄清集合  $B$  的含义, 它的元素  $x$  来自于集合  $A$ , 且  $2^x$  也是集合  $A$  的元素.

【详解】

因  $|x-1| \leq 3$ , 所以  $-2 \leq x \leq 4$ , 故  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ , 又  $x \in \mathbf{Z}$ ,  $2^x \in A$ , 则  $x = 0, 1, 2$ ,

故集合  $B = \{0, 1, 2\}$ .

故选：D.

**【点睛】**

本题考查集合的定义，涉及到解绝对值不等式，是一道基础题.

5、C

**【解析】**

根据①③可判断丙的院校；由②和⑤可判断丙的学位.

**【详解】**

由题意①甲不是军事科学院的，③乙不是军事科学院的；

则丙来自军事科学院；

由②来自军事科学院的不是博士，则丙不是博士；

由⑤国防科技大学的是研究生，可知丙不是研究生，

故丙为学士.

综上可知，丙来自军事科学院，学位是学士.

故选：C.

**【点睛】**

本题考查了合情推理的简单应用，由条件的相互牵制判断符合要求的情况，属于基础题.

6、D

**【解析】**

中位数指一串数据按从小（大）到大（小）排列后，处在最中间的那个数，平均数指一串数据的算术平均数.

**【详解】**

由茎叶图知，甲的中位数为  $80 + x = 86$ ，故  $x = 6$ ；

乙的平均数为  $\frac{78 + 82 + 80 + y + 89 + 91 + 93 + 97}{7} = 88$ ，

解得  $y = 6$ ，所以  $x + y = 12$ .

故选：D.

**【点睛】**

本题考查茎叶图的应用，涉及到中位数、平均数的知识，是一道容易题.

7、C

**【解析】**

由于在复平面内点  $Z$  的坐标为  $(-1,1)$ ，所以  $z = -1+i$ ，然后将  $z = -1+i$  代入  $\frac{2i}{z}$  化简后可找到其对应的点。

**【详解】**

由  $z = -1+i$ ，所以  $\frac{2i}{z} = \frac{2i}{-1+i} = i(-1-i) = 1-i$ ，对应点  $G$ 。

故选：C

**【点睛】**

此题考查的是复数与复平面内点的对应关系，复数的运算，属于基础题。

8、A

**【解析】**

根据三角函数伸缩变换特点可得到  $g(x)$  解析式；利用整体对应的方式可判断出  $g(x)$  在  $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$  上单调递增，A 正确；

关于点  $\left(-\frac{\pi}{12}, -1\right)$  对称，C 错误；根据正弦型函数最小正周期的求解可知 B 错误；根据正弦型函数在区间内值域的求

解可判断出最大值无法取得，D 错误。

**【详解】**

将  $f(x)$  横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  得：  $g(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$

当  $x \in \left(0, \frac{\pi}{6}\right)$  时，  $2x + \frac{\pi}{6} \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$

∵  $\sin x$  在  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$  上单调递增 ∴  $g(x)$  在  $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$  上单调递增，A 正确；

$g(x)$  的最小正周期为：  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$  ∴  $\frac{\pi}{2}$  不是  $g(x)$  的周期，B 错误；

当  $x = -\frac{\pi}{12}$  时，  $2x + \frac{\pi}{6} = 0$ ，  $g\left(-\frac{\pi}{12}\right) = -1$

∴  $g(x)$  关于点  $\left(-\frac{\pi}{12}, -1\right)$  对称，C 错误；

当  $x \in \left(0, \frac{\pi}{6}\right)$  时，  $2x + \frac{\pi}{6} \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$  ∴  $g(x) \in (0, 1)$

此时  $g(x)$  没有最大值，D 错误。

本题正确选项：A

**【点睛】**



本题考查正弦型函数的性质，涉及到三角函数的伸缩变换、正弦型函数周期性、单调性和对称性、正弦型函数在一段区间内的值域的求解；关键是能够灵活应用整体对应的方式，通过正弦函数的图象来判断出所求函数的性质。

9、D

【解析】

甲乙丙三人陈述中都提到了甲的路线,由题意知这三句中一定有一个是正确的另外两个错误的,再分情况讨论即可.

【详解】

若甲走的红门盘道徒步线路,则乙,丙描述中的甲的去向均错误,又三人的陈述都只对一半,则乙丙的另外两句话“丙走红门盘道徒步线路”,“乙走红门盘道徒步线路”正确,与“三人走的线路均不同”矛盾.

故甲的另一句“乙走桃花峪登山线路”正确,故丙的“乙走红门盘道徒步线路”错误,“甲走天烛峰登山线路”正确.乙的话中“甲走桃花峪登山线路”错误,“丙走红门盘道徒步线路”正确.

综上所述,甲走天烛峰登山线路,乙走桃花峪登山线路,丙走红门盘道徒步线路

故选: D

【点睛】

本题主要考查了判断与推理的问题,重点是找到三人中都提到的内容进行分类讨论,属于基础题型.

10、C

【解析】

设抛物线的解析式  $y^2 = 2px (p > 0)$ , 得焦点为  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , 对称轴为  $x$  轴, 准线为  $x = -\frac{p}{2}$ , 这样可设  $A$  点坐标为

$\left(\frac{p}{2}, 2\right)$ , 代入抛物线方程可求得  $p$ , 而  $P$  到直线  $AB$  的距离为  $p$ , 从而可求得三角形面积.

【详解】

设抛物线的解析式  $y^2 = 2px (p > 0)$ ,

则焦点为  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , 对称轴为  $x$  轴, 准线为  $x = -\frac{p}{2}$ ,

∵ 直线  $l$  经过抛物线的焦点,  $A, B$  是  $l$  与  $C$  的交点,

又  $AB \perp x$  轴, ∴ 可设  $A$  点坐标为  $\left(\frac{p}{2}, 2\right)$ ,

代入  $y^2 = 2px$ , 解得  $p = 2$ ,

又∵ 点  $P$  在准线上, 设过点  $P$  的  $AB$  的垂线与  $AB$  交于点  $D$ ,  $|DP| = \left|\frac{p}{2} + \left(-\frac{p}{2}\right)\right| = p = 2$ ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/778015013027006062>